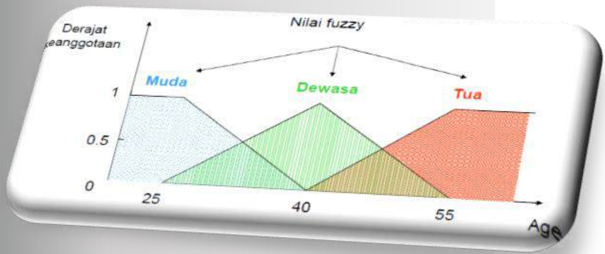
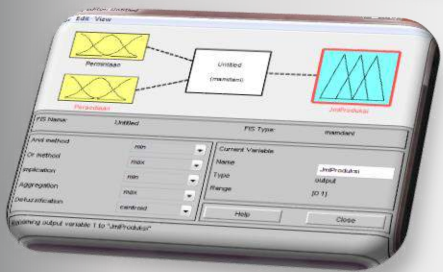
Sistem Fuzzy





Altien J. Rindengan
Yohanes A.R. Langi

PMG
Penerbit
CV. PATRA MEDIA GRAFINDO
BANDUNG

SISTEM FUZZY

ISBN 978-602-6529-78-7

Altien J. Rindengan
Program Studi Sistem Informasi
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sam Ratulangi Manado

Yohanes A.R. Langi
Program Studi Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sam Ratulangi Manado

PMG
Penerbit
CV. PATRA MEDIA GRAFINDO
BANDUNG

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa karena berkat dan karuniaNya sehingga buku ajar ini dapat diselesaikan dengan baik.

Buku ajar Sistem Fuzzy ini merupakan buku acuan yang digunakan mahasiswa di Program Studi Sistem Informasi dan Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Sam Ratulangi Manado. Buku Ajar ini terdiri dari 9 bab, yaitu: Konsep Dasar Fuzzy, Teori Dasar Fuzzy, Fungsi Keanggotaan Fuzzy, *Fuzzy Inference System*, FIS pada Matlab, Basis Data Fuzzy, *Fuzzy Quantification Theory*, *Fuzzy Associative Memory* dan Aplikasi Fuzzy pada Penelitian.

Tim penulis yakin bahwa buku ajar ini masih banyak kekurangan, sehingga sangat diharapkan kritik dan saran dari para pembaca yang menggunakan buku ini. Semoga buku ajar ini bermanfaat bagi kita semua. Terima kasih.

Tim Penulis

DAFTAR ISI

1 Konsep Dasar Fuzzy

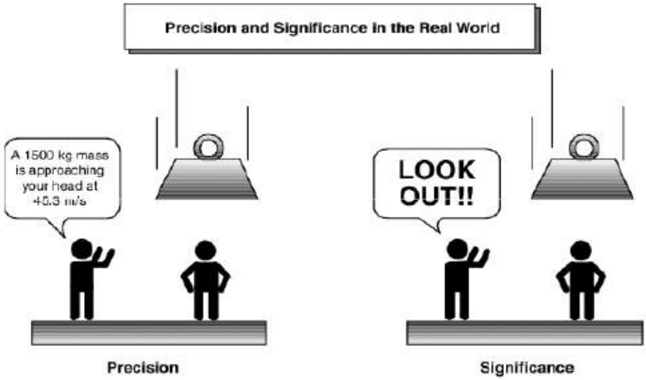
1.1. Pendahuluan

Fuzzy adalah cabang dari logika yang menerapkan derajat keanggotaan dalam suatu himpunan sehingga keaggotaan **tidak** hanya bersifat **true/false** . Fuzzy secara bahasa artinya kabur, tidak jelas, tidak pasti, grey area. Secara istilah, merupakan bentuk representasi pengetahuan yang cocok untuk kondisi yang bersifat humanis yang tidak dapat diselesaikan secara eksak, akan tetapi disesuaikan dengan konteksnya

Logika fuzzy dikembangkan oleh Lotfi Asker Zadeh melalui tulisannya pada tahun 1965 tentang teori himpunan fuzzy. Zadeh adalah seorang ilmuwan Amerika Serikat berkebangsaan Iran dari Universitas California di Barkeley.

Meskipun logika fuzzy dikembangkan di Amerika, namun ia lebih populer dan banyak diaplikasikan secara luas oleh praktisi Jepang dengan mengadaptasikannya ke bidang kendali (control). Saat ini banyak dijual produk elektronik buatan Jepang yang menerapkan prinsip logika fuzzy, seperti mesin cuci, AC, dan lain-lain. Mengapa logika fuzzy yang ditemukan di Amerika malah lebih banyak ditemukan aplikasinya di negara Jepang? Salah satu penjelasannya adalah kultur orang Barat yang cenderung memandang suatu persoalan sebagai hitam-putih, ya-tidak, bersalah-tidak bersalah, sukses-gagal, atau yang setara dengan dunia logika biner Aristoteles, sedangkan kultur orang Timur lebih dapat menerima dunia "abu-abu" atau fuzzy.

Logika fuzzy umumnya diterapkan pada masalah masalah yang mengandung unsur ketidakpastian(uncertainty), ketidaktepatan (imprecise), noisy, dan sebagainya. Logika fuzzy menjembatani bahasa mesin yang presisi dengan bahasa manusia yang menekankan pada makna atau arti (significance). Logika fuzzy dikembangkan berdasarkan bahasa manusia (bahasa alami).



<u>Contoh Kasus:</u>

- Seseorang dikatakan "tinggi" jika tinggi badannya lebih dari 1,7 meter. Bagaimana dengan orang yang mempunyai tinggi badan 1,6999 meter atau 1,65 meter, apakah termasuk kategori orang tinggi? Menurut persepsi manusia, orang yang mempunyai tinggi badan sekitar 1,7 meter dikatakan "kurang lebih tinggi" atau "agak tinggi".
- Kecepatan "pelan" didefinisikan di bawah 20 km/jam. Bagaimana dengan kecepatan 20,001 km/jam, apakah masih dapat dikatakan pelan? Manusia mungkin mengatakan bahwa kecepatan 20,001 km/jam itu "agak pelan".

Ketidapastian dalam kasus–kasus ini disebabkan oleh kaburnya pengertian :

"agak", "kurang lebih", "sedikit", dsb.

1.2. Himpunan *Crisp* (tegas) dan Himpunan *Fuzzy*

Pada himpunan tegas (crisp), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

- satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Contoh 1.1:

Jika diketahui:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} adalah semesta pembicaraan.

A = {1, 2, 3}

B = {3, 4, 5}

bisa dikatakan bahwa:

Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A, $\mu_A[2]=1$, karena $2 \in A$.

Nilai keanggotaan 3 pada himpunan A, $\mu_A[3]=1$, karena $3 \in A$.

Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A, $\mu_A[4]=0$, karena $4 \notin A$.

Nilai keanggotaan 2 pada himpunan B, $\mu_B[2]=0$, karena $2 \notin B$.

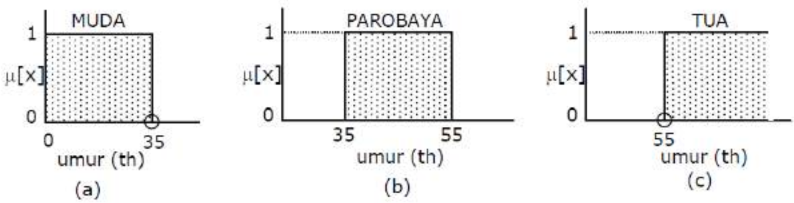
Nilai keanggotaan 3 pada himpunan B, $\mu_B[3]=1$, karena $3 \in B$.

Contoh 1.2:

Misalkan variabel umur dibagi menjadi 3 kategori, yaitu:

- MUDA : umur < 35 tahun
- PAROBAYA : 35 ≤ umur ≤ 55 tahun
- TUA : umur > 55 tahun

Nilai keanggotaan secara grafis, himpunan MUDA, PAROBAYA dan TUA adalah:



Berdasarkan grafis :

- apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA, $\mu_{MUDA}(34)=1$
- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA, $\mu_{MUDA}(35)=0$
- apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 2 hari, maka ia dikatakan MUDA,
  $\mu_{MUDA}(35\text{ th} - 2\text{hr})=1$
- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA, $\mu_{PAROBAYA}(35)=1$
- apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA, $\mu_{PAROBAYA}(34)=0$

- apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA, $\mu_{PAROBAYA}$(35 th - 1 hr)=0.

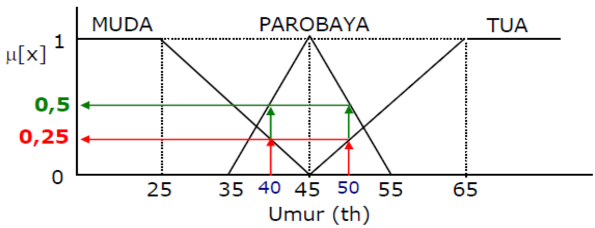
Dari sini bisa dikatakan bahwa pemakaian himpunan crisp untuk menyatakan umur sangat tidak adil, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan kategori yang cukup signifikan.

Pada himpunan fuzzy, nilai keanggotaan suatu item *x* dalam suatu himpunan *A*, yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, terletak pada selang nilai [0,1].

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$$

Pada contoh 2, kasus umur MUDA, PAROBAYA, DEWASA, himpunan fuzzy digunakan untuk mengantisipasi masalah tersebut. Seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda, MUDA dan PAROBAYA, PAROBAYA dan TUA, dsb. Seberapa besar eksistensinya dalam himpunan tersebut dapat dilihat pada **nilai keanggotaannya**.

Misalkan secara grafis, keanggotaan dalam bentuk fuzzy digambarkan:



Sehingga :

- ❑ Seseorang yang berumur 40 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan μ_{MUDA}(40)=0,25; namun dia juga termasuk dalam himpunan
  PAROBAYA dengan $\mu_{PABOBAYA}$(40)=0,5.
- ❑ Seseorang yang berumur 50 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan μ_{MUDA}[50]=0,25; namun dia juga termasuk dalam himpunan
  PAROBAYA dengan $\mu_{PABOBAYA}$(50)=0,5.

Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu:

- ❑ Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: MUDA, PAROBAYA, TUA.

- ❑ Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dsb.

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem fuzzy, yaitu:

- Variabel fuzzy

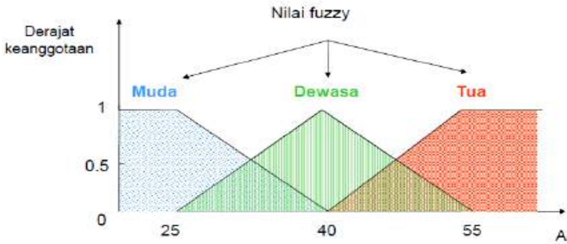
  Variabel fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy.

  Contoh: umur, temperatur, permintaan, dsb.
- Himpunan fuzzy

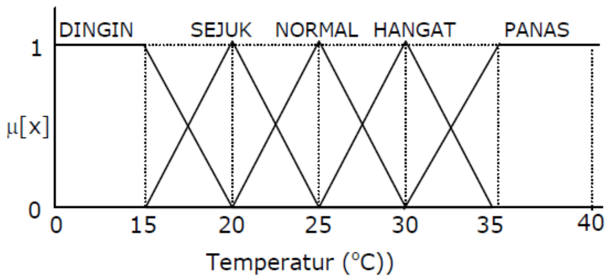
  Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.

Contoh 1.3:

- Variabel umur (*age*), terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy, yaitu: MUDA, DEWASA, dan TUA.



- Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan fuzzy, yaitu:DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS.



- Semesta Pembicaraan

  Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

<u>Contoh 1.4:</u>

- Semesta pembicaraan untuk variabel umur: [0 , +∞)
- Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur: [0 , 40]

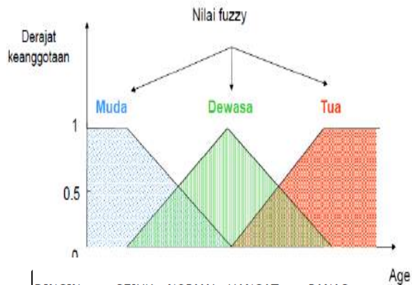
- Domain

  Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.

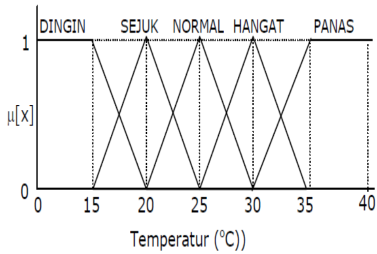
  Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

<u>Contoh 1.5 :</u>

- ❑ MUDA = [0 , 40]
  DEWASA = [25 , 55]
  TUA = [40 , +∞)



- ❑ DINGIN = [0 , 20]
  SEJUK = [15 , 25]
  NORMAL = [20 , 30]
  HANGAT = [25 , 35]
  PANAS = [30 , 40]



1.3. Probabilitas Vs Fuzzy

Terkadang kemiripan antara keanggotaan fuzzy dengan probabilitas menimbulkan kerancuan. Keduanya memiliki nilai pada interval [0,1], namun interpretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Keanggotaan fuzzy memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasikan proporsi terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang.

Misalnya, jika nilai keanggotaan suatu himpunan fuzzy MUDA adalah 0,9; maka tidak perlu dipermasalahkan berapa seringnya nilai itu diulang secara individual untuk mengharapkan suatu hasil yang hampir pasti muda. Di lain pihak, nilai probabilitas 0,9 MUDA berarti 10% dari himpunantersebut diharapkan tidak muda.

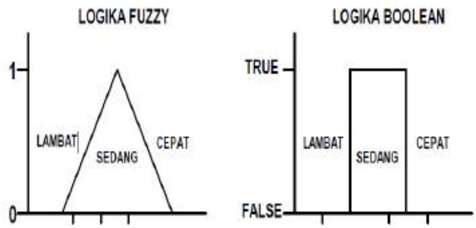
Contoh kasus:

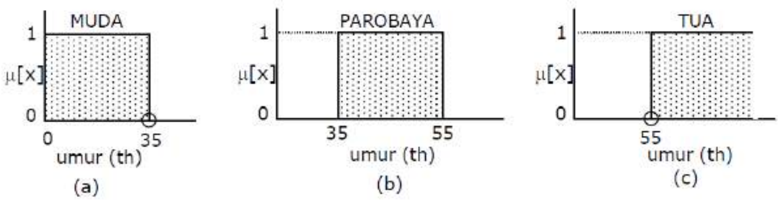
- ❑ Probabilitas botol 1 berisi air beracun adalah 0.5 dan 0.5 berisi air murni
  {mungkin air tersebut tidak beracun}
- ❑ Isi botol 2 memiliki nilai keanggotaan 0.5 pada himpunan air berisi racun
  {air pasti beracun}.

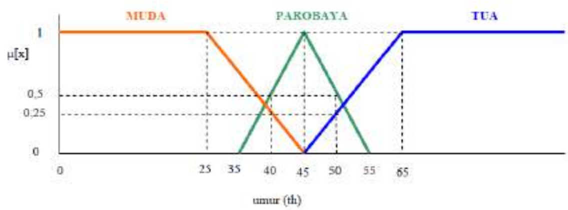
2 Teori Dasar Fuzzy

2.1. Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu pengembangan lebih lanjut tentang konsep himpunan dalam matematika. Himpunan *Fuzzy* adalah rentang nilai yang masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan (*membership)* antara 0 sampai 1. Jika dalam logika *Boolean* menggambarkan nilai-nilai *"benar"* atau *"salah",* logika *fuzzy* menggunakan ungkapan misalnya : "sangat lambat","agak sedang", "sangat cepat"dan lain-lain untuk mengungkapkan derajat intensitasnya.







Suatu himpunan fuzzy A dalam semesta pembicaraan dinyatakan dengan fungsi keanggotaan (membership function) μ_A , yang harganya berada dalam interval [0,1].

Secara matematika hal ini dinyatakan dengan :

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

Himpunan fuzzy *A* dalam semesta pembicaraan *U* biasa dinyatakan sebagai sekumpulan pasangan elemen *x* ($x \in U$) dengan derajat keanggotaan (grade of membership) :

$$A=\{(x, \mu_A(x)), x \in U\}$$

2.2. Cara Menuliskan Himpunan Fuzzy

Cara 1: **Sebagai himpunan pasangan berurutan**

$$A = \{ (x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \ldots, (x_n, \mu_A(x_n)) \}$$

<u>Contoh 2.1</u>

Misalkan

X = {becak, sepeda motor, mobil kodok(VW), mobil kijang, mobil carry}

A = himpunan kendaraan yang nyaman dipakai untuk bepergian jarak jauh oleh keluarga besar (terdiri dari ayah, ibu, dan empat orang anak)

Didefinisikan bahwa,

x_1 = becak, $\mu_A(x_1) = 0$

x_2 = sepeda motor, $\mu_A(x_2) = 0.1$

x_3 = mobil kodok, $\mu_3) = 0.5$

x_4 = mobil kijang, $\mu_A(x_4) = 1.0$

x_5 = mobil carry, $\mu_A(x_5) = 0.8$

maka, dalam himpunan fuzzy,

A = { (becak, 0), (sepeda motor, 0.1), (mobil kodok, 0.5),(mobil kijang, 1.0), (mobil carry, 0.8) }

Cara 2: **Menyebut fungsi keanggotaan**.

Cara ini digunakan bila anggota himpunan fuzzy bernilai kontinu (real)

<u>Contoh 2.2.</u>

Misalkan A = himpunan bilangan riil yang dekat dengan 2

Maka, dalam himpunan fuzzy,

$$A = \{(x, \mu(x)) \mid \mu(x) = 1/(1 + (x - 2)^2 \}$$

Cara 3: **Dengan menuliskan sebagai (diskrit)**

$A = \{ \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \ldots + \mu_A(x_n)/x_n \}$

$$= \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i) / x_i$$

Tanda + menyatakan operator gabungan

<u>Contoh 2.3 :</u>

X = himpunan bilangan bulat positif

A = bilangan bulat yang dekat 10

= { 0.1/7 + 0.5/8 + 1.0/10, 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13 }

Cara 4: **Dengan menuliskan sebagai (kontinu)**

A = $\int \mu_A(x) / x$ dengan $\mu_A(x)$ didefinisikan.

<u>Contoh 2.4</u>

A = bilangan real yang dekat ke nol

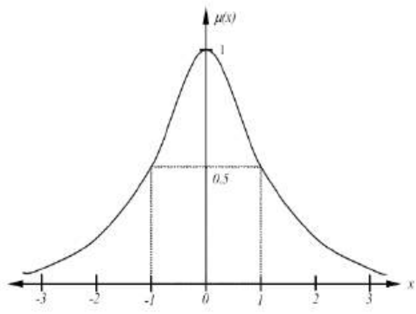
$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\mu_A(1) = \frac{1}{1+1^2} = 0.5$$

$$\mu_A(-1) = \frac{1}{1+(-1)^2} = 0.5$$

$$\mu_A(2) = \frac{1}{1+(2)^2} = 0.2$$



2.3. Operasi Dasar *Fuzzy Set*

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α–predikat.

Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh (disebut OPERASI DASAR ZADEH) ,yaitu:

- Operator AND
- Operator OR
- Operator NOT

2.3.1. Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan. α–predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A\cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

<u>Contoh 2.5 :</u>

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0.6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]=0.8$); maka α–predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned} \mu_{MUDA \cap GAJITINGGI} &= \min(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]) \\ &= \min(0.6, 0.8) = 0.6 \end{aligned}$$

2.3.2. Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan. α– predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A\cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

<u>Contoh 2.6:</u>

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0.6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]=0.8$); maka α–predikat untuk usia MUDA atau berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned} \mu_{MUDA \cup GAJITINGGI} &= \max(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]) \\ &= \max(0.6, 0.8) \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

2.3.3. Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan. α–predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A[x]$$

Contoh 2.7:

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0.6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]=0.8$); maka α–predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah:

$$\mu_{MUDA'} = 1 - 0.6 = 0.4$$

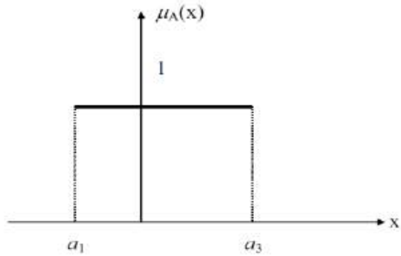
2.4. Bilangan *Fuzzy*

Bilangan fuzzy adalah ekspresi dari sebuah himpunan fuzzy yg terdefinisi sebagai interval fuzzy dalam bilangan real.

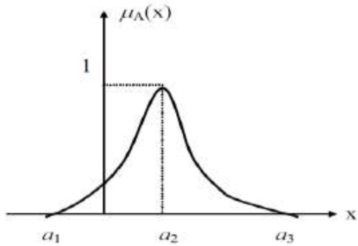
2.4.1. Interval *Fuzzy*

Jika suatu inteval dinotasikan $A = [a_1,a_3]$ dengan $a_1<a_3$ dan $a_1 a_3 \in$ R. Suatu fungsi keanggotaan (membership function) dalam bentuk interval dinyatakan :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ 1, & a_1 \le x \le a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$

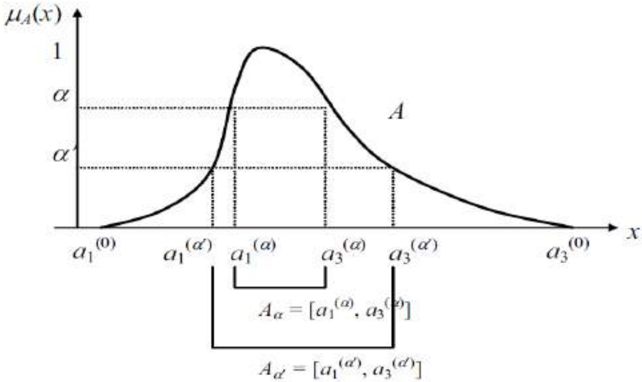


Selama batas dari interval adalah ambigu/kabur, intervalnya juga merupakan sebuah himpunan fuzzy. Interval fuzzy dinyatakan dengan 2 titik batas akhir (a_1 dan a_3) dan satu titik puncak a_2 dinotasikan $[a_1,a_2,a_3]$



Suatu operasi α-cut pada himpunan untuk membuat keanggotaan tidak lebih dari α. Pada bilangan fuzzy, α-cut pada bilangan fuzzy A dinyatakan

$$A_\alpha=[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$$



α-cut pada bilangan fuzzy ($\alpha' < \alpha$) sehingga $A_\alpha \subseteq A_{\alpha'}$

Operasi pada Interval

Operasi pada bilangan fuzzy dapat digeneralisasi dari interval crisp.

Jika $A=[a_1,a_3]$ dan $B=[b_1,b_3]$, $\forall\ a_1,a_3,b_1,b_3 \in R$, maka :

- Penjumlahan

  $[a_1,a_3]\ (+)\ [b_1,b_3] = [a_1 + b_1,\ a_3 + b_3]$
- Pengurangan

  $[a_1,a_3]\ (-)\ [b_1,b_3] = [a_1 - b_3,\ a_3 - b_1]$
- Perkalian

  $[a_1, a_3]\ (\bullet)\ [b_1, b_3] = [a_1 \bullet b_1 \wedge a_1 \bullet b_3 \wedge a_3 \bullet b_1 \wedge a_3 \bullet b_3,\ a_1 \bullet b_1 \vee a_1 \bullet b_3 \vee a_3 \bullet b_1 \vee a_3 \bullet b_3]$
- Pembagian

  $[a_1, a_3]\ (/)\ [b_1, b_3] = [a_1 / b_1 \wedge a_1 / b_3 \wedge a_3 / b_1 \wedge a_3 / b_3,\ a_1 / b_1 \vee a_1 / b_3 \vee a_3 / b_1 \vee a_3 / b_3]$
- Invers

  $$[a_1, a_3]^{-1} = [1 / a_1 \wedge 1 / a_3,\ 1 / a_1 \vee 1 / a_3]$$

Jika interval/himpunan A dan B terdefinisi di R^+ , maka operasi perkalian, pembagian dan invers dapat disederhanakan menjadi :

- Perkalian $[a_1,a_3]\ (\bullet)\ [b_1,b_3] = [a_1 \bullet b_1,\ a_3 \bullet b_3]$
- Pembagian $[a_1,a_3]\ (/)\ [b_1,b_3] = [a_1/b_3,\ a_3/b_1]$
- Invers $[a_1,a_3]^{-1} = [1/a_3,\ 1/a_1]$
- Minimum $[a_1,a_3]\ (\wedge)\ [b_1,b_3] = [a_1 \wedge b_1,\ a_3 \wedge b_3]$
- Maksimum $[a_1,a_3]\ (\vee)\ [b_1,b_3] = [a_1 \vee b_1,\ a_3 \vee b_3]$

Contoh 2.8:

Jika A=[3,5] dan B=[-2,7], maka

A(+)B = [3 – 2, 5 + 7] = [1, 12]

A(–)B = [3 – 7, 5 + 2] = [-4, 7]

A(•)B = [3•(-2) $\wedge$ 3•7 $\wedge$ 5•(-2) $\wedge$ 5•7 , 3•(-2) $\vee$ 3•7$\vee$ 5•(-2) $\vee$ 5•7]

= [-6 $\wedge$ 21 $\wedge$ -10 $\wedge$ 35 , -6 $\vee$ 21 $\vee$ -10 $\vee$ 35] = [-10, 35]

Operasi pada α-cut Interval

Jika A=[a_1,a_3] dengan A_α =[$a_1^{(\alpha)}$,$a_3^{(\alpha)}$] dan B=[b_1,b_3] dengan B_α =[$b_1^{(\alpha)}$,$b_3^{(\alpha)}$] $\forall$ α[0,1],a_1,a_3,$a_1^{(\alpha)}$,$a_3^{(\alpha)}$,b_1,b_3,$b_1^{(\alpha)}$,$b_3^{(\alpha)}$ $\in$ R , maka:

- Penjumlahan

  [$a_1^{(\alpha)}$,$a_3^{(\alpha)}$] (+) [$b_1^{(\alpha)}$,$b_3^{(\alpha)}$] = [$a_1^{(\alpha)}$ + $b_1^{(\alpha)}$, $a_3^{(\alpha)}$+$b_3^{(\alpha)}$]
- Pengurangan

  [$a_1^{(\alpha)}$,$a_3^{(\alpha)}$] (–) [$b_1^{(\alpha)}$,$b_3^{(\alpha)}$] = [$a_1^{(\alpha)}$ – $b_3^{(\alpha)}$, $a_3^{(\alpha)}$ – $b_1^{(\alpha)}$]
- Untuk perkalian dan pembagian berlaku sama

Hasil dari bilangan fuzzy adalah daerah himpunan fuzzy yg dinyatakan dalam fungsi keanggotaan.

(1) Addition: $A\ (+)\ B$

$$\mu_{A(+)B}(z) = \bigvee_{z=x+y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(2) Subtraction: $A\ (-)\ B$

$$\mu_{A(-)B}(z) = \bigvee_{z=x-y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(3) Multiplication: $A\ (\bullet)\ B$

$$\mu_{A(\bullet)B}(z) = \bigvee_{z=x\bullet y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(4) Division: $A\ (/)\ B$

$$\mu_{A(/)B}(z) = \bigvee_{z=x/y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(5) Minimum: $A\ (\wedge)\ B$

$$\mu_{A(\wedge)B}(z) = \bigvee_{z=x\wedge y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(6) Maximum: $A\ (\vee)\ B$

$$\mu_{A(\vee)B}(z) = \bigvee_{z=x\vee y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

Perkalian skalar a pada interval [b_1, b_3] berlaku

$$a[b_1, b_3] = [a \bullet b_1 \wedge a \bullet b_3, a \bullet b_1 \vee a \bullet b_3]$$

Contoh 2.9 :

$$\begin{aligned} -4.15\,[-3.55, 0.21] &= [(-4.15) \bullet (-3.55) \wedge (-4.15) \bullet 0.21, (-4.15) \bullet (-3.55) \\ &\quad \vee (-4.15) \bullet 0.21] \\ &= [14.73 \wedge -0.87, 14.73 \vee -0.87] \\ &= [-0.87, 14.73] \quad \square \end{aligned}$$

Demikian berlaku pada α-cut interval :

$$\forall \alpha \in [0, 1],\ b_1^{(\alpha)},\ b_3^{(\alpha)} \in \Re$$

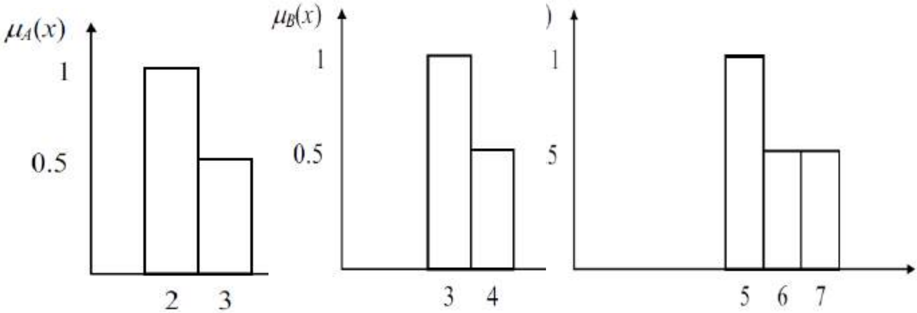
$$a[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a \bullet b_1^{(\alpha)} \wedge a \bullet b_3^{(\alpha)}, a \bullet b_1^{(\alpha)} \vee a \bullet b_3^{(\alpha)}]$$

2.4.2. Contoh Operasi Bilangan Fuzzy

Himpunan fuzzy A dan B yg dinyatakan dalam bilangan diskret.

A={(2,1),(3,0.5)}, B={(3,1),(4,0.5)}

$x \in A$, $y \in B$, dan $z \in A(+)B$



- z<5 $\quad\quad \mu_{A(+)B}(z) = 0$
- z = 5

  x + y = 2 + 3

  $\mu_A(2)+\mu_B(3) = 1 \wedge 1 = 1$

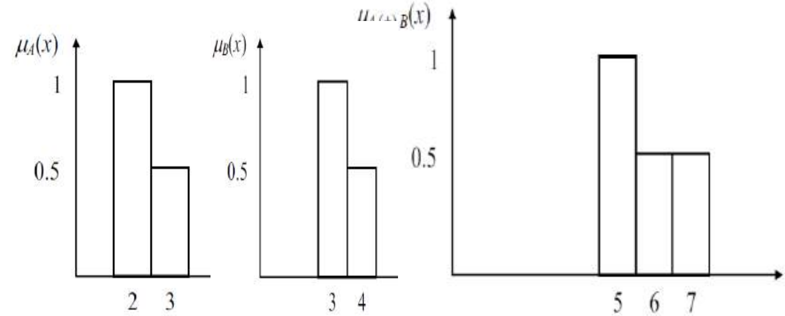
  $\mu_{A(+)B}(5) = \vee_{5=2+3}(1) = 1$
- z = 6

  x + y = 2 + 4 atau x + y = 3 + 3

  $\mu_A(2)+\mu_B(4) = 1 \wedge 0.5 = 0.5$

  $\mu_A(3)+\mu_B(3) = 0.5 \wedge 1 = 0.5$

  $\mu_{A(+)B}(6) = \bigvee_{\substack{6=2+4\\6=3+3}} (0.5, 0.5) = 0.5$



- ☐ $z = 7$

  $x + y = 3 + 4$

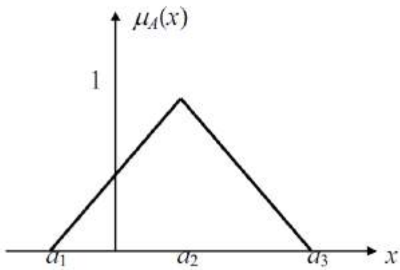
  $\mu_A(3)+\mu_B(4) = 0.5 \wedge 0.5 = 0.5$

  $\mu_{A(+)B}(7) = \vee_{7=3+4}(0.5) = 0.5$
- ☐ $z > 7$ $\quad \mu_{A(+)B}(z) = 0$
- ☐ $A(+)B = \{(5,1),(6,0.5),(7,0.5)\}$

2.4.3. *Triangular Fuzzy Number*

<u>Definisi</u> : Triangular fuzzy number direpresentasikan dengan titik, dinotasikan $A = (a_1,a_2,a_3)$ dengan fungsi keanggotaan :

$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \le x \le a_2 \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_2 \le x \le a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$



<u>Operasi pada TFN</u>

- ☐ Hasil dari penjumlahan dan pengurangan TFN menghasilkan TFN juga
- ☐ Hasil dari perkalian dan pembagian TFN tidak menghasilkan TFN
- ☐ Operasi Max atau Min pada TFN tidak menghasilkan TFN

Misalkan TFN, $A = (a_1,a_2,a_3)$, $B = (b_1,b_2,b_3)$, maka

- Penjumlahan

  $A(+)B = (a_1,a_2,a_3)(+)(b_1,b_2,b_3) = (a_1+b_1,\ a_2+b_2,\ a_3+b_3)$
- Pengurangan

  $A(-)B = (a_1,a_2,a_3)(-)(b_1,b_2,b_3) = (a_1-b_3,\ a_2-b_2,\ a_3-b_1)$

- Symetric image
  $-(A) = (-a_3, -a_2, -a_1)$ juga TFN

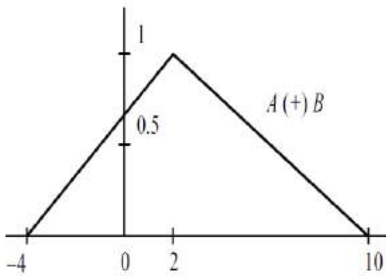
<u>Contoh 2.10:</u>

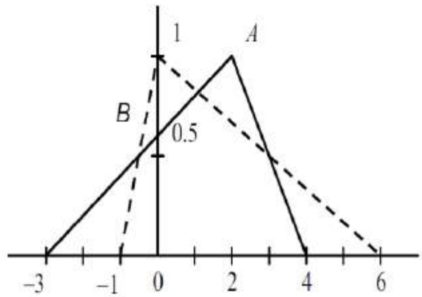
Misalkan TFN : A = (-3,2,4), B=(-1,0 6), berapakah A(+)B dan A(–)B. Gambarkan grafik[2]nya dan fungsi keanggotaannya

Penyelesaian :

A(+)B = (-3+(-1), 2+0, 4+6)=(-4,2,10)

A(–)B = (-3–6, 2–0, 4–(-1))=(-9,2,5)





$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \dfrac{x+3}{2+3}, & -3 \le x \le 2 \\ \dfrac{4-x}{4-2}, & 2 \le x \le 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases} \qquad \mu_{(B)}(y) = \begin{cases} 0, & y < -1 \\ \dfrac{y+1}{0+1}, & -1 \le y \le 0 \\ \dfrac{6-y}{6-0}, & 0 \le y \le 6 \\ 0, & y > 6 \end{cases}$$

$\mu_{A(+)B}(2) = \vee_{2=x+y}[\mu_A(-3) \wedge \mu_B(5), \mu_A(-2) \wedge \mu_B(4), \mu_A(-1) \wedge \mu_B(3),$
$\mu_A(0) \wedge \mu_B(2), \mu_A(1) \wedge \mu_B(1)]$

$= \vee_{2=x+y}[0 \wedge 1/6, 1/5 \wedge 2/6, 2/5 \wedge 3/6, 3/5 \wedge 4/6, 4/5 \wedge 5/6]$

$= \vee_{2=x+y}[0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5]$

$= 4/5$

$\mu_{A(+)B}(2) = (2+4)/6 = 1$
Atau
$\mu_{A(+)B}(2) = (10 - 2)/8 = 1$

$$\mu_{A(+)B}(z) = \begin{cases} 0, & z < -4 \\ \dfrac{z+4}{6}, & -4 \le z \le 2 \\ \dfrac{10-z}{8}, & 2 \le z \le 10 \\ 0, & z > 10 \end{cases}$$

2.5. Fungsi Implikasi Fuzzy

Tiap-tiap aturan (proposisi) pada basis pengetahuan fuzzy akan berhubungan dengan suatu relasi fuzzy. Bentuk umum dari aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi adalah:

IF x is A THEN y is B

dengan x dan y adalah skalar, dan A dan B adalah himpunan fuzzy.

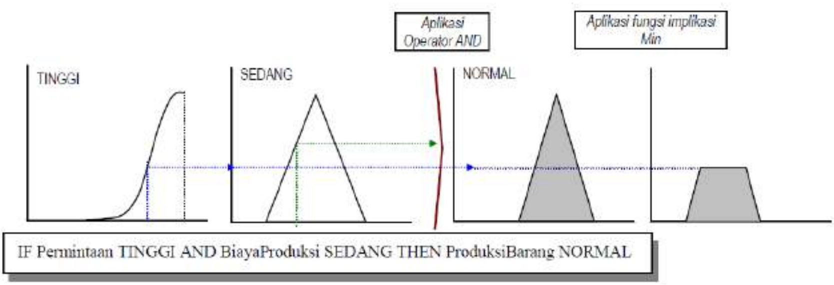
Proposisi yang mengikuti IF disebut sebagi **anteseden**, sedangkan proposisi yang mengikuti THEN disebut sebagai **konsekuen**. Proposisi ini dapat diperluas dengan menggunakan operator fuzzy, seperti:

IF (x_1 is A_1)•(x_2 is A_2)•(x_3 is A_3)• ......•(x_n is A_n) THEN y is B

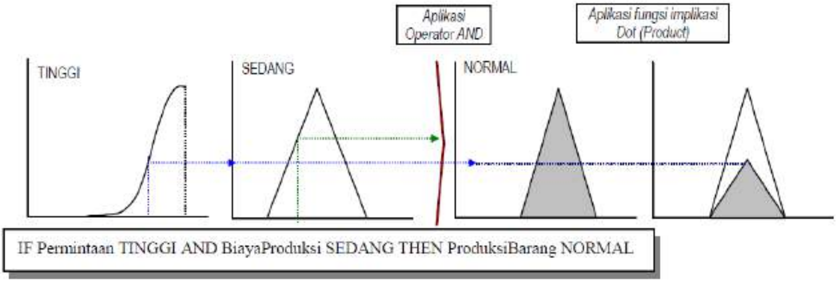
dengan • adalah operator (misal: OR atau AND)
Secara umum, ada 2 fungsi implikasi yang dapat digunakan, yaitu:

- Min (minimum). Fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy.
- Dot (product). Fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy.

Contoh aplikasi fungsi implikasi MIN:



Contoh aplikasi fungsi implikasi DOT(Product):



Kedua fungsi implikasi ini menjadi dasar dibentuknya Fuzzy Inference System (FIS) dengan 3 metode :

- Tsukamoto
- Mamdani
- Sugeno

3 Fungsi Keanggotaan Fuzzy

3.1. Pendahuluan

Fungsi Keanggotaan (membership function) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya. Sering juga disebut dengan derajat keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi . Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan:

- Kurva Linear
- Kurva Segitiga
- Kurva Trapesium
- Kurva Bahu
- Kurva S
- Kurva Lonceng

3.2. Kurva Linear

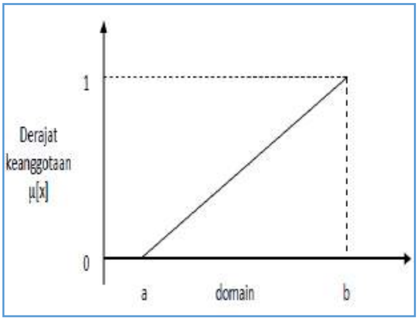
Pada kurva linear, pemetaan input ke derajat keanggotannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear :

1. Linear Naik

Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x]=\begin{cases}0 & ,x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a} & ,a<x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$$

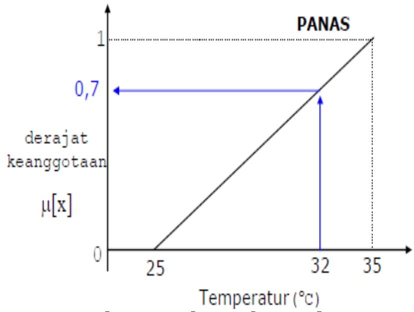


Contoh 3.1 :

Tentukan derajat keanggotaan variabel temperatur 32^0C pada himpunan PANAS

Penyelesaian

$\mu_{PANAS}[32]$ = (32-25)/(35-25)
= 7/10
= 0.7

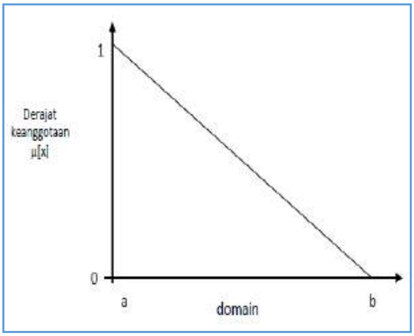


2. Linear Turun

Kurva/garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x]=\begin{cases}0 & ,x\ge b\\ \dfrac{b-x}{b-a} & ,a<x<b\\ 1 & x\le a\end{cases}$$

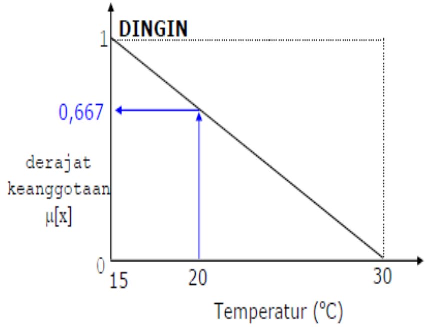


Contoh 3.2 :

Tentukan derajat keanggotaan variabel temperatur 20^0C pada himpunan DINGIN

Penyelesaian

$\mu_{DINGIN}[20]$ = (30-20)/(30-15)
= 10/15 = 0,667

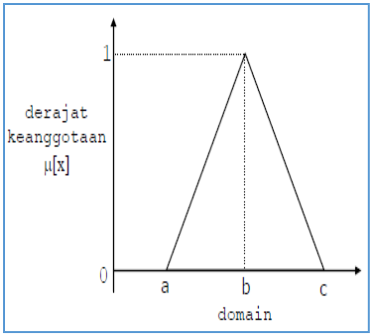


3.3. Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 kurva linear yaitu linear turun dan linear naik Disebut kurva segitiga karena membentuk bidang segitiga

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x \le a \cup x \ge c \\ (x-a)/(b-a) & , a < x < b \\ 1 & , x = b \\ (c-x)/(c-b) & , b < x < c \end{cases}$$

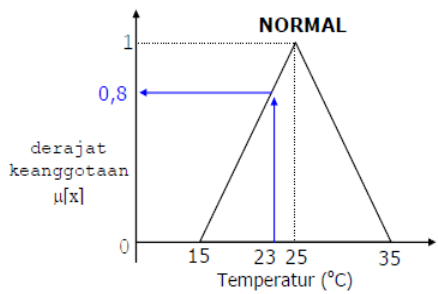


Contoh 3.3 :

Derajat keanggotaan untuk variabel temperatur 23^0C pada himpunan NORMAL

Penyelesaian

$\mu_{NORMAL}[23]$ = (23-15)/(25-15)
= 8/10 = 0.8

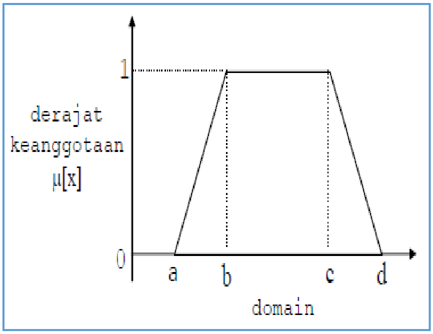


3.4. Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1. Membentuk bidang trapesium

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x \le a \cup x \ge d \\ (x-a)/(b-a) & , a < x < b \\ 1 & , b \le x \le c \\ (d-x)/(d-c) & , c < x < d \end{cases}$$

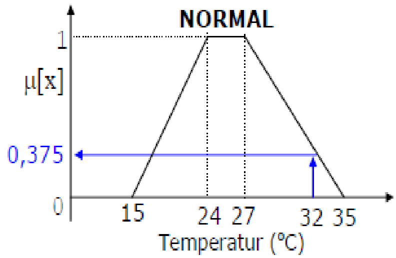


<u>Contoh 3.4 :</u>

Derajat keanggotaan untuk variabel temperatur 32^0C pada himpunan NORMAL

Penyelesaian

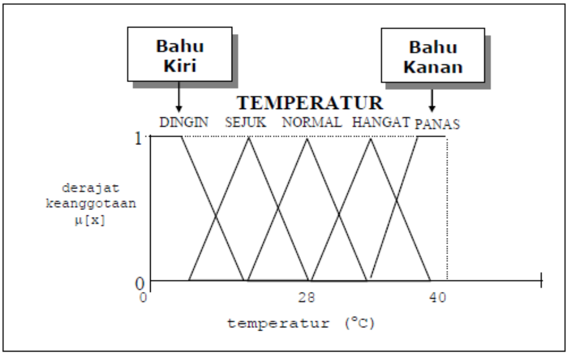
$\mu_{NORMAL}[32]$ = (35-32)/(35-27)
= 3/8
= 0.375



3.5. Kurva Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS.

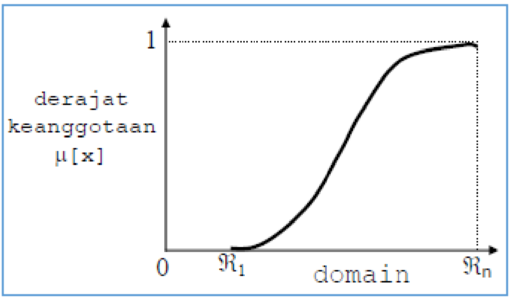
Himpunan fuzzy 'bahu', (bukan segitiga), digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar.



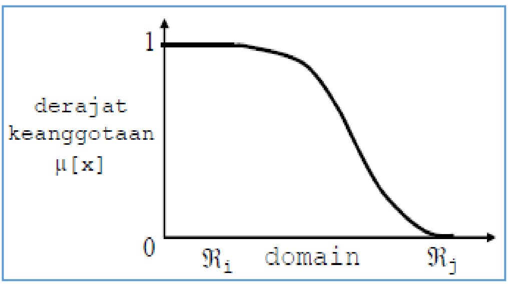
3.6. Kurva S(Sigmoid)

Kurva-S atau sigmoid berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear. Disebut juga kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi.

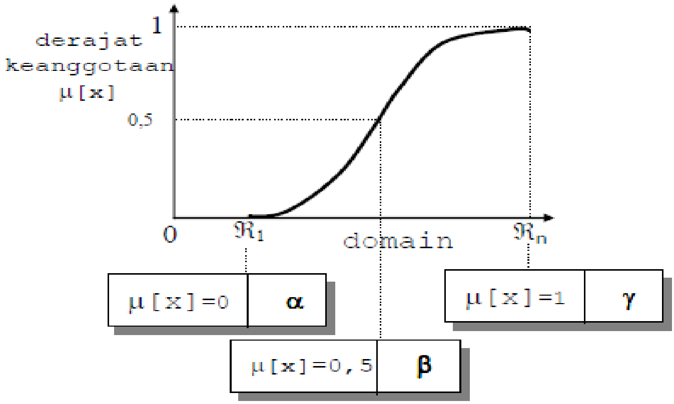


Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0)



Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu:

- nilai keanggotaan nol (α),
- nilai keanggotaan lengkap (γ), dan
- titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar



Fungsi Keanggotaan Kurva Sigmoid (Pertumbuhan) :

$$S(x;\alpha,\beta,\gamma)=\begin{cases} 0 & ,x\le\alpha \\ 2\left(\dfrac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & ,\alpha<x<\beta \\ 0.5 & ,x=\beta \\ 1-2\left(\dfrac{\gamma-x}{\gamma-\alpha}\right)^2 & ,\beta<x<\gamma \\ 1 & ,x\ge\gamma \end{cases}$$

Catatan : Nilai $\beta = \alpha + (\gamma - \alpha)/2$

Contoh 3.5 :

Tentukan derajat keanggotaan variabel umur 50 thn untuk himpunan TUA pada kurva sigmoid pertumbuhan

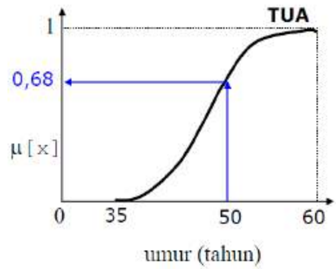
Penyelesaian

β = 35+(60 – 35)/2

= 35+25/2 = 35 + 12.5 = 47.5

Maka

$\mu_{TUA}[50]$ $= 1 - 2((60\text{-}50)/(60\text{-}35))^2$
$= 1 - 2(10/25)^2$
$= 1 - 2(0.4)^2$
$= 1 - 0.32 = 0.68$



Fungsi Keanggotaan Kurva Sigmoid (Penyusutan) :

$$S(x;\alpha,\beta,\gamma)=\begin{cases} 1 & ,x\le\alpha \\ 1-2\left(\dfrac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & ,\alpha<x<\beta \\ 0.5 & ,x=\beta \\ 2\left(\dfrac{\gamma-x}{\gamma-\alpha}\right)^2 & ,\beta<x<\gamma \\ 0 & ,x\ge\gamma \end{cases}$$

Catatan : Nilai $\beta = \alpha + (\gamma - \alpha)/2$

<u>Contoh 3.6 :</u>

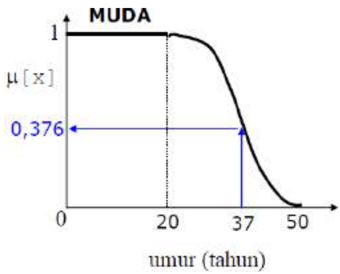
Tentukan derajat keanggotaan variabel umur 37 thn untuk himpunan MUDA pada kurva sigmoid penyusutan

Penyelesaian

β $= 20+(50 - 20)/2$
$= 20+30/2 = 20+15 = 35$

Maka

$\mu_{MUDA}[37]$ $= 2((50\text{-}37)/(50\text{-}20))^2$
$= 2(13/30)^2$
$= 0.376$



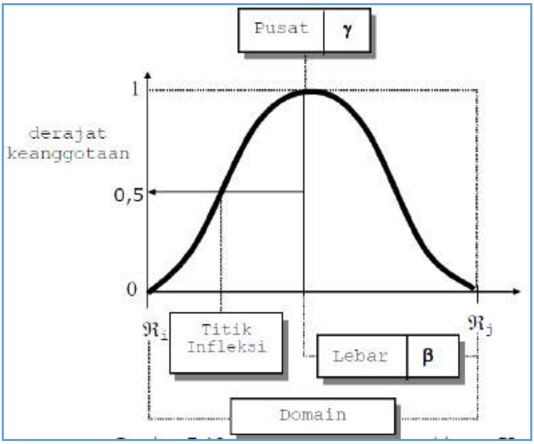
3.7. Kurva Lonceng

Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu:

- Kurva Phi (π)
- Kurva Beta
- Kurva Gauss

Perbedaan dari ketiga kurva ini hanya terletak pada gradiennya.

Untuk kurva Phi berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β). Atau merupakan gabungan kurva Sigmoid Pertumbuhan dan Penyusutan.

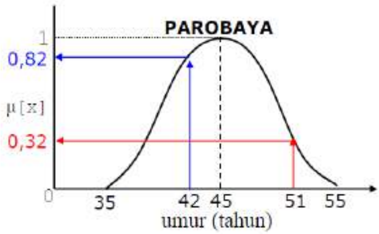


Fungsi keanggotaannya adalah :

$$\Pi(x,\beta,\gamma)=\begin{cases} S\left(x;\gamma-\beta,\gamma-\dfrac{\beta}{2},\gamma\right) & ,x\le\gamma \\ 1-S\left(x;\gamma,\gamma+\dfrac{\beta}{2},\gamma+\beta\right) & ,x>\gamma \end{cases}$$

<u>Contoh 3.7 :</u>

Tentukan derajat keanggotaan variabel umur 42 dan 51 thn untuk himpunan PAROBAYA

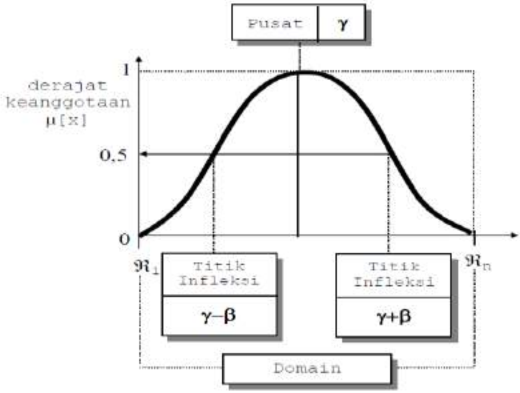


Penyelesaian

$\mu_{PAROBAYA}[42] = 1 - 2((45-42)/(45-35))^2$
$= 1 - 2(3/10)^2$
$= 0.82$

$\mu_{PAROBAYA}[51] = 2((55-51)/(55-45))^2$
$= 2(4/10)^2$
$= 0.32$

Seperti kurva Phi, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β).



Fungsi keanggotaannya adalah :

$$B(x;\gamma,\beta)=\frac{1}{1+\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^2}$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva Phi adalah fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.

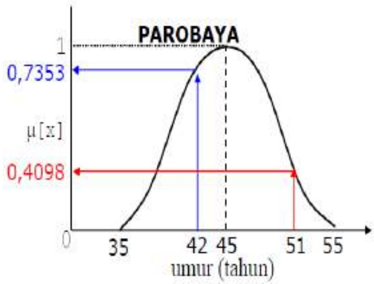
<u>Contoh 3.8 :</u>

Derajat keanggotaan untuk variabel umur 42 dan 51 thn pada himpunan PAROBAYA

Penyelesaian

$\mu_{PAROBAYA}[42]$ = 1/(1+((42-45)/5)^2)
= 0.7353

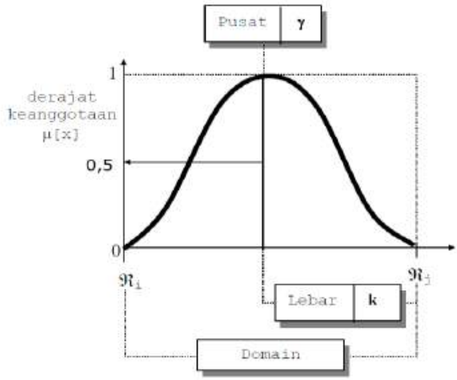
$\mu_{PAROBAYA}[51]$ = 1/(1+((51-45)/5)^2)
= 0.4098



Jika kurva Phi dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (k), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva.

Fungsi Keanggotaannya :

$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma - x)^2}$$



4 Fuzzy Inference System

4.1. Pengertian *Fuzzy Inference System*

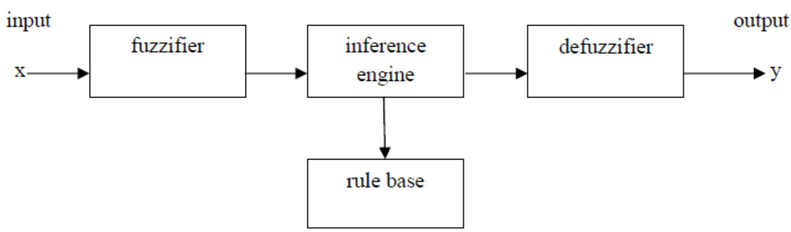
Sistem inferensi fuzzy (*FIS*) adalah sebuah framework komputasi popular berdasarkan pada konsep teori himpunan fuzzy, aturan *if - then* fuzzy, dan penalaran fuzzy. Terdapat tiga komponen konsep *FIS* yaitu :

- **baris aturan**, mengandung seleksi dari aturan – aturan fuzzy;
- **basis data**, mendefinisikan *MF – MF* yang digunakan dalam aturan fuzzy; dan
- **mekanisme penalaran**, melakukan prosedur inferensi pada aturan – aturan dan fakta – fakta yang diberikan untuk menarik output atau konklusi yang *reasonable*.

FIS dapat mengambil input fuzzy maupun input tegas (sebagai *fuzzy singleton*), tapi output yang dihasilkan hampir selalu himpunan fuzzy. Kadang kala output tegas dibutuhkan, sehingga dibutuhkan metode **defuzifikasi** untuk mengekstrak nilai tegas paling baik merepresentasikan himpunan fuzzy.

Sistem inferensi *fuzzy* (*Fuzzy Inference System*) pada dasarnya mendefinisikan pemetaan nonlinear dari vektor data *input* menjadi scalar *output*. Proses pemetaan melibatkan *input / output* fungsi keanggotaan, operator - operator *fuzzy*, aturan *fuzzy if - then*, agregasi dari himpunan *output* dan *defuzzification*.

Model umum dari sistem inferensi *fuzzy* ditunjukkan pada gambar berikut ini:



Sistem inferensi *fuzzy* memiliki empat komponen, yaitu: *fuzzifier, inference engine*, *rule base* dan *defuzzifier*. *Rule base* memiliki aturan linguistik yang diberikan oleh para ahli. Juga mungkin dapat mengambil aturan dari data numerik. Sekali aturan telah ditetapkan, sistem inferensi *fuzzy* dapat dilihat sebagai sebuah sistem yang memetakan sebuah vektor *input* ke vektor *output*. *Fuzzifier* memetakan angka - angka *input* kedalam keanggotaan *fuzzy* yang sesuai. *Inference engine* mendefinisikan pemetaan dari *input* himpunan *fuzzy* kedalam *output* himpunan *fuzzy*. *Defuzzifier* memetakan *output* himpunan *fuzzy* kedalam nomor *crisp*.

Ada 3 metode dalam FIS :

- Tsukamoto
- Sugeno
- Mamdani

4.2. Metode Tsukamoto

Pertama kali diperkenalkan oleh Tsukamoto. Setiap konsekuen (kesimpulan) pada setiap aturan IF-THEN harus direpresentasikan dengan suatu ***himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan monoton.*** Hasilnya, output hasil inferensi dari setiap aturan diberikan secara tegas *(crisp)* berdasarkan *a-predikat*, kemudian menghitung ***rata-rata terbobot.***

Pada metode *Tsukamoto*, implikasi setiap aturan berbentuk implikasi "Sebab-Akibat"/Implikasi "*Input-Output*" dimana antara anteseden dan konsekuen harus ada hubungannya. Setiap aturan direpresentasikan menggunakan himpunan-himpunan *fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan yang monoton. Kemudian untuk menentukan hasil tegas *(Crisp Solution)* digunakan rumus penegasan(defuzifikasi) yang disebut "Metode rata-rata terpusat" atau "Metode defuzifikasi rata-rata terpusat *(Center Average Deffuzzyfier)*.

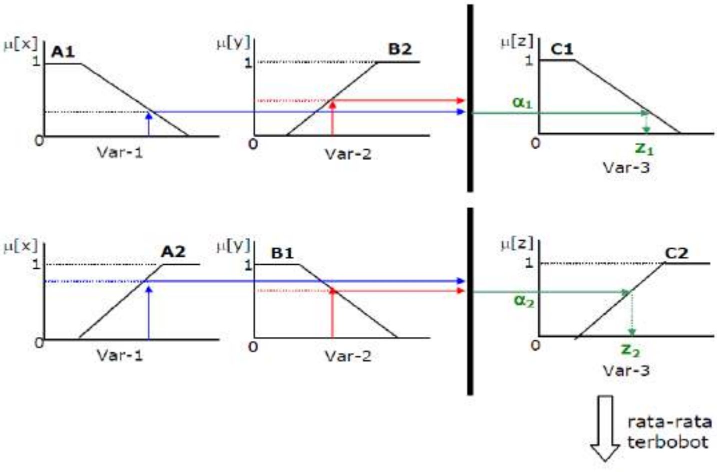
Misalkan ada 2 variabel input, Var-1 (x) dan Var-2(x), serta variabel output,Var-3(z), dimana Var-1 terbagi atas 2 himpunan yaitu A1 dan A2. Var-2 terbagi atas 2 himpunan B1 dan B2, Var-3 juga terbagi atas 2 himpunan yaitu C1 dan C2(C1 dan C2 harus monoton). Ada 2 aturan yang digunakan, yaitu:

[R1] IF (x is A1) and (y is B2) THEN (z is C1)

[R2] IF (x is A2) and (y is B1) THEN (z is C2)

Pertama-tama dicari fungsi keanggotaan dari masing-masing himpunan *fuzzy* dari setiap aturan, yaitu himpunan A1, B2 dan C1 dari aturan *fuzzy* [R1], dan himpunan A2, B1 dan C2 dari aturan *fuzzy* [R2].

Karena pada metode *Tsukamoto* operasi himpunan yang digunakan adalah konjungsi *(AND)*, maka nilai keanggotaan anteseden dari aturan *fuzzy* [R1] adalah irisan dari nilai keanggotaan A1 dari Var-1 dengan nilai keanggotaan B1 dari Var- 2. Menurut teori operasi himpunan pada persamaan 2.7, maka nilai keanggotaan anteseden dari operasi konjungsi (*And)* dari aturan *fuzzy* [R1] adalah nilai minimum antara nilai keanggotaan A1 dari Var-1 dan nilai keanggotaan B2 dari Var-2. Demikian pula nilai keanggotaan anteseden dari aturan *fuzzy* [R2] adalah nilai minimum antara nilai keanggotaan A2 dari Var-1 dengan nilai keanggotaan B1 dari Var-2. Selanjutnya, nilai keanggotaan anteseden dari aturan *fuzzy* [R1] dan [R2] masing-masing disebut dengan α1 dan α2. Nilai α1 dan α2 kemudian disubstitusikan pada fungsi keanggotaan himpunan C1 dan C2 sesuai aturan *fuzzy* [R1] dan [R2] untuk memperoleh nilai z1 dan z2, yaitu nilai z (nilai perkiraan produksi) untuk aturan *fuzzy* [R1] dan [R2]. Untuk memperoleh nilai output *crisp*/nilai tegas Z, dicari dengan cara mengubah input (berupa himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*) menjadi suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Cara ini disebut dengan metode defuzifikasi (penegasan). Metode defuzifikasi yang digunakan dalam metode *Tsukamoto* adalah metode defuzifikasi rata-rata terpusat *(Center Average Defuzzyfier).*



$$z = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

Contoh 4.1 :

Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.

Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan fuzzy sbb:

[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan?

Penyelesaian

Untuk menyelesaikan masalah tersebut perhatikan variabel yang digunakan dalam proses fuzzifikasi yang harus kita lakukan.

Input :

1. Permintaan [1000 5000] {TURUN NAIK}
2. Persediaan [100 600] {SEDIKIT BANYAK}

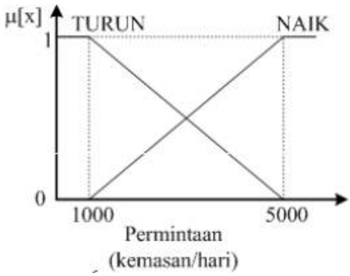
Output :

Jumlah Produksi [2000 7000] BERKURANG BERTAMBAH}

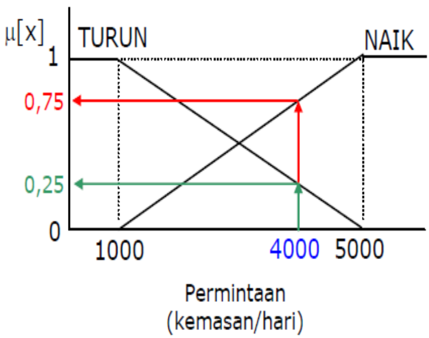
Fungsi Permintaan :

$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x \leq 1000 \\ \dfrac{5000 - x}{4000} & , 1000 < x < 5000 \\ 0 & , x \geq 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x \leq 1000 \\ \dfrac{x-1000}{4000} & ,1000 < x < 5000 \\ 1 & , x \geq 5000 \end{cases}$$



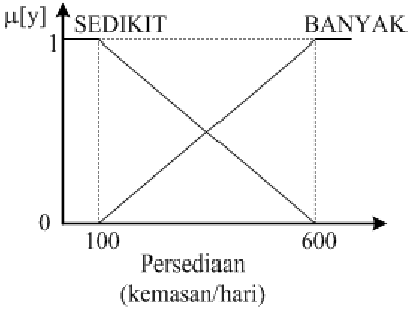
$\mu_{pmtTURUN}[4000]$ = (5000-4000)/4000=1000/4000 = 0.25
$\mu_{pmtNAIK}[4000]$ = (4000-1000)/4000 =3000/4000 = 0.75



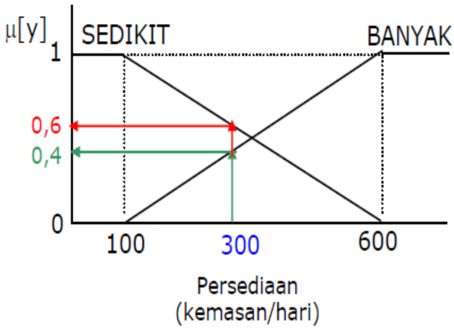
Fungsi Persediaan :

$$\mu_{psdSEDIKIT}[x] = \begin{cases} 1 & , y \leq 1000 \\ \dfrac{600-y}{500} & ,100 < x < 600 \\ 0 & , x \geq 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[x] = \begin{cases} 0 & , y \leq 100 \\ \dfrac{y-100}{500} & ,100 < y < 600 \\ 1 & , y \geq 600 \end{cases}$$



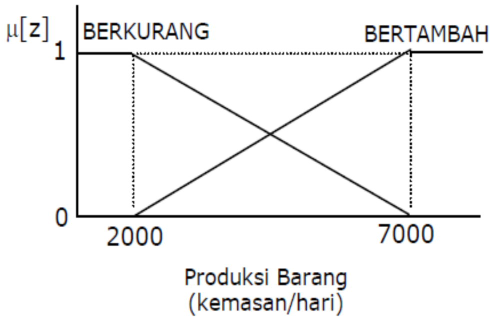
$\mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]$ = (600-300)/500 = 300/500 = 0.6
$\mu_{\text{psdBANYAK}}[300]$ = (300-100)/500 = 200/500 = 0.4



Fungsi Produksi

$$\mu_{proKURANG}[x] = \begin{cases} 1 & , z \leq 2000 \\ \dfrac{7000 - z}{5000} & ,2000 < z < 7000 \\ 0 & , z \geq 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{proTAMBAH}[x] = \begin{cases} 0 & , z \leq 2000 \\ \dfrac{z - 2000}{5000} & ,2000 < z < 7000 \\ 1 & , z \geq 7000 \end{cases}$$



☐ Nilai z untuk setiap aturan dengan diperoleh :

[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{pmtTURUN \cap psdBANYAK}\\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000], \mu_{psdBANYAK}[300])\\ &= \min(0.25\ ,\ 0.4)\\ &= 0.25\end{aligned}$$

Perhatikan himpunan Produksi Barang BERKURANG,

$$\begin{aligned}(7000 - z_1)/5000 &= 0.25\\ 7000 - z_1 &= 1250\\ z_1 &= 7000 - 1250\\ &= 5750\end{aligned}$$

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{pmtTURUN \cap psdSEDIKIT}\\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000], \mu_{psdSEDIKIT}[300])\\ &= \min(0.25\ ,\ 0.6)\\ &= 0.25\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERKURANG,

$$\begin{aligned}(7000 - z_2)/5000 &= 0{,}25\\ z_2 &= 5750\end{aligned}$$

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{pmtNAIK \cap psdBANYAK}\\ &= \min(\mu_{pmtNAIK}[4000]\ ,\ \mu_{psdBANYAK}[300])\\ &= \min(0.75\ ,\ 0.4)\\ &= 0.4\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

$(z_3 - 2000)/5000 = 0{,}4$

$z_3 = 4000$

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{pmtNAIK \cap psdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{pmtNAIK}[4000], \mu_{psdSEDIKIT}[300]) \\ &= \min(0.75\ ,\ 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

$(z_4 - 2000)/5000 = 0{,}6$

$z_4 = 5000$

Nilai z diperoleh :

$$z = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 z_3 + \alpha_4 z_4}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}$$

$$= \frac{(0.25)(5750) + (0.25)(5750) + (0.4)(4000) + (0.6)(5000)}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6}$$

$$= \frac{7475}{1.5} = 4983$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak 4983 kemasan.

Perhatikan kasus-kasus berikut :

- **Kasus 1**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500, PERSEDIAAN = 500,** berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

- **Kasus 2**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500, PERSEDIAAN = 150,** berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

- **Kasus 3**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000, PERSEDIAAN = 75,** berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

4.3. Metode Mamdani

Metode Mamdani sering juga dikenal dengan nama Metode Max-Min. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975.

Untuk mendapatkan output, diperlukan 4 tahapan:

1. Pembentukan himpunan fuzzy
2. Aplikasi fungsi implikasi (aturan)
3. Komposisi aturan
4. Penegasan (defuzzifikasi))

Pembentukan himpunan *fuzzy*. Pada proses *fuzzifikasi* langkah yang pertama adalah menentukan variable *fuzzy* dan himpunan fuzzinya. Kemudian tentukan derajat kesepadanan (*degree of match*) antara data masukan *fuzzy* dengan himpunan *fuzzy* yang telah didefenisikan untuk setiap variabel masukan sistem dari setiap aturan *fuzzy*. Pada metode mamdani, baik variabel input maupun variabel *output* dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*.

Aplikasi fungsi implikasi. Fungsi implikasi yang digunakan adalah *min*. Lakukan implikasi *fuzzy* berdasar pada kuat penyulutan dan himpunan *fuzzy* terdefinisi untuk setiap variabel keluaran di dalam bagian konsekuensi dari setiap aturan. Hasil implikasi *fuzzy* dari setiap aturan ini kemudian digabungkan untuk menghasilkan keluaran infrensi *fuzzy*.

Komposisi Aturan. Tidak seperti penalaran monoton, apabila sistem terdiri dari beberapa aturan, maka infrensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan. Ada 3 metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem *fuzzy*, yaitu: *max*, *additive* dan probabilistik OR.

a. Metode Max (Maximum)

- ☐ Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR(union).
- ☐ Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka output akan berisi suatu himpunan fuzzy yang merefleksikan konstribusi dari tiap-tiap proposisi.
- ☐ Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$$

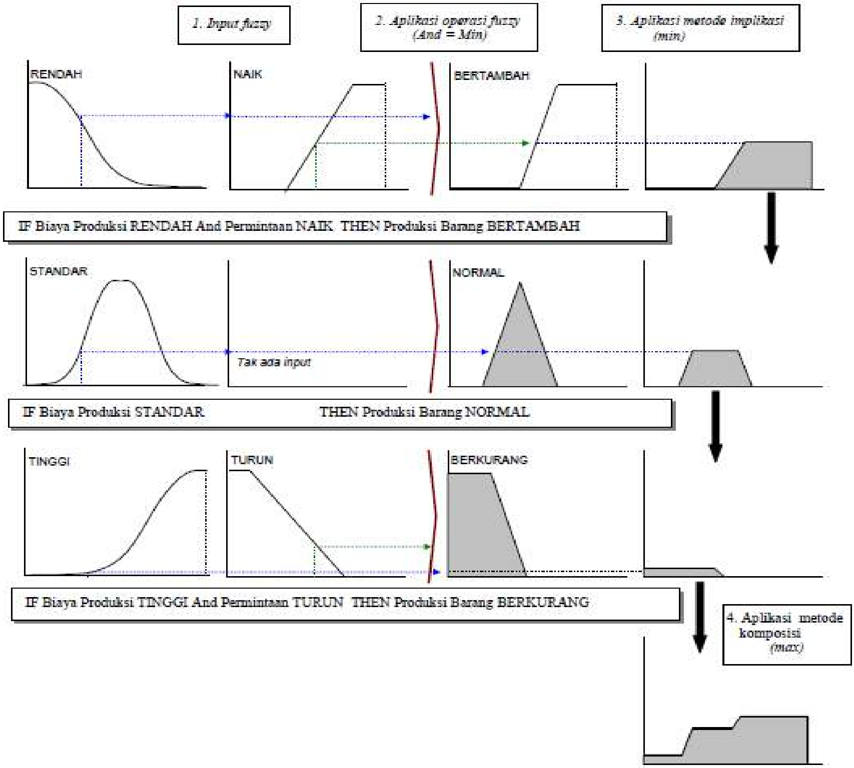
  dengan:
  $\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i
  $\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i

Misalkan ada 3 aturan (proposisi) sebagai berikut:

[R1] IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK THEN Produksi Barang BERTAMBAH

[R2] IF Biaya Produksi STANDAR THEN Produksi Barang NORMAL;

[R3] IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN THEN Produksi Barang BERKURANG;



b. Metode Additive (Sum)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan bounded-sum terhadap semua output daerah fuzzy.

Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

c. Metode Probabilistik OR (probor)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan product terhadap semua output daerah fuzzy.

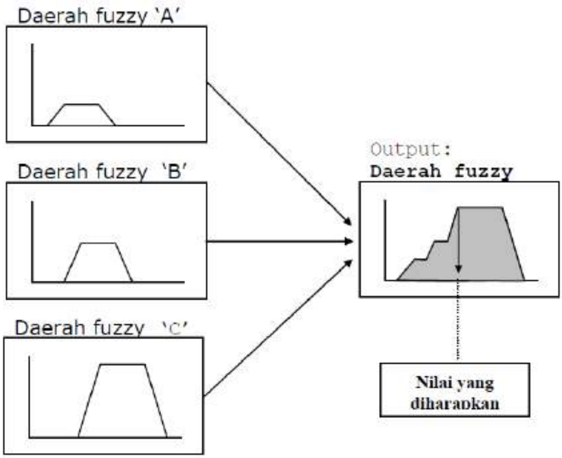
Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;
$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

Penegasan (*defuzzifikasi*). Input dari proses defuzzyfikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat di ambil suatu nilai *crisp* tertentu sebagai output.



Ada beberapa metode defuzzifikasi pada komposisi aturan MAMDANI, antara lain:

a. Metode Centroid (Composite Moment)
Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z*) daerah fuzzy.
Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int_Z z\mu(z)dz}{\int_Z \mu(z)dz} \qquad z^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^{n} \mu(z_j)}$$

b. Metode Bisektor

Membagi 2 area dari derajat keanggotaan yang diperoleh. Akan diambil nilai z yang lebih besar dari hasil pembagian di atas. Misalkan ada data :

Rule	**μ(z)**	**Z**
1	0,25	5750
2	0,25	5750
3	0,4	4000
4	0,6	5000
5	0,6	3000

- Sum μ(z) = 2,1
- Sum μ(z)/2 = 1,05

Ambil nilai z dari yang hasil penjumlahan μ(z) >= 1,05 maka *z* = 5000

c. Metode Mean of Maximum (MOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata dari derajat keanggotaan maksimum. Pada data seperti metode Bisektor diatas,

Nilai SOM = (5000+3000)/2 = 4000

d. Metode Largest of Maximum (LOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari derajat keanggotaan maksimum.

Nilai LOM = 5000

e. Metode Smallest of Maximum (SOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari derajat keanggotaan maksimum.

Nilai SOM = 3000

<u>Contoh 4.2 :</u>

Kasus seperti contoh yang sama (pada metode Tsukomoto).

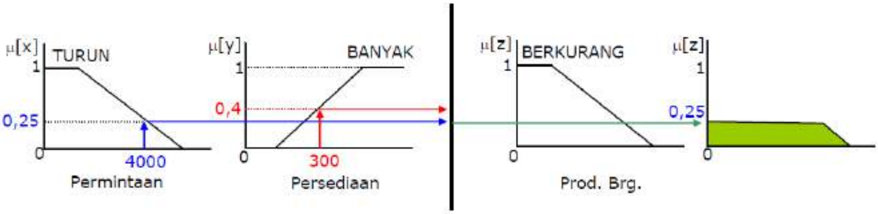
Penyelesaian

- Himpunan fuzzy pada setiap variabel juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut.
- Aplikasi fungsi implikasi pada ke-4 aturan :

  [R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

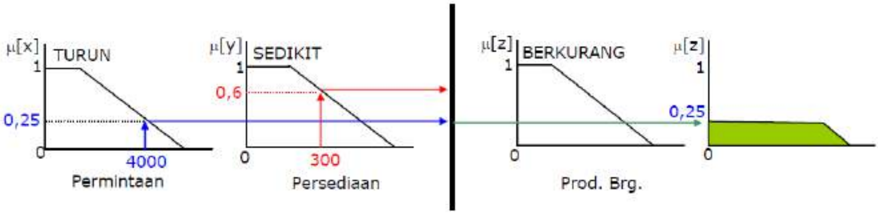
  $\alpha_1 \quad = \mu_{pmtTURUN \cap psdBANYAK}$

$= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000], \mu_{psdBANYAK}[300])$
$= \min(0.25, 0.4) = 0.25$



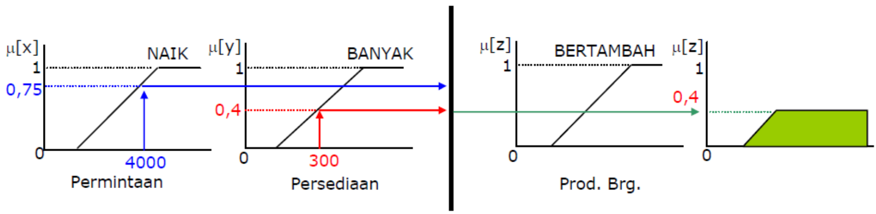
[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERKURANG;

$\alpha_2 \quad = \mu_{pmtTURUN \cap psdSEDIKIT}$
$= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000], \mu_{psdSEDIKIT}[300])$
$= \min(0.25, 0.6) = 0.25$



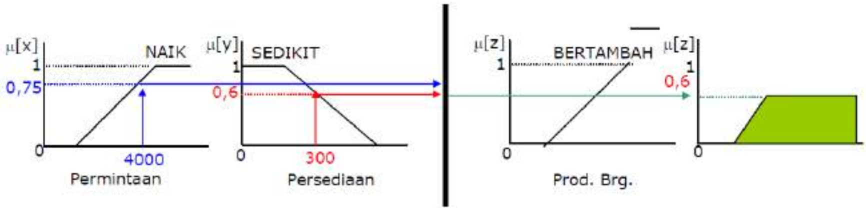
[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$\alpha_3 \quad = \mu_{pmtNAIK \cap psdBANYAK}$
$= \min(\mu_{pmtTNAIK}[4000], \mu_{psdBANYAK}[300])$
$= \min(0.75, 0.4) = 0.4$



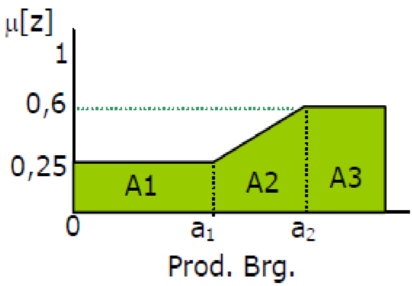
[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$\alpha_4 \quad = \mu_{pmtNAIK \cap psdSEDIKIT}$
$= \min(\mu_{pmtTNAIK}[4000], \mu_{psdSEDIKIT}[300])$
$= \min(0.75, 0.6) = 0.6$



- Komposisi antar aturan

Dari hasil aplikasi fungsi implikasi dari tiap aturan, digunakan metode MAX untuk melakukan komposisi antar semua aturan.



Daerah hasil dibagi menjadi 3 bagian, yaitu A1, A2 dan A3. Cari nilai a_1 dan a_2 :

$$(a_1 - 2000)/5000 = 0{,}25$$
$$a_1 = 3250$$
$$(a2 - 2000)/5000 = 0{,}60$$
$$a_2 = 5000$$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi ini adalah:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z \le 3250 \\ \dfrac{z-2000}{5000} & , 3250 < z < 5000 \\ 0.6 & , z \ge 5000 \end{cases}$$

- Penegasan (defuzzy)

Metode penegasan yang akan kita gunakan adalah metode centroid. Untuk itu, pertama-tama dihitung dulu momen untuk setiap daerah.

$$M1 = \int_0^{3250} 0.25z\, dz = 0.125z^2 \Big|_0^{3250} = 1320312.5$$

$$M2 = \int_{3250}^{5000} \frac{z-2000}{5000} z\,dz = \int_{3250}^{5000} \left(0.0002z^2 - 0.4z\right) dz$$

$$= \left(0.000067z^3 - 0.2z^2\right)\Big|_{3250}^{5000} = 3187515.625$$

$$M3 = \int_{5000}^{7000} 0.6z\,dz = 0.3z^2\Big|_{5000}^{7000} = 7200000$$

Kemudian hitung luas setiap daerah:

A1 = (3250)(0,25) = 812.5

A2 = (0,25+0,6) (5000-3250)/2 = 743.75

A3 = (7000 – 5000)(0.6) = 1200

Titik pusat dapat diperoleh dari:

$$z = \frac{1320312.5 + 3187515.625 + 7200000}{812.5 + 743.75 + 1200}$$

$$= 4247.74$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak 4248 kemasan.

4.4. Metode Sugeno

Penalaran dengan metode SUGENO hampir sama dengan penalaran MAMDANI, hanya saja output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi- Sugeno Kang pada tahun 1985.

Michio Sugeno

a. Model Fuzzy Sugeno Orde-Nol

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Nol adalah:

IF (x_1 is A_1) • (x_2 is A_2) • (x_3 is A_3) • ...... • (x_n is A_n) THEN $z = k$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke-i sebagai anteseden, dan k adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

b. Model Fuzzy Sugeno Orde-Satu

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Satu adalah:

IF (x_1 is A_1) • (x_2 is A_2) • (x_3 is A_3) • ...... • (x_n is A_n)

THEN $z = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n + k$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke-i sebagai anteseden, dan p_i adalah suatu konstanta (tegas) ke-i dan q juga merupakan konstanta dalam konsekuen. Apabila komposisi aturan menggunakan metode SUGENO, maka deffuzifikasi dilakukan dengan cara mencari nilai rata-rata terbobot.

<u>Contoh 4.3</u>

Seperti contoh yang sama (pada metode Tsukomoto).

Penyelesaian

- Himpunan fuzzy pada setiap variabel juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut.
- Aturan yang digunakan sedikit dimodifikasi, sebagai berikut (dengan asumsi bahwa jumlah permintaan selalu lebih tinggi dibanding dengan jumlah persediaan):

  [R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
  THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;

  [R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
  THEN Produksi Barang = Permintaan;

  [R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
  THEN Produksi Barang = Permintaan;

  [R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
  THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;

- Cari α-predikat dan nilai z untuk setiap aturan:

  ☐ [R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
  THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;

  $$\begin{aligned}\alpha_1 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000]\ ,\ \mu_{psdBANYAK}[300]) \\ &= \min(0.25\ ,\ 0.4) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

  Nilai z_1: $z_1 = 4000 - 300 = 3700$

  ☐ [R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
  THEN Produksi Barang = Permintaan;

  $$\begin{aligned}\alpha_2 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000]\ ,\ \mu_{psdSEDIKIT}[300]) \\ &= \min(0.25\ ,\ 0.6) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

  Nilai z_2: $z_2 = 4000$

☐ [R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK

THEN Produksi Barang = Permintaan;

$\alpha_3 = \mu_{pmtNAIK} \cap \mu_{psdBANYAK}$

$= \min(\mu_{pmtNAIK}[4000]\ ,\ \mu_{psdBANYAK}[300])$

$= \min(0.75\ ,\ 0.4)$

$= 0.4$

Nilai z_3: $z_3 = 4000$

☐ [R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT

THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;

$\alpha_4 = \mu_{pmtNAIK} \cap \mu_{psdSEDIKIT}$

$= \min(\mu_{pmtNAIK}[4000]\ ,\ \mu_{psdSEDIKIT}[300])$

$= \min(0.75\ ,\ 0.6)$

$= 0.6$

Nilai z_4: $z_4 = (1.25)4000 - 300$

$= 5000 - 300 = 4700$

- Nilai z diperoleh :

  Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak 4230 kemasan.

Rangkuman perbandingan Metode Tsukamoto, Mamdani dan Sugeno:

Metode	Input	Output	Deffuzzifikasi
Tsukamoto	Himpunan Fuzzy	Himpunan Fuzzy	Weigthed Average
Mamdani	Himpunan Fuzzy	Himpunan Fuzzy	Centroid LOM SOM MOM Bisector
Sugeno	Himpunan Fuzzy	- Konstanta - Linear (orde 1)	Weigthed Average

5 FIS pada Matlab

5.1. Fungsi Keanggotaan Fuzzy pada Matlab

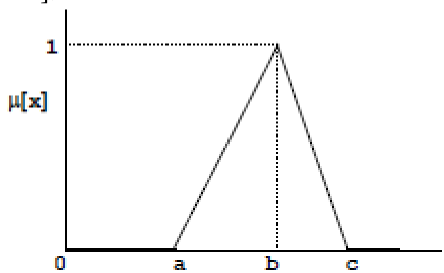
Matlab menyediakan fungsi-fungsi khusus untuk perhitungan logika Fuzzy dimulai dari perhitungan fungsi keanggotaan sampai dengan inferensi Fuzzy.

1. Trimf

Fungsi ini untuk membuat fungsi keanggotaan kurva segitiga. Ada 3 parameter yang dapat digunakan, yaitu [a b c].

Untukk fungsi keanggotaan:

$$f(x;a,b,c)=\begin{cases}0; & x\le a\\ (x-a)/(b-a); & a\le x\le b\\ (c-x)/(c-b); & b\le x\le c\\ 0; & x\ge c\end{cases}$$

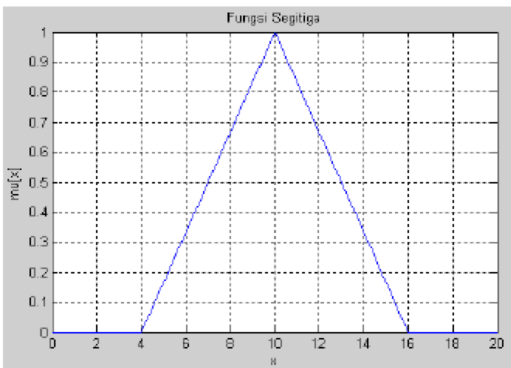


Sintax :

```
y = trimf(x,params)
y = trimf(x,[a b c])
```

<u>Contoh 5.1</u>

```
x=0:0.1:20;
y=trimf(x,[4 10 16]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi Segitiga');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



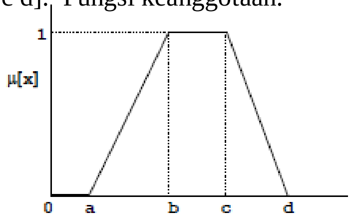
Untuk mencari nilai keanggotaan x = 12 dapat dituliskan:

```
>> trimf(12, [4 10 16])
ans =
0.6667
```

2. Trapmf

Fungsi ini untuk membuat fungsi keanggotaan kurva trapesium. Ada 4 parameter yang dapat digunakan, yaitu [a b c d]. Fungsi keanggotaan:

$$f(x;a,b,c,d)=\begin{cases}0; & x\le a\\ (x-a)/(b-a); & a\le x\le b\\ 1; & b\le x\le c\\ (d-x)/(d-c); & c\le x\le d\\ 0; & x\ge d\end{cases}$$



Syntax

```
y = trapmf(x,[a b c d])
```

<u>Contoh 5.2 :</u>

```
x=0:0.1:16;
y=trapmf(x,[2 6 8 12]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi Trapesium');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```

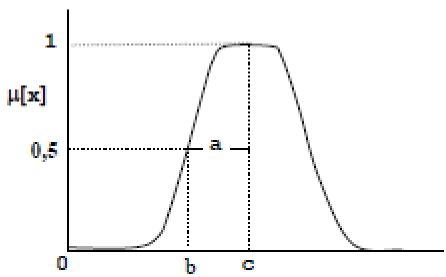
Untuk mencari nilai fungsi keanggotaan x = 5, dapat ditulis

```
>> trapmf(5,[2 6 8 12])
ans =
0.7500
```

3. Gbellmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x;a,b,c)=\frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$$



Parameter: [a b c]

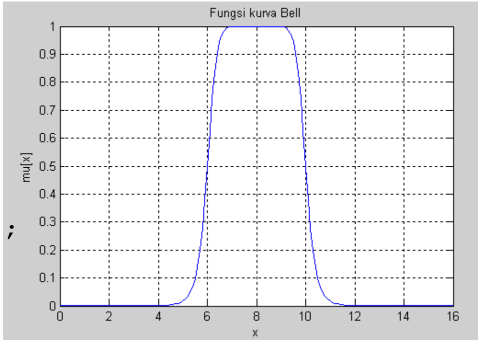
parameter b biasanya positif.

Syntax

`y = gbellmf(x,params)`

<u>Contoh 5.3 :</u>

```
x=0:0.1:16;
y=gbellmf(x,[2 5 8]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi kurva Bell');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



Untuk mencari nilai keanggotaan untuk x = 3 , dapat dituliskan

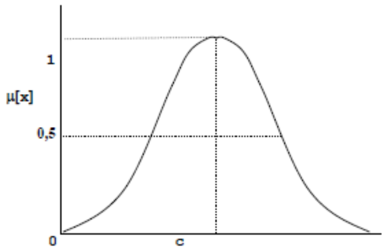
```
>> gbellmf(3,[2 5 8])
ans =
1.0485e-004
```

4. Gaussmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x;\sigma,c) = e^{\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

Parameter: [σ c]

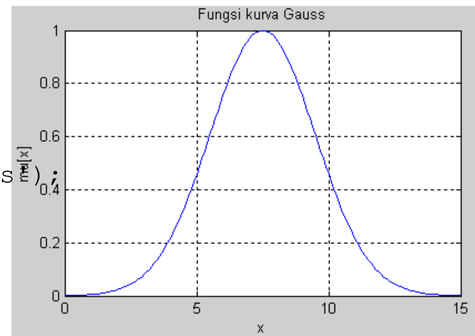


Syntax

```
y = gaussmf(x,[sig c])
```

<u>Contoh 5.4 :</u>

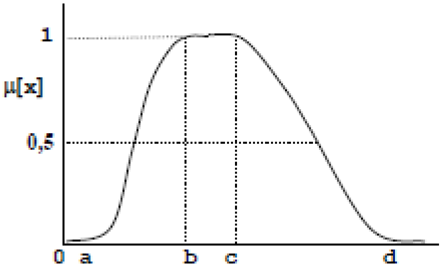
```
x=0:0.1:15;
y=gaussmf(x,[2 7.5]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi kurva Gauss');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



Untuk mencari nilai keanggotaan
untuk x = 5 , dapat dituliskan

```
>> gaussmf(5,[2 7.5])
ans =
  0.4578
```

5. Pimf



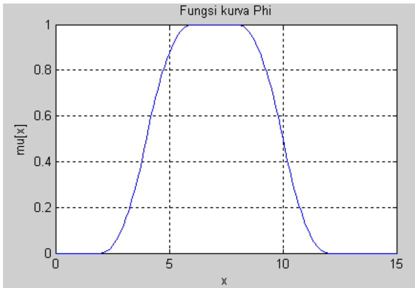
Fungsi keanggotaan:
f(x;a,b,c,d) = smf(x;a,b)*zmf(x;c,d)
Parameter: [a b c d]

Syntax

```
y = pimf(x,[a b c d])
```

<u>Contoh 5.5 :</u>

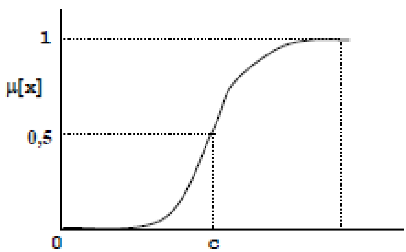
```
x=0:0.1:15;
y=pimf(x,[2 6 8 12]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi kurva Phi');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



Untuk mencari nilai keanggotaan untuk x = 10 , dapat dituliskan

```
>> pimf(10,[2 6 8 12])
ans =
0.5000
```

6. Sigmf



Fungsi keanggotaan:

$$f(x;a,c) = \frac{1}{1+e^{-a(x-c)}}$$

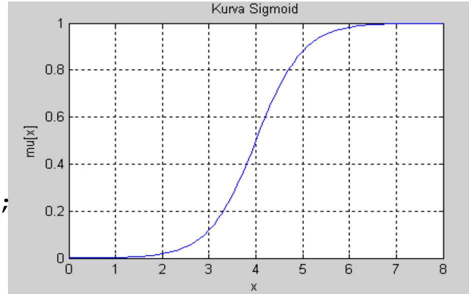
Parameter: [a c]
Parameter a dapat bernilai positif/negatif.

Syntax

```
y = sigmf(x,[a c])
```

Contoh 5.6

```
x=0:0.1:8;
y=sigmf(x,[2 4]);
plot(x,y);
grid;
title('Kurva Sigmoid');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



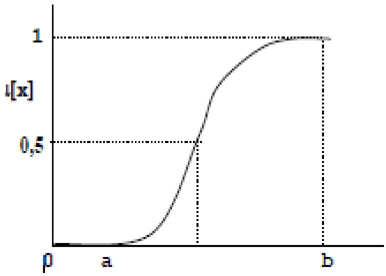
Untuk mencari nilai keanggotaan untuk x = 3, dapat dituliskan

```
>> sigmf(3,[2 4])
ans =
0.1192
```

7. Smf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x;a,b)=\begin{cases}0; & x\le a\\ 2[(x-a)/(b-a)]^2; & a\le x\le (a+b)/2\\ 1-2[(b-x)/(b-a)]^2; & (a+b)/2\le x\le b\\ 1; & x\ge b\end{cases}$$



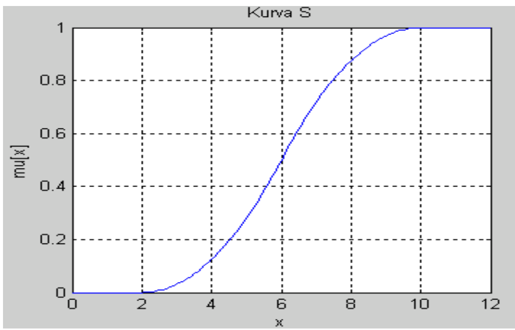
Parameter: [a b]

Syntax

y = smf(x,[a b])

Contoh 5.7

```
x=0:0.1:12;
y=smf(x,[2 10]);
plot(x,y);
grid;
title('Kurva S');
xlabel('x')
ylabel('mu[x]');
```



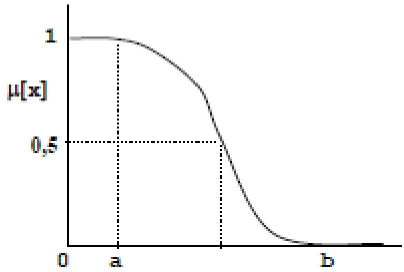
Untuk mencari nilai keanggotaan untuk x = 6, dapat dituliskan

```
>> smf(6,[2 10])
ans =
0.5000
```

8. Zmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x;a,b)=\begin{cases}1; & x\le a\\ 1-2[(x-a)/(b-a)]^2; & a\le x\le (a+b)/2\\ 2[(b-x)/(b-a)]^2; & (a+b)/2\le x\le b\\ 0; & x\ge b\end{cases}$$



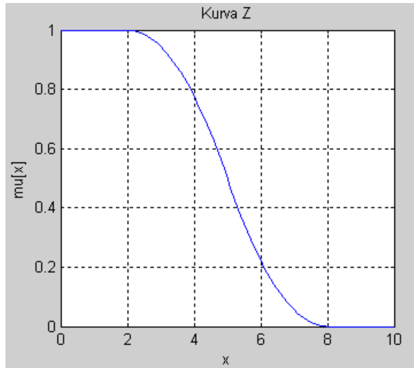
Parameter: [a b]

Syntax

```
y = zmf(x,[a b])
```

<u>Contoh 5.8</u>

```
x=0:0.1:10;
y=zmf(x,[2 8]);
plot(x,y);
grid;
title('Kurva Z');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



Untuk mencari nilai keanggotaan untuk x = 5, dapat dituliskan

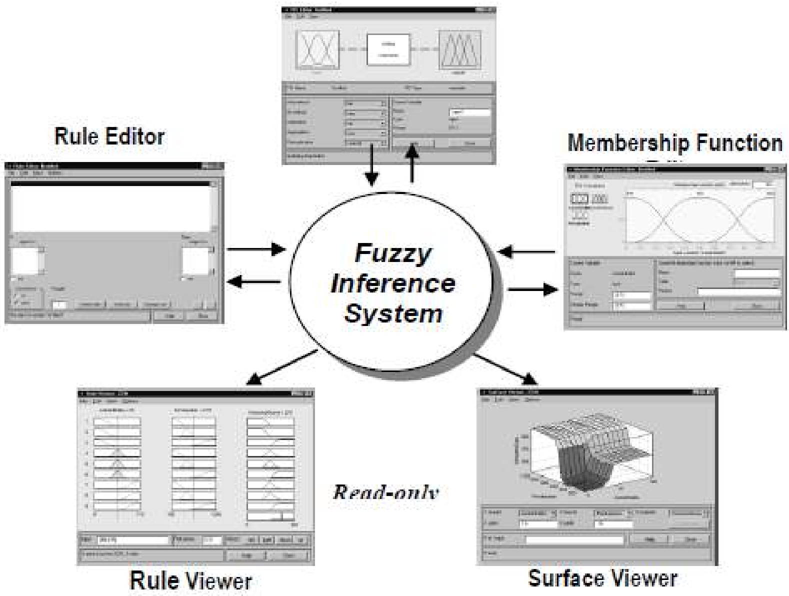
```
>> zmf(5,[2 8])
ans =
0.5000
```

5.2. FIS pada Matlab

Matlab memberi kemudahan untuk membangun, mengedit, dan mengobservasi *fuzzy inference system*(FIS) atau sistem inferensi *fuzzy*, dengan cara memberikan fasilitas Graphical User Interface (GUI). Ada 5 GUI tools yang dapat digunakan, yaitu :

1. Fuzzy Inference System (FIS) Editor;
2. Membership Function Editor;
3. Rule Editor;
4. Rule Viewer;
5. Surface Viewer.

Pada (1-3) kita dapat membaca dan memodifikasi .fis data, sedangkan pada (4-5) kita hanya bisa membaca saja tanpa dapat memodifikasinya.



Contoh Kasus

Suatu Perusahaan akan melakukan perkiraan terhadap produksi suatu barang tiap bulan. Untuk menentukan jumlah barang yang diproduksi tersebut digunakan pendekatan *fuzzy*. Dalam kasus ini terdapat parameter masukan yaitu permintaan dan persediaan barang. Adapun parameter keluaran adalah jumlah barang yang akan diproduksi. Domain variabelnya dapat dinyatakan pada tabel berikut :

Fungsi	Nama Variabel	Rentang Nilai	Keterangan
Input	permintaan	[8 – 24]	jumlah permintaan per bulan per unit
	persediaan	[30 – 60]	Jumlan persediaan per bulan per unit
Output	jumlah produksi	[10 – 25]	Kapasitas produksi barang

Tabel berikut, memperlihatkan variabel *fuzzy* yang akan dibuat berikut domain permasalahanya.

Fungsi	Variabel	Himpunan	Rentang	Domain
INPUT	Permintaan	Sedikit	[8 – 24]	[8 11 14]
		Sedang		[13 16 19]
		Banyak		[18 21 24]

	Persediaan	Sedikit	[30 – 60]	[30 36 42]
		Sedang		[38 45 50]
		Banyak		[47 55 60]
OUTPUT	Jumlah_Produksi	Sedikit	[10 – 25]	[10 10 14 20]
		Banyak		[17 21 25 25]

Rule yang dibagun adalah :

1. IF permintaan sedikit AND persediaan sedikit THEN produksi sedikit
2. IF permintaan sedang AND persediaan sedikit THEN produksi sedikit
3. IF permintaan sedang AND persediaan banyak THEN produksi banyak
4. IF permintaan banyak AND persediaan sedikit THEN produksi sedikit
5. IF permintaan banyak AND persediaan sedang THEN produksi banyak
6. IF permintaan banyak AND persediaan banyak THEN produksi banyak

Pertanyaanya :

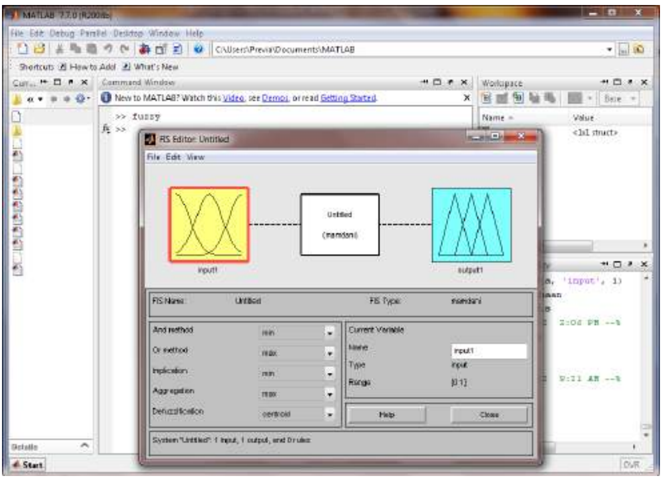
Tentukan jumlah barang yang harus diproduksi jika

- Permintaan 18 unit dan persediaan 38 unit
- Permintaaan 20 unit dan persedian 40 unit
- Permintaan 22 unit dan persedian 52 unit.

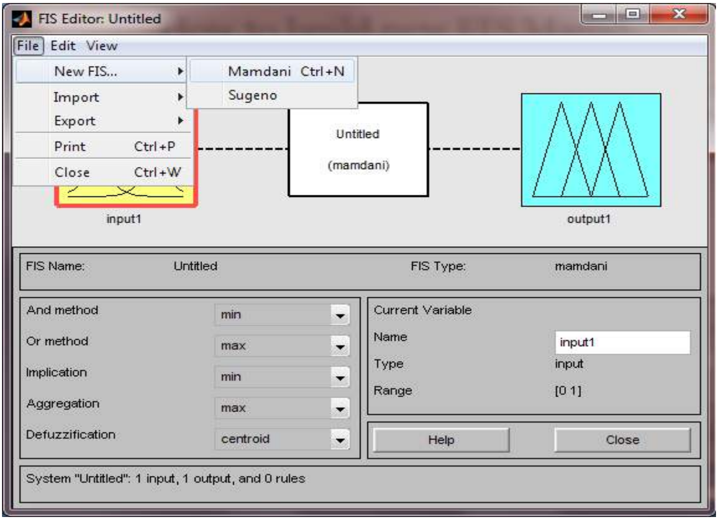
Cara penyelesaiannya menggunakan Matlab :

- Run Matlab : 

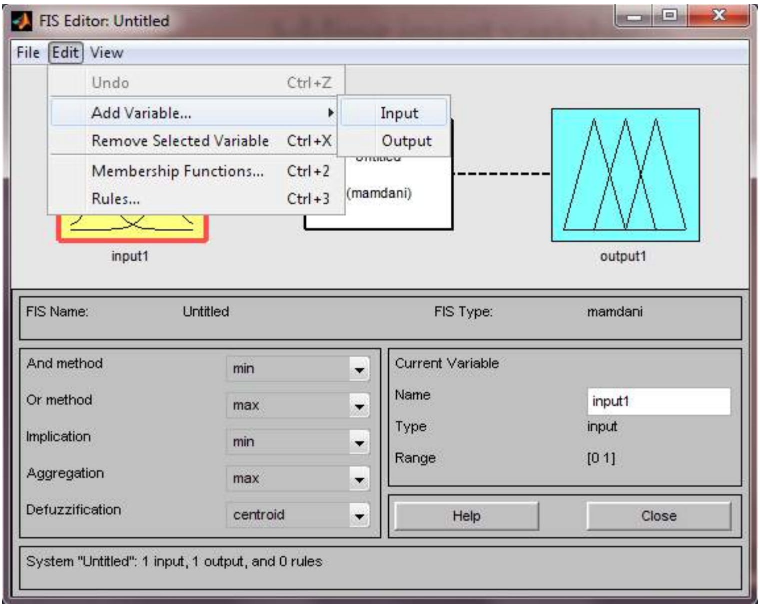
- Ketik fuzzy pada *command windows*

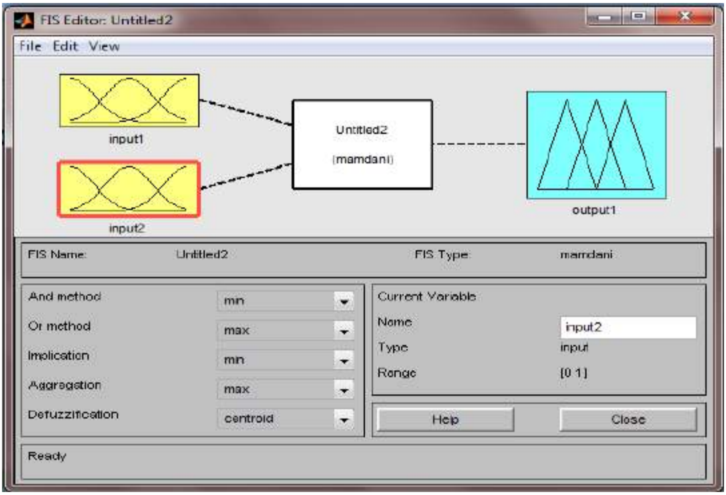


- Pilih **File** > **New Fis** > **Mamdani/Sugeno**

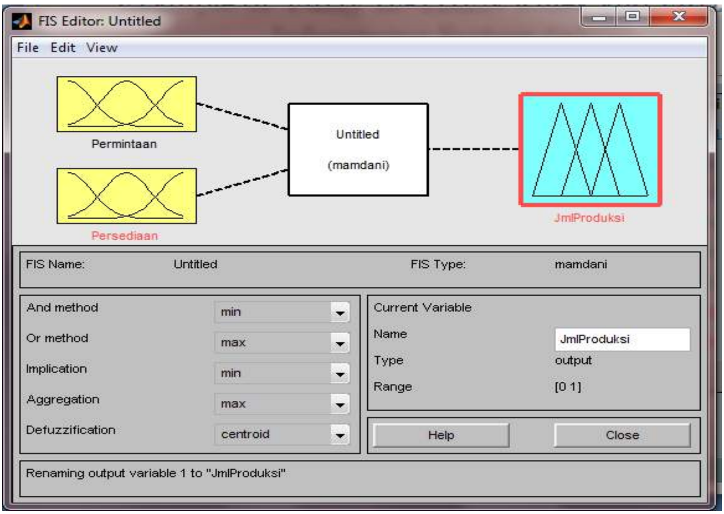


- Pilih **Edit** > **Add Variable** > **Input/Output**

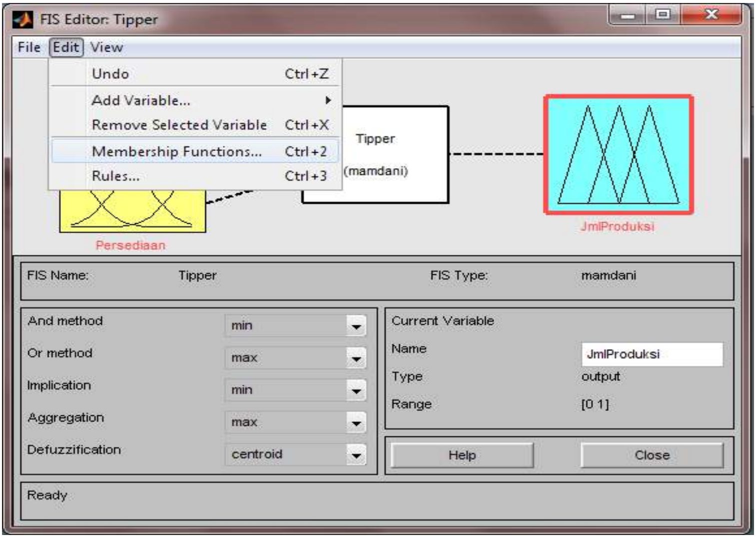


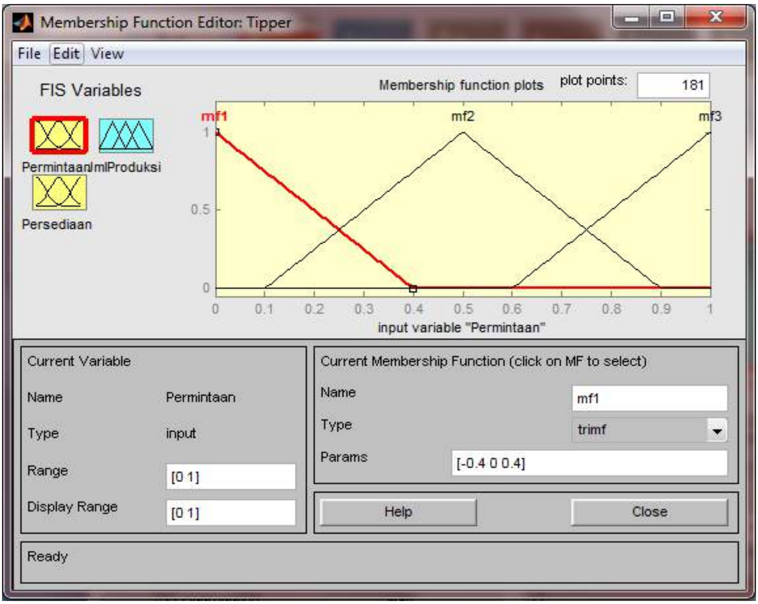


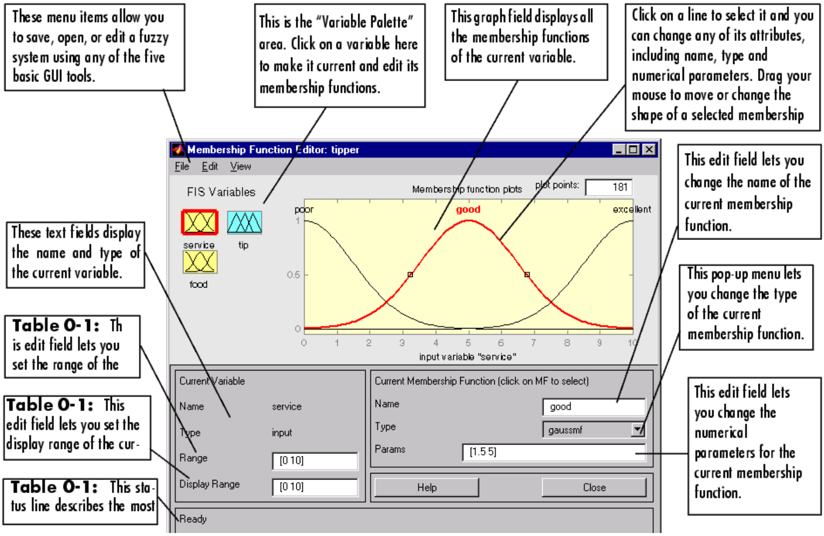
- Ubah nama variable input/output :
    - Klik **input1,** rename **input1** menjadi **permintaan**, enter
    - Klik **input2,** rename **input2 menjadi persediaan**, enter
    - Klik Output1, rename **output1** menjadi jumlah_produksi, enter



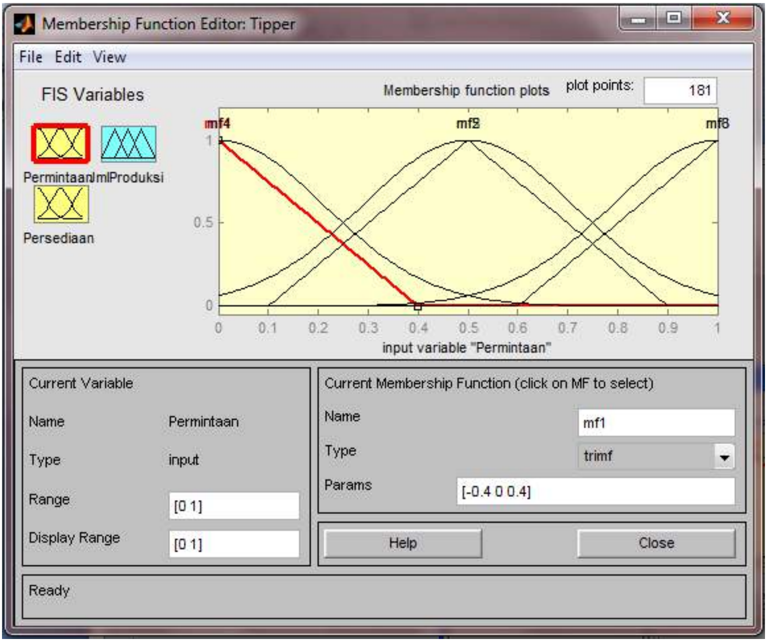
- Definisikan fungsi keanggotaan
    - Edit> Membership Function > Nama &Type

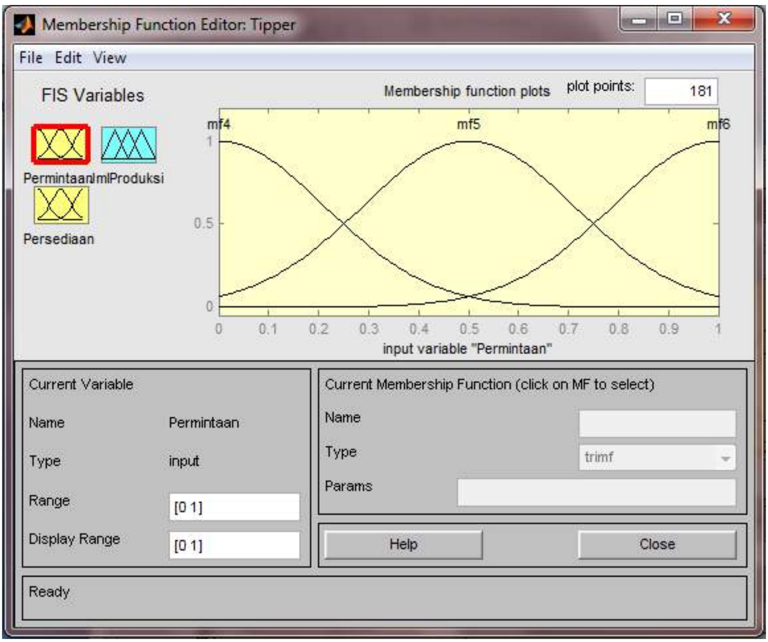

FIS Editor: Tipper
File
Edit
View
Undo Ctrl+Z
Add Variable...
Remove Selected Variable Ctrl+X
Membership Functions... Ctrl+2
Rules... Ctrl+3
Tipper
(mamdani)
Persediaan
JmlProduksi
FIS Name: Tipper
FIS Type: mamdani
And method min
Or method max
Implication min
Aggregation max
Defuzzification centroid
Current Variable
Name JmlProduksi
Type output
Range [0 1]
Help
Close
Ready

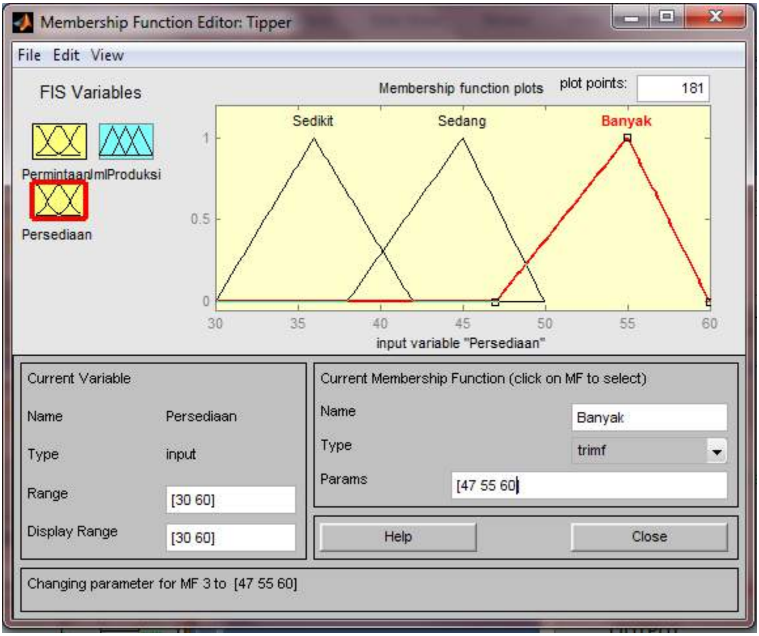

Membership Function Editor: Tipper
File
Edit
View
FIS Variables
Membership function plots
plot points: 181
mf1
mf2
mf3
Permintaan
JmlProduksi
Persediaan
input variable "Permintaan"
Current Variable
Name Permintaan
Type input
Range [0 1]
Display Range [0 1]
Current Membership Function (click on MF to select)
Name mf1
Type trimf
Params [-0.4 0 0.4]
Help
Close
Ready

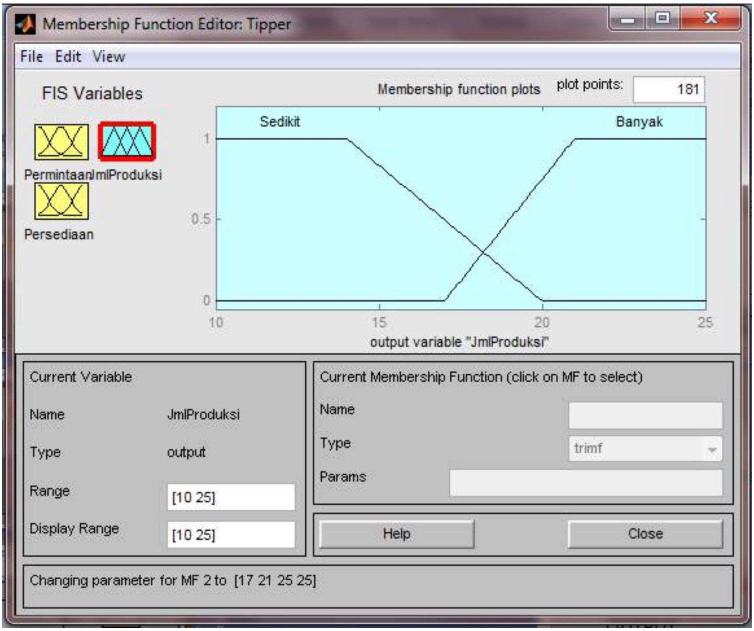


- Plilih input variable, **permintaan**, dan double-click.
- Atur **Range** dan **Display Range** pada [0 1].
- Pilih **Add MFs...** dari menu **Edit.** Akan muncul jendela berikut:

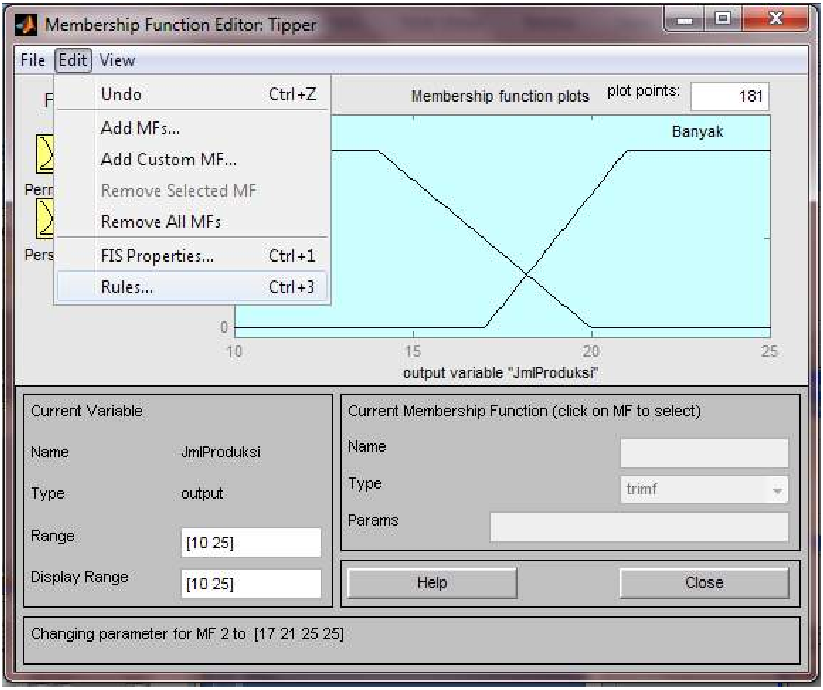

Membership Function Editor: Tipper
File Edit View
FIS Variables
Membership function plots
plot points: 181
Permintaan
JmlProduksi
Persediaan
input variable "Permintaan"
Current Variable
Name Permintaan
Type input
Range [0 1]
Display Range [0 1]
Current Membership Function (click on MF to select)
Name mf1
Type trimf
Params [-0.4 0 0.4]
Help
Close
Ready

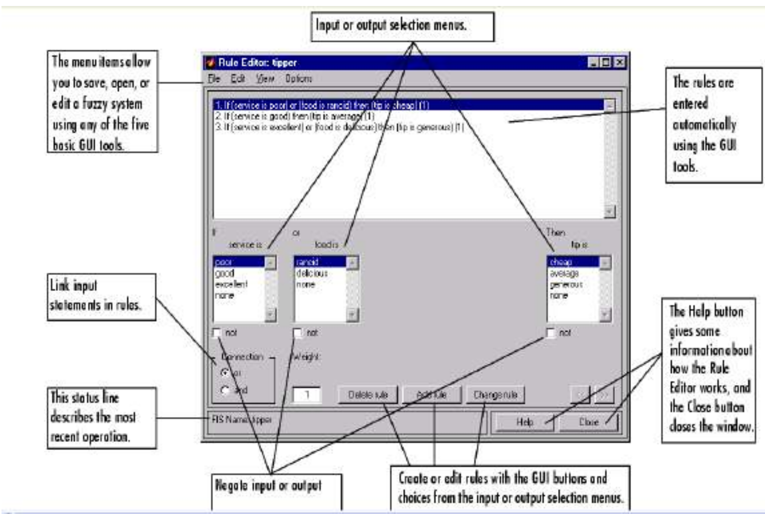

Membership Function Editor: Tipper
File Edit View
FIS Variables
Membership function plots
plot points: 181
mf4
mf5
mf6
Permintaan
JmlProduksi
Persediaan
input variable "Permintaan"
Current Variable
Name Permintaan
Type input
Range [0 1]
Display Range [0 1]
Current Membership Function (click on MF to select)
Name
Type trimf
Params
Help
Close
Ready

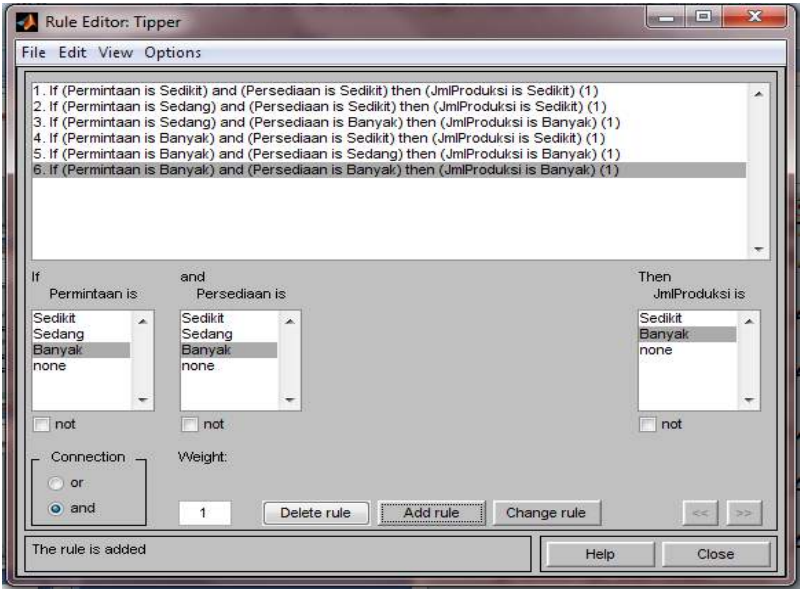

Membership Function Editor: Tipper
File Edit View
FIS Variables
Membership function plots
plot points: 181
Sedikit
Sedang
Banyak
Permintaan
JmlProduksi
Persediaan
input variable "Persediaan"
Current Variable
Name Persediaan
Type input
Range [30 60]
Display Range [30 60]
Current Membership Function (click on MF to select)
Name Banyak
Type trimf
Params [47 55 60]
Help
Close
Changing parameter for MF 3 to [47 55 60]


Membership Function Editor: Tipper
File Edit View
FIS Variables
Membership function plots
plot points: 181
Sedikit
Banyak
Permintaan
JmlProduksi
Persediaan
output variable "JmlProduksi"
Current Variable
Name JmlProduksi
Type output
Range [10 25]
Display Range [10 25]
Current Membership Function (click on MF to select)
Name
Type trimf
Params
Help
Close
Changing parameter for MF 2 to [17 21 25 25]

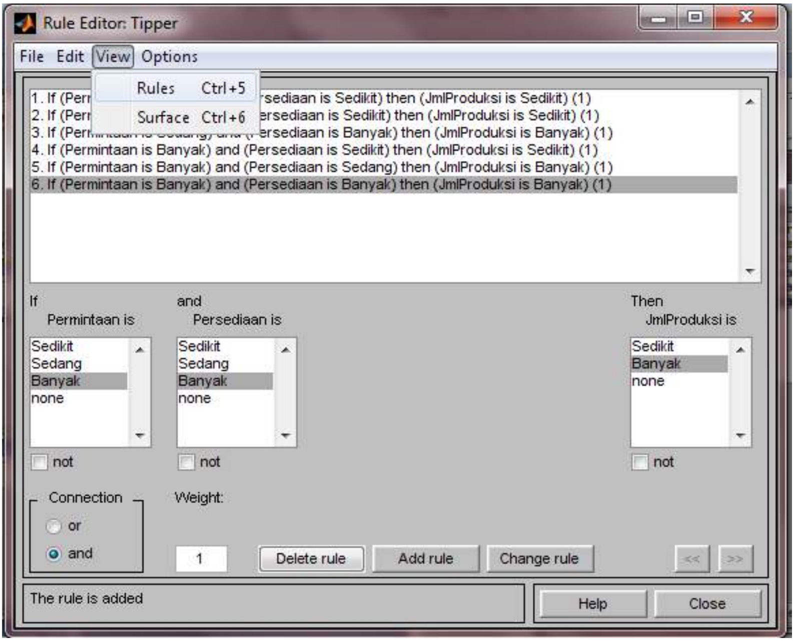
- Input rule-nya:
    - Edit > rules

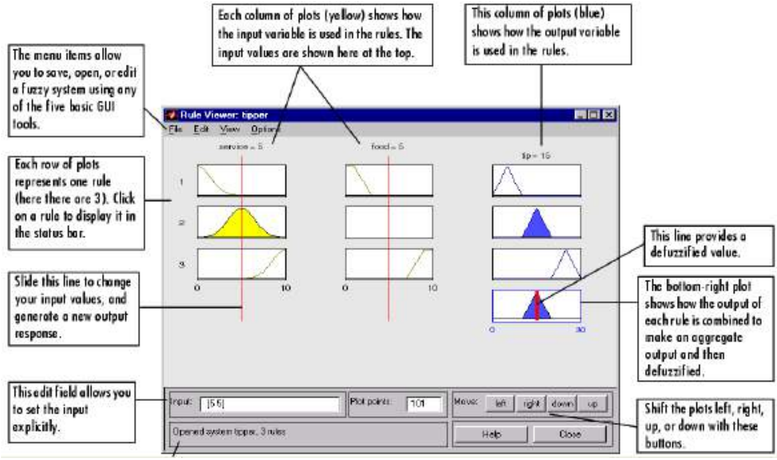


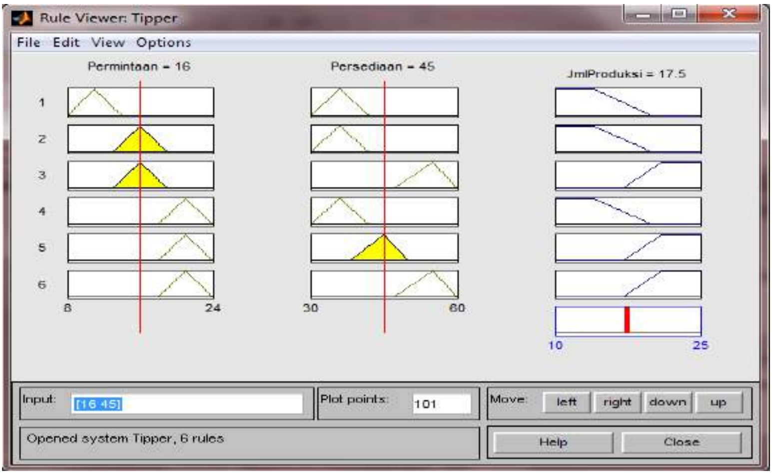




- Untuk melihat hasil akhir analisanya :
  - View > rules







- Hasil analisisnya :

  Jila permintaan sebesar 16 dan persediaan sebesar 45 maka jumlah produksinya 17.5.

Latihan

Tentukan jumlah barang yang harus diproduksi jika

- Permintaan 18 unit dan persediaan 38 unit
- Permintaaan 20 unit dan persedian 40 unit
- Permintaan 22 unit dan persedian 52 unit.

6 Basis Data Fuzzy

6.1. Konsep Basis Data *Fuzzy*

Basis Data adalah kumpulan dari data yang saling berhubungan satu dengan yang lainnya. Sistem basis data adalah suatu sistem informasi yang mengintegrasikan kumpulan data yang saling berhubungan dengan beberapa aplikasinya dalam suatu organisasi.

Query adalah kemampuan untuk menampilkan suatu data dari database namun tidak semua ditampilkan sesuai dengan yang diinginkan, antara lain:

(1) *extracting* data dari suatu database dan menampilkannya untuk “pengolahan” lebih lanjut.
(2) pertanyaan atau permintaan informasi tertentu dari sebuah basisdata yang ditulis dalam format tertentu.
(3) perintah-perintah untuk mengakses data pada sistem basis data.

Sebagian besar basis data standar diklasifikasikan berdasarkan bagaimana data tersebut dipandang oleh user. Misalkan kita memiliki data karyawan yang tersimpan pada tabel DATA_KARYAWAN dengan field NIP, nama, tgl lahir, th masuk, dan gaji per bulan.

NIP	Nama	Tgl Lahir	Thn Masuk	Gaji/mgg (Rp)
01	Lia	03-06-1984	2008	750.000
02	Iwan	23-09-1966	1997	1.500.000
03	Sari	12-11-1978	2000	1.255.000
04	Andi	06-03-1977	2010	1.04.0000
05	Budi	04-12-1972	2002	950.000
06	Amir	18-11-1975	2001	1.600.000
07	Rian	28-05-1977	2009	1.250.000
08	Kiki	09-07-1983	2013	550.000
09	Alda	14-08-1979	2011	735.000
10	Yoga	17-09-1989	2012	860.000

Kemudian dari tabel DATA_KARYAWAN, kita olah menjadi suatu tabel temporer untuk menghitung umur karyawan dan masa kerjanya. Tabel tersebut kita beri nama dengan tabel KARYAWAN

NIP	Nama	Umur (thn)	Masa Kerja (thn)	Gaji/mgg (Rp)
01	Lia	30	6	750.000
02	Iwan	48	17	1.500.000
03	Sari	36	14	1.255.000
04	Andi	37	4	1.04.0000
05	Budi	42	12	950.000
06	Amir	39	13	1.600.000
07	Rian	37	5	1.250.000
08	Kiki	32	1	550.000
09	Alda	35	3	735.000
10	Yoga	25	2	860.000

Dengan menggunakan basisdata standar, kita dapat mencari data-data karyawan dengan spesifikasi tertentu dengan menggunakan query. Misal kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang usianya kurang dari 35 tahun, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur < 35)
```

sehingga muncul nama-nama Lia, Kiki, dan Yoga.
Apabila kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang gajinya lebih dari 1 juta rupiah,maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Gaji > 1000000)
```

sehingga muncul nama-nama Iwan, Sari, Andi, Amir, dan Rian.
Apabila kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang yang masa kerjanya kurang dari atau sama dengan 5 tahun tetapi gajinya sudah lebih dari 1 juta rupiah, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (MasaKerja<=5) and(Gaji > 1000000)
```

sehingga muncul nama-nama Andi dan Rian.

6.2. Model Tahani

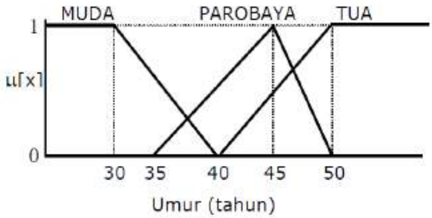
Seseorang kadang membutuhkan informasi dari data-data yang bersifat ambiguous. Sistem relational database standar masih belum dapat menangani data-data dan query yang bersifat tidak tepat atau tidak pasti. Untuk itu dilakukan perluasan sistem database dengan menggunakan logika fuzzy, atau yang disebut sebagai fuzzy database. Salah satu diantaranya adalah MODEL TAHANI.

Fuzzy Tahani merupakan salah satu metode fuzzy yang menggunakan basis data standar. Pada basis data standar, data diklasifikasikan berdasarkan bagaimana data tersebut dipandang oleh user. Oleh karena itu pada basis data standar data yang ditampilkan akan keluar seperti data yang telah disimpan. Fuzzy database model Tahani masih menggunakan relasi standar, tetapi model Tahani ini menggunakan teori himpunan fuzzy pada suatu variabel untuk mendapatkan informasi pada querynya. Sehingga pada pencarian data menggunakan rumus dari derajat keanggotaan pada suatu variable himpunan fuzzy. Fuzzy database model Tahani mampu menangani query yang tidak tepat/ambigue pada relasi yang memiliki data-data yang tepat dengan menerapkan sistem himpunan fuzzy, istilah linguistik dan operasi-operasi dasar himpunan fuzzy.

Tahapan logika fuzzy model Tahani, yaitu pertama menggambarkan fungsi keanggotaan (*membership function*) untuk setiap kriteria atau variabel *fuzzy*, yaitu suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1, salah satu cara yang dapat digunakan adalah dengan pendekatan fungsi. Pendekatan fungsi keanggotaan berbentuk segitiga. Tahap kedua *Fuzzifikasi* yaitu fase pertama dari perhitungan fuzzy yaitu pengubahan nilai tegas ke nilai fuzzy. Dimana setiap variabel *fuzzy* dihitung nilai derajat keanggotaanya terhadap setiap himpunan *fuzzy*. Tahap ketiga *Fuzzifikasi Query* yaitu diasumsikan sebuah query konvensional (*nonfuzzy*) DBMS yang akan mencoba membuat dan menerapkan sebuah sistem dasar logika *fuzzyquery* atau disebut juga dengan pembentukan *query* dengan menggunakan relasi dasar.dengan pembentukan *query* dengan menggunakan relasi dasar.

Misalkan kita mengkategorikan usia karyawan pada kasus sebelumnya ke dalam himpunan: MUDA, PAROBAYA, dan TUA, dengan fungsi keanggotaan:

$$\mu_{MUDA}[x] = \begin{cases} 1; & x \le 30 \\ \dfrac{40-x}{10}; & 30 \le x \le 40 \\ 0; & x \ge 40 \end{cases}$$



$$\mu_{PAROBAYA}[x] = \begin{cases} 0; & x \le 35 \quad atau \quad x \ge 50 \\ \dfrac{x-35}{10}; & 35 \le x \le 45 \\ \dfrac{50-x}{5}; & 45 \le x \le 50 \end{cases}$$

$$\mu_{TUA}[x] = \begin{cases} 0; & x \le 40 \\ \dfrac{x-40}{10}; & 40 \le x \le 50 \\ 1; & x \ge 50 \end{cases}$$

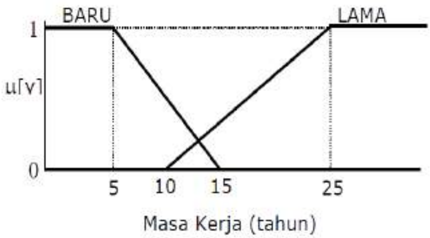
Sehingga tabel karyawan berdasarkan umur menjadi sebagai berikut :

NIP	Nama	Umur	Derajat Keanggotaan (μ[x])		
			MUDA	PAROBAYA	TUA
01	Lia	30	1	0	0
02	Iwan	48	0	0,4	0,8
03	Sari	36	0,4	0,1	0
04	Andi	37	0,3	0,2	0
05	Budi	42	0	0,7	0,2
06	Amir	39	0,1	0,4	0
07	Rian	37	0,3	0,2	0
08	Kiki	32	0,8	0	0
09	Alda	35	0,5	0	0
10	Yoga	25	1	0	0

Variabel Masa Kerja bisa dikategorikan dalam himpunan: BARU dan LAMA, dengan fungsi keanggotaan :

$$\mu_{BARU}[y] = \begin{cases} 1; & y \le 5 \\ \dfrac{15-y}{10}; & 5 \le y \le 15 \\ 0; & y \ge 15 \end{cases}$$

$$\mu_{LAMA}[y] = \begin{cases} 0; & y \le 10 \\ \dfrac{y-10}{15}; & 10 \le y \le 25 \\ 1; & y \ge 25 \end{cases}$$

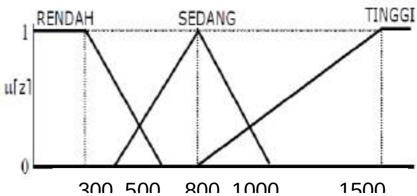


Sehingga tabel karyawan berdasarkan masa kerja menjadi sebagai berikut :

NIP	Nama	Masa Kerja	Derajat Keanggotaan (μ[y])	
			BARU	LAMA
01	Lia	6	0,9	0
02	Iwan	17	0	0,467
03	Sari	14	0,1	0,267
04	Andi	4	1	0
05	Budi	12	0,3	0,133
06	Amir	13	0,2	0,200
07	Rian	5	1	0
08	Kiki	1	1	0
09	Alda	3	1	0
10	Yoga	2	1	0

Variabel Gaji bisa dikategorikan dalam himpunan: RENDAH, SEDANG, dan TINGGI, dengan fungsi keanggotaan :

$$\mu_{RENDAH}[z] = \begin{cases} 1; & z \leq 300 \\ \frac{800-z}{500}; & 300 \leq z \leq 800 \\ 0; & z \geq 800 \end{cases}$$



$$\mu_{SEDANG}[z] = \begin{cases} 0; & z \leq 500 \quad atau \quad z \geq 1500 \\ \frac{z-500}{500}; & 500 \leq z \leq 1000 \\ \frac{1500-z}{500}; & 1000 \leq z \leq 1500 \end{cases}$$

$$\mu_{TINGGI}[z] = \begin{cases} 0; & z \leq 1000 \\ \frac{z-1000}{1000}; & 1000 \leq z \leq 2000 \\ 1; & z \geq 2000 \end{cases}$$

Sehingga tabel karyawan berdasarkan gaji menjadi sebagai berikut :

NIP	Nama	Gaji / bl	Derajat Keanggotaan (μ[z])		
			RENDAH	SEDANG	TINGGI
01	Lia	750.000	0,1	0,50	0
02	Iwan	1.255.000	0	0,49	0,255
03	Sari	1.500.000	0	0	0,500
04	Andi	1.040.000	0	0,92	0,040
05	Budi	950.000	0	0,90	0
06	Amir	1.600.000	0	0	0,600
07	Rian	1.250.000	0	0,50	0,250
08	Kiki	550.000	0,5	0	0
09	Alda	735.000	0,13	0	0
10	Yoga	860.000	0	0	0

Ada beberapa query yang bisa diberikan, misalkan:

☐ Query1: Siapa saja-kah karyawan yang masih muda tapi memiliki gaji tinggi?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur =“MUDA”) and(Gaji =“TINGGI”)
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Sari (0.4), dan Rian(0.25).

NIP	NAMA	UMUR	GAJI	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	TINGGI	MUDA & TINGGI
03	Sari	36	1.500.000	0,4	0,5	0,4
07	Rian	37	1.250.000	0,3	0,25	0,25
06	Amir	39	1.600.000	0,1	0,6	0,1
04	Andi	37	1.040.000	0,3	0,04	0,04
01	Lia	30	750.000	1	0	0
02	Iwan	48	1.255.000	0	0,255	0
05	Budi	42	950.000	0	0	0
08	Kiki	32	550.000	0,8	0	0
09	Alda	35	735.000	0,5	0	0
10	Yoga	25	860.000	1	0	0

☐ Query2: Siapa saja-kah karyawan yang masih muda atau karyawan yang memiliki gaji tinggi?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur =“MUDA”)or(Gaji =“TINGGI”)
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Lia (1), Yoga(1), dan Kiki(0.8).

NIP	NAMA	UMUR	GAJI	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	TINGGI	MUDA atau TINGGI
01	Lia	30	750.000	1	0	1
10	Yoga	25	860.000	1	0	1
08	Kiki	32	550.000	0,8	0	0,8
06	Amir	39	1.600.000	0,1	0,6	0,6
03	Sari	36	1.500.000	0,4	0,5	0,5
09	Alda	35	735.000	0,5	0	0,5
04	Andi	37	1.040.000	0,3	0,04	0,3
07	Rian	37	1.250.000	0,3	0,25	0,3
02	Iwan	48	1.255.000	0	0,255	0,255
05	Budi	42	950.000	0	0	0

☐ Query3: Siapa saja-kah karyawan yang masih muda tapi masa kerjanya sudah lama?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur =“MUDA”)and(MasaKerja =“LAMA”)
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Sari (0.267) dan Amir(0.1), yang lain bernilai nol.

NIP	NAMA	UMUR	Masa Kerja	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	LAMA	MUDA & LAMA
03	Sari	36	14	0,4	0,267	0,267
06	Amir	39	13	0,1	0,2	0,1
01	Lia	30	6	1	0	0
02	Iwan	48	17	0	0,467	0
04	Andi	37	4	0,3	0	0
05	Budi	42	12	0	0,133	0
07	Rian	37	5	0,3	0	0
08	Kiki	32	1	0,8	0	0
09	Alda	35	3	0,5	0	0
10	Yoga	25	2	1	0	0

☐ Query4: Siapa saja-kah karyawan yang parobaya dan gajinya sedang, atau karyawan yang parobaya tapi masa kerjanya sudah lama?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur ="PAROBAYA")and
      [(Gaji="SEDANG") or(MasaKerja ="LAMA")]
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Budi (0.7) dan Iwan(0.4).

NIP	NAMA	Derajat Keanggotaan				
		SEDANG	LAMA	SEDANG atau LAMA	PAROBAYA	PAROBAYA & (SEDANG atau LAMA)
05	Budi	0,9	0,133	0,9	0,7	0,7
02	Iwan	0,49	0,467	0,49	0,4	0,4
04	Andi	0,92	0	0,92	0,2	0,2
06	Amir	0	0,2	0,2	0,4	0,2
07	Rian	0,5	0	0,5	0,2	0,2
03	Sari	0	0,267	0,267	0,1	0,1
01	Lia	0,5	0	0,5	0	0
08	Kiki	0	0	0	0	0
09	Alda	0	0	0	0	0
10	Yoga	0	0	0	0	0

6.3. Model Umano

Pada basisdata fuzzy Model Umano, data-data yang ambiguous diekspresikan dengan menggunakan distribrusi posibilitas. Distribusi posibilitas merupakan nilai atribut dari suatu model relasi.

Misalkan terdapat tabel Karyawan sebagai berikut :

Nama	Umur	Nama Anak
Ani	35 th	Fitri
Lia	33 th	-
Doni	Muda	Tidak Tahu
Sandra	Tidak Tahu	Ningrum
Riko	56	$\{Nia, Ana\}_P$
Dian	$\{50,51\}_P$	Undefined

- ☐ Pada record pertama tidak ada data yang ambiguous, Ani berusia 35 th dan memiliki seorang anak yang bernama Fitri.
- ☐ Pada record kedua, juga tidak ada data yang ambiguous, Lia berusia 33 th dan belum mempunyai anak.
- ☐ Pada record ketiga, Doni tidak diketahui berapa umurnya, tapi dia masih muda. Umur Doni diekspresikan dengan distribusi posibilitas MUDA,

misalkan MUDA merupakan himpunan dengan distribusi posibilitas sebagai berikut:

MUDA = {0,3/15; 0,6/17; 0,8/22; 1/25; 0,8/30; 0,7/33; 0,6/35; 0,2/40}

Doni memiliki anak, tapi kita tidak tahu siapa nama anaknya. Nama anak dari Doni diekspresikan dengan distribusi posibilitas tidak tahu, yang berarti siapapun mungkin (nilai posibilitas = 1).

- ☐ Pada record keempat, kita tidak mengetahui berapa umur Sandra. Umur Sandra diekspresikan dengan distribusi posibilitas tidak tahu, yang berarti berapapun mungkin (nilai posibilitas = 1). Sandra memiliki anak yang bernama Ningrum.
- ☐ Pada record kelima, Riko diketahui berumur 56 tahun. Riko memiliki seorang anak yang belum jelas siapa namanya, apakah Nia atau Ana. Nama anak Riko diekspresikan dengan distribusi posibilitas $\{Nia,Ana\}_P$, yang berarti Nia atau Ana. Misalkan distribusi posibilitas yang diberikan adalah:

  {0,8/Nia; 0,5/Ana}

  yang berarti bahwa anak Riko bernama Ana dengan posibilitas 0,8; atau bernama Ana dengan posibilitas 0,5. Nilai posibilitas Nia lebih besar dibanding dengan nilai posibilitas Ana.
- ☐ Pada record keenam, umur Dian diketahui 50 tahun atau 51 tahun. Umur Dian diekspresikan dengan distribusi posibilitas $\{50,51\}_P$, yang berarti umurnya 50 atau 51, misalkan distribusi posibilitas yang diberikan adalah:

  {0,8/50; 0,4/51}

  yang berarti bahwa nilai posibilitas Dian berumur 50 tahun adalah 0,8; dan nilai posibilitas Dian berumur 51 tahun adalah 0,4 tahun. Nilai posibilitas 50 th lebih besar dibanding dengan nilai posibilitas 51 tahun. Kita tidak tahu apakah Dian memiliki anak atau tidak. Nama anak Dian diekspresikan dengan distribusi posibilitas undefined, tidak jelas punya anak atau tidak (nilai posibilitas = 0).

Apabila ada suatu query:

“Siapa sajakah karyawan yang usianya lebih dari 36 tahun?”

Maka yang masuk dalam kategori ini adalah: Doni, Sandra, Riko, dan Dian.

- ☐ Doni termasuk dalam kategori ini, karena Doni masuk dalam kategori MUDA dimana usia 40 tahun (> 36 th) menjadi anggota himpunan MUDA meskipun nilai posibilitasnya cuma 0,2.

- Sandra termasuk dalam kategori ini, sebab kita tidak tahu umur Sandra, jadi berapapun umur yang diminta Sandra tetap masuk (nilai posibilitas = 1).
- Riko jelas masuk dalam kategori ini, sebab umurnya 56 th (> 36 th). Doni juga masuk dalam kategori ini, sebab 50 th maupun 51 th keduanya lebih dari 36 th.

7 Fuzzy Quantification Theory

7.1. Konsep Kuantifikasi Data

Pada dasaranya metode kantifikasi menggunakan data-data kasar seperti hasil evaluasi dan pendapat orang dimana kunatitas dan pemahaman tentang data-data tersebut tidak secara normal diekspresikan secara numeris. Biasanya, suatu pendapat atau evaluasi terhadap suatu aktifitas akan direpresentasikan dalam bentuk kualitatif secara linguistic seperti: baik, cukup, buruk, puas, tidak puas, dll. Padahal sebenarnya, untuk membandingkan pendapat atau evaluasi akan lebih mudah apabila ekspresi dalam bentuk kualitatif tersebut diganti dengan bentuk numeris. Untuk keperluan tersebut maka dibutuhkan metode kuantifikasi.

Fuzzy quantification theory adalah metode untuk mengendalikan data-data kualitatif dengan menggunakan teori himpunan fuzzy. Pengendalian disini lebih dimaksudkan untuk menjelaskan kejadian-kejadian fuzzy menggunakan nilai dalam rentan [0,1] yang mengekspresikan pendapat-pendapat secara kualitatif.

Jika terdapat sampel data x_k (k =1,2,…,n), dengan derajat keanggotaanpada fuzzy grup B adalah $\mu_B[x_k]$, dan terdapat S fuzzy grup, maka dapat dicari total mean m dan mean m_{Bi} (i=1,2,…,S) sebagai berikut:

$$m = \frac{1}{N}\left\{\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=1}^{n} x_k \mu_{Bi}[x]\right\}$$

$$m_{Bi} = \frac{1}{N(B_i)}\left\{\sum_{i=k}^{n} x_k \mu_{Bi}[x]\right\}$$

Dengan

$$N(B) = \sum_{k=1}^{n} \mu_B[x_k]$$

$$N = \sum_{k=1}^{S} N_{Bi}$$

Total varians T, varians antar fuzzy grup B dan varian dalam suatu fuzzy group E dapat ditentukan sebagai berikut :

$$T = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{S} (x_k - m)^2 \mu_{Bi}[x_k]$$

$$B = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{S} (m_{Bi} - m)^2 \mu_{Bi}[x_k]$$

$$E = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{S} (x_k - m_{Bi})^2 \mu_{Bi}[x_k]$$

Dimana $T = B + E$

7.2. *Fuzzy Quantification Theory I*

Tujuan dari *FQT I* (analisis regresi kualitatif) adalah menentukan hubungan antara variabel kualitatif yang diberikan dengan nilai antara 0 dan 1, dan variable-variable numeris dalam fuzzy grup yang diberikan dalam sampel.

No (k)	External Data	Kategori $A_1, A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_p$	Fuzzy group B
1	y_1	$\mu_1(1), \mu_2(1), \ldots, \mu_i(1), \ldots, \mu_p(1)$	$\mu_B(1)$
2	y_2	$\mu_1(2), \mu_2(2), \ldots, \mu_i(2), \ldots, \mu_p(2)$	$\mu_B(2)$
3	y_3	$\mu_1(3), \mu_2(3), \ldots, \mu_i(3), \ldots, \mu_p(3)$	$\mu_B(3)$
⋮	⋮	⋮	⋮
k	y_k	$\mu_1(k), \mu_2(k), \ldots, \mu_i(k), \ldots, \mu_p(k)$	$\mu_B(k)$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	y_n	$\mu_1(n), \mu_2(n), \ldots, \mu_i(n), \ldots, \mu_p(n)$	$\mu_B(n)$

Pada tabel diatas, menunjukkan karakteristik FQT I. Pada tabel tersebut terdapat n buah sampel. External data (y) menunjukkan fungsi tujuan. y_k adalah fungsi tujuan dari sampel ke-k. $\mu_i(k)$ adalah derajat suatu tanggapan terhadap kategori kualitatif ke-i ($i = 1,2,\ldots,p$) pada sampel ke-k yang diberi nilai [0,1].

FQT I sama halnya menentukan suatu fungsi linear dari beberapa kategori:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{p} a_i \mu_i[k]$$

Dari persamaan ini, diharapkan variasi tujuan memberikan nilai error yang sangat kecil. Untuk keperluan tersebut, dapat disusun bentuk matriks :

$$y' = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n]$$

$$G = \begin{pmatrix} \mu_B(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mu_B(n) \end{pmatrix}$$

$$X = [\mu_i(k)] = \begin{bmatrix} \mu_1(1) & \cdots & \mu_i(1) & \cdots & \mu_P(1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(k) & \cdots & \mu_i(k) & \cdots & \mu_P(k) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(n) & \cdots & \mu_i(n) & \cdots & \mu_P(n) \end{bmatrix}$$

$$a' = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]$$

Dengan demikian, error variance σ_B^2 untuk fuzzy group B adalah

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{N(B)}(y - Xa)'G(y - Xa)$$

Dari

$$\frac{\partial \sigma_B^2}{\partial a} = -2X'Gy + 2X'GXa = 0$$

Bobot kategori a yang meminimumkan error variance diberikan dengan persamaan sebagai berikut:

$$a = (X'GX)^{-1}X'Gy$$

Untuk mendapatkan pengaruh setiap kategori pada variabel y, apabila perubahan pada kategori-kategori yang lain bersifat tetap dapat dilihat melalui koefisien korelasi parsial.

Fuzzy mean dan fuzzy covariance untuk kategori ke-i dan y(k) adalah sebagai berikut:

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}}$$

$$r_{iy} = \frac{\sigma_{iy}}{\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{yy}}}$$

Disini, $Xi(k) = a_i\mu_i(k)$. Dengan menggunakan covariance tersebut, koefisien korelasi fuzzy r_{ij} dan riy dapat dicari sebagai berikut:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=1}^{M}\sum_{k=1}^{n} X_i(k)\mu_{B_r}(k)\right\}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=1}^{M}\sum_{k=1}^{n} y(k)\mu_{B_r}(k)\right\}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=1}^{M}\sum_{k=1}^{n}\left(X_i(k)-\bar{X}_i\right)\left(X_j(k)-\bar{X}_j\right)\mu_{B_r}(k)\right\}$$

$$\sigma_{iy} = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=1}^{M}\sum_{k=1}^{n}\left(X_i(k)-\bar{X}_i\right)\left(y(k)-\bar{y}_j\right)\mu_{B_r}(k)\right\}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=1}^{M}\sum_{k=1}^{n}\left(y(k)-\bar{y}_j\right)^2\mu_{B_r}(k)\right\}$$

Dari sini dapat dibentuk metriks R dengan elemen-elemen sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1K} & r_{1y} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{12} & r_{2y} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ r_{K1} & r_{K2} & \cdots & 1 & r_{Ky} \\ r_{y1} & r_{y2} & \cdots & r_{yK} & 1 \end{bmatrix}$$

Invers dari matriks R adalah:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} r^{11} & r^{12} & \cdots & r^{1K} & r^{1y} \\ r^{21} & r^{22} & \cdots & r^{2K} & r^{2y} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ r^{K1} & r^{K2} & \cdots & r^{KK} & r^{Ky} \\ r^{y1} & r^{y2} & \cdots & r^{yK} & r^{yy} \end{bmatrix}$$

Kemudian variabel y dan koefisien korelasi parsialnya, r_{iy} dengan i=1, 2, ...,i-1, i+1, ..., K adalah:

$$r^{iy} = \frac{-r^{iy}}{\sqrt{r^{ii} r^{yy}}}$$

Koefisien korelasi parsial ini menunjukkan pengaruh variabel ke-i pada variabel y apabila variabel lainnya tetap.

Contoh 7.1

Menganalisis hubungan antara penilaian kinerja dosen oleh mahasiswa, kehadiran dosen, dan nilai kelulusan mahasiswa.

Data yang digunakan adalah contoh data hasil evaluasi kinerja dosen, jumlah kehadiran, dan distribusi nilai akhir mahasiswa di semester genap. Data tersebut seperti pada tabel berikut:

No	Kode matakuliah	Kelas	Jumlah kehadiran	%Lulus >= B	Hasil penilaian mahasiswa*							
					N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
1	52300521	a	11	0,00	2,87	2,73	2,87	3,00	2,87	3,00	2,73	3,00
2	52300521	b	11	4,17	2,53	2,53	2,40	2,73	2,47	2,93	2,80	2,93
3	52300521	c	12	3,66	2,80	2,87	2,60	3,07	2,60	2,87	2,67	3,00
4	52300521	d	12	10,71	2,87	2,93	2,67	3,00	2,87	3,07	2,87	3,07
5	52300721	a	12	17,05	3,21	3,14	2,79	3,14	2,79	2,93	3,07	3,07
6	52300721	b	12	21,35	3,36	3,29	2,71	3,07	2,93	3,14	3,21	3,21
7	52300721	c	11	19,77	2,93	3,14	2,86	3,00	2,93	3,07	2,86	3,07
8	52300721	d	12	41,67	2,33	2,40	2,53	2,47	2,53	2,87	2,40	2,73
9	52303331	a	11	88,41	3,69	3,54	3,46	3,54	3,31	3,38	3,31	3,46
10	52303331	b	10	73,91	3,69	3,54	3,46	3,46	3,23	3,38	3,31	3,38
11	52303331	c	12	73,33	2,47	2,33	2,47	2,73	2,27	2,67	2,53	2,87
12	52303932	a	11	69,47	3,00	3,00	2,83	3,00	2,92	3,25	3,17	3,08
13	52000211	a	9	81,72	3,00	2,86	2,86	3,00	3,14	3,14	3,14	3,00
14	52000211	b	9	87,50	3,63	3,13	3,50	3,25	3,13	3,38	3,13	3,00
15	52000211	c	9	83,33	3,64	3,57	3,43	3,36	3,43	3,50	3,29	3,21
16	10000811	a	12	81,25	3,57	3,43	3,36	3,14	3,14	3,36	3,43	3,43
17	10000811	b	12	88,89	3,40	3,53	3,20	3,33	3,27	3,53	3,33	3,20
18	10000811	c	11	60,00	3,77	3,77	3,00	3,38	3,38	3,54	3,31	3,46
19	52303241	a	9	33,75	3,13	2,67	2,47	2,73	2,73	3,00	3,13	3,13
20	52303241	b	10	50,55	2,67	2,73	2,67	2,87	2,67	2,87	2,87	3,00
21	52303241	c	9	44,44	2,60	2,33	2,47	2,80	2,53	2,73	2,93	2,87

No	Kode matakuliah	Kelas	Jumlah kehadiran	%Lulus >= B	Hasil penilaian mahasiswa*							
					N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
22	52303241	d	10	55,56	2,79	2,36	2,21	2,50	2,71	2,71	2,64	2,86
23	52301931	a	12	59,21	2,17	2,08	2,42	2,75	2,17	3,00	3,00	3,00
24	52301931	b	12	56,25	2,80	2,67	2,67	3,00	2,73	3,13	3,20	3,27
25	52301931	c	12	49,37	2,27	2,20	2,13	2,73	2,53	3,27	3,20	3,13
26	52301931	d	12	68,75	2,20	2,27	2,33	2,60	2,07	2,87	3,40	2,93
27	52304732	a	10	48,48	2,79	2,43	2,71	2,86	2,64	3,00	3,00	2,93
28	61100221	a	12	23,53	3,13	3,00	2,80	3,00	2,73	2,40	3,27	3,00
29	61100221	b	12	26,42	3,07	3,07	2,93	3,13	3,00	3,40	3,47	3,20
30	61100221	c	12	48,75	2,60	2,70	2,80	2,80	2,60	2,80	1,70	2,80
31	61100221	d	12	51,25	2,50	2,50	2,50	2,70	2,50	2,80	1,20	2,70
32	52304832	a	10	25,64	3,00	3,13	3,20	3,20	2,80	3,00	2,87	3,00
33	52304932	a	10	60,00	2,70	2,50	2,60	2,90	2,70	3,00	2,90	3,00
34	52304632	a	10	38,46	3,33	3,20	2,87	3,20	3,13	3,40	3,20	3,40
35	52301021	a	11	32,86	2,73	2,09	2,36	2,73	2,36	2,91	3,00	2,82
36	52301021	b	12	40,59	3,13	2,80	2,73	3,00	2,73	3,20	3,33	3,27
37	52301021	c	11	42,27	2,78	2,44	2,44	3,00	2,89	3,00	3,11	3,11
38	52300621	a	10	40,00	3,08	3,15	2,62	3,08	2,77	2,92	2,46	3,15
39	52300621	b	11	33,75	3,36	3,21	3,00	3,14	2,93	3,14	3,29	3,21
40	52300621	c	9	43,00	2,25	1,75	1,88	2,38	2,00	3,25	3,13	3,00
41	52300621	d	9	31,58	2,13	2,13	2,27	2,27	2,13	2,73	2,00	2,53
42	52300831	a	10	83,33	2,40	1,60	2,00	2,40	2,00	2,87	2,67	2,80
43	52300831	b	10	89,33	1,83	1,67	1,67	1,92	1,67	2,42	2,17	2,50
44	52300831	c	7	48,89	2,86	2,71	2,57	2,71	2,57	3,14	2,86	3,14
45	52300831	d	7	12,50	3,00	3,14	3,00	3,43	2,43	3,14	3,29	3,14
46	10001011	a	12	39,13	3,00	3,08	2,83	3,08	3,00	2,92	2,58	3,08
47	10001011	b	12	40,00	3,14	3,14	3,00	3,14	3,00	2,86	2,71	3,00
48	10001011	c	12	36,99	3,00	2,89	2,78	2,78	2,89	2,78	3,00	2,89
49	52303431	a	11	36,76	2,93	2,87	2,60	3,13	2,47	3,07	2,60	3,13
50	52303431	b	11	22,22	3,07	2,93	2,79	3,07	2,93	3,14	2,93	2,93
51	52303431	c	12	56,94	3,13	2,93	2,60	3,07	2,87	3,27	2,80	3,13
52	52303431	d	11	36,99	3,14	3,14	2,86	3,07	2,86	3,29	3,29	3,21
53	52302131	a	10	52,17	3,07	2,73	3,07	3,07	2,80	3,00	2,67	3,13
54	52302131	b	12	55,41	3,00	3,07	3,13	2,93	2,80	3,13	2,87	3,00
55	52302131	c	10	48,57	2,93	2,80	3,00	2,87	2,80	2,80	2,67	2,87
56	52302131	d	10	55,71	3,27	3,33	3,20	2,87	2,87	3,33	2,87	3,13
57	52302331	a	8	93,00	2,93	2,73	2,67	3,07	2,67	2,87	3,00	2,93
58	52302021	a	12	9,33	2,63	2,50	2,88	3,00	2,13	3,00	3,25	3,00
59	52302021	b	12	5,00	2,53	2,47	2,20	2,93	2,47	3,07	3,60	3,07
60	52302021	c	12	11,94	3,15	2,69	2,46	3,15	2,69	3,46	3,69	3,31
61	52302021	d	11	41,18	3,50	3,42	3,00	3,08	3,08	3,25	3,17	3,17
62	52305032	a	10	53,76	2,80	2,67	2,73	2,53	2,47	2,73	2,73	3,00
63	52305232	a	9	28,99	3,07	2,60	2,53	3,20	2,93	3,27	3,20	3,27
64	52305132	a	10	42,11	3,10	3,00	2,80	3,10	2,90	3,00	3,10	2,90
65	52305332	a	10	60,00	2,82	2,82	2,73	3,00	2,55	2,91	2,45	2,82
66	52301731	a	9	39,47	2,27	2,20	2,20	1,93	2,13	2,80	2,07	2,60
67	52301731	b	8	62,65	2,63	2,50	2,38	3,00	2,50	3,00	2,63	3,13
68	52301731	c	8	57,14	2,71	2,43	2,71	3,00	2,43	3,00	3,00	3,14
69	52301731	d	9	24,05	2,85	2,77	3,00	3,08	2,92	3,23	2,85	3,31
70	52304232	a	6	43,14	2,87	2,53	2,53	3,13	2,40	2,73	2,40	2,73
71	52304132	a	11	48,31	3,14	3,00	2,79	3,07	2,79	3,07	3,00	2,93
72	52304432	a	11	27,03	2,92	3,00	2,58	2,67	2,92	2,83	2,67	2,92
73	52304032	a	9	16,00	2,40	2,53	2,27	2,87	2,33	3,07	2,87	2,87

74	52304332	a	12	82,42	3,43	3,29	2,93	3,07	2,71	3,14	3,79	2,93
75	52301831	a	10	48,0519	2,92	2,67	2,75	3,00	2,50	3,00	2,92	3,08
76	52301831	b	11	56,6265	2,86	2,86	2,86	3,07	2,86	3,36	3,00	3,21
77	52301831	c	10	45,679	2,90	2,60	3,20	3,00	2,70	3,00	3,00	3,10
78	52301831	d	10	49,3827	2,69	2,75	2,88	3,06	2,44	2,75	2,50	2,94

Keterangan:
*) Rata-rata hasil penilaian mahasiswa melalui kuisioner, dengan skala 1 (buruk) sampai 4
(sangat baik), yang meliputi faktor-faktor:
N1 : Kejelasan dan semangat dosen dalam memberikan kuliah
N2 : Kemampuan dosen menguasai kelas
N3 : Kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif
N4 : Tanggapan dan kejelasan dosen menjawab pertanyaan mahasiswa
N5 : Kemampuan dosen memotivasi mahasiswa untuk belajar
N6 : Hubungan contoh soal dan tugas dengan materi yg diberikan
N7 : Disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan
N8 : Kesesuaian materi kuliah dengan silabus/Satuan Acara Perkualiahan (SAP)

Untuk membentuk tabel tersebut, nilai yk diperoleh dari %Lulus >= B untuk data ke-k; nilai $\mu_i(k)$ pada setiap kategori ke-i (dalam kasus ini hanya menggunakan 1 kategori, yaitu kehadiran dosen) diperoleh dari persamaan berikut:

$$\mu_1(k) = \frac{Hadir(k)}{12}$$

Sedangkan nilai $\mu_B(k)$ pada setiap fuzzy group ke-j (j=1,2,...,8) diperoleh daripersamaan berikut:

$$\mu_B(k) = \frac{N_B j(k)}{12}$$

<u>Penyelesaian</u>

Dengan menggunakan regresi linear bisa diperoleh hubungan antara kehadiran dosen mengajar (x) dengan nilai kelulusan mahasiswa ≥ ‘B’ (y) tanpa mempertimbangkan faktor-faktor lainnya, sebagai:

$$y = -27,3988\ \mu[x] + 69,8126 \quad (28)$$

atau

$$y = -2,2832\ x + 69,8126$$

Dengan koefisien korelasi sebesar -0,142; yang berarti bahwa banyaknya kehadiran dosen tidak berkorelasi dengan nilai kelulusan mahasiswa ≥ ‘B’.

Untuk setiap fuzzy group ke-i (i=1,2,...,8), diperoleh vektor y' yang merupakan hasil transpos dari vector baris y (nilai kelulusan mahasiswa ≥ 'B'). Matriks G, merupakan matriks bujursangkar berukuran 78x78 dengan elemen-elemen diagonalnya berisi μB(k), nilai keanggotaan data ke-k pada fuzzy group B ke-i dan elemen-elemen lainnya nol. Matriks X, hanya berukuran 78x1 dengan elemen baris ke-k adalah μ1(k) berisi derajat keanggotaan sampel ke-k pada kehadiran dosen mengajar. Sedangkan y,adala h vektor berukuran 78x1 dengan elemen baris ke-k adalah nilai kelulusan mahasiswa ≥ 'B'.

Vektor bobot kategori (a) hanya berisi satu elemen, diperoleh seperti disajikan di tabel berikut ini

Fuzzy group	*Bobot kategori*	
	sebagai koefisien μ[x]	*sebagai koefisien x*
Kejelasan dan semangat dosen dalam memberikan kuliah	51,1883	4,2657
Kemampuan dosen menguasai kelas	50,8074	4,2339
Kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif	51,3311	4,2776
Tanggapan dan kejelasan dosen menjawab pertanyaan mahasiswa	50,6966	4,2247
Kemampuan dosen memotivasi mahasiswa untuk belajar	50,9738	4,2478
Hubungan contoh soal dan tugas dengan materi yg diberikan	51,0274	4,2522
Disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan	50,6831	4,2236
Kesesuaian materi kuliah dengan silabus/Satuan Acara Perkualiahan (SAP)	50,7656	4,2305

Sehingga, dari persamaan (1) diperoleh nilai eksternal data (yi) untuk setiap fuzzy group ke-i:

y_1 = 51,1883 μ[x]; atau y_1 = 4,2657 x;

y_2 = 50,8074 μ[x]; atau y_2 = 4,2339 x;

y_3 = 51,3311 μ[x]; atau y_3 = 4,2776 x;

y_4 = 50,6966 μ[x]; atau y_4 = 4,2247 x;

y_5 = 50,9738 μ[x]; atau y_5 = 4,2478 x;

y_6 = 51,0274 μ[x]; atau y_6 = 4,2522 x;

y_7 = 50,6831 μ[x]; atau y_7 = 4,2236 x;

y_8 = 50,7656 μ[x]; atau y_8 = 4,2305 x;

Koefisien korelasi antara nilai eksternal data pada setiap fuzzy group (yi) dengan nilai kelulusan mahasiswa ≥ 'B' sama dengan 1, yang berarti bahwa setiap fuzzy group memiliki korelasi yang sangat kuat dengan nilai kelulusan mahasiswa ≥ ‘B’.

Pada tabel tersebut terlihat bahwa bobot kategori terbesar terjadi pada factor kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif. Hal ini berarti bahwa faktor kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif memiliki pengaruh yang paling tinggi diantara faktor-faktor yang lainnya dalam kaitannya dengan pengaruh antara kehariran dosen mengajar dengan nilai kelulusan mahasiswa ≥ ‘B’. Sedangkan bobot kategori terkecil terjadi pada factor disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan. Hal ini berarti bahwa faktor disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan memiliki pengaruh yang paling rendah diantara faktor-faktor yang lainnya dalam kaitannya dengan pengaruh antara kehariran dosen mengajar dengan nilai kelulusan mahasiswa ≥‘B’.

Untuk setiap fuzzy group, titik potong nilai eksternal data mendekati titik (0,89; 45). Hal ini berarti bahwa setiap fuzzy group akan memberikan pengaruh yang sangat berarti apabila jumlah kehadiran dosen mengajar lebih dari (0,89 x 12) = 10 kali. Untuk jumlah kehadiran lebih dari 10 kali, maka setiap fuzzy group akan memberikan korelasi positif dengan prosentase nilai kelulusan mahasiswa ≥ ‘B’ mencapai angka lebih dari 45%.

7.2. *Fuzzy Quantification Theory II*

Tujuan *Fuzzy Quantification Theory II* menurut *Watada et al* yang dikutip Terano (1992) sebagai berikut:

“The object of Fuzzy Quantification Theory II is to express several fuzzy groupsin terms of qualitative descriptive variables. These qualitative descriptive variables take the form of values (membership values) on [0,1].”

Dari kutipan di atas metode ini mengekspresikan beberapa *fuzzy group* ke dalam suatu nilai (derajat keanggotaan) yang direpresentasikan dengan nilai dalam rentang [0,1]. Berikut ini adalah tabel yang menunjukkan karakteristik data yang

ditangani oleh *Fuzzy Quantificationy Theory II*.

No ω	*Fuzzy External Standard* $B_1 \dots B_r \dots B_M$			Kategori $A_1 \dots A_i \dots A_K$				
1	$\mu_{B_1}(1)$	...	$\mu_{B_M}(1)$	$\mu_1(1)$	...	$\mu_i(1)$	...	$\mu_K(1)$
2	$\mu_{B_1}(2)$	...	$\mu_{B_M}(2)$	$\mu_1(2)$	...	$\mu_i(2)$	...	$\mu_K(2)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
ω	$\mu_{B_1}(\omega)$		$\mu_{B_M}(\omega)$	$\mu_1(\omega)$		$\mu_i(\omega)$		$\mu_K(\omega)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
n	$\mu_{B_1}(n)$		$\mu_{B_M}(n)$	$\mu_1(n)$		$\mu_i(n)$		$\mu_K(n)$

Dari tabel pada *Fuzzy Quantification Theory II*, *external standard* direpresentasikan sebagai *fuzzy group* . Tujuan dari *Fuzzy Quantification Theory II* diekspresikan dengan menggunakan persamaan linear dari bobot kategori untuk kategori , sebagai berikut:

$$y(\omega) = \sum_{i=1}^{K} a_i \mu_i(\omega), \qquad \omega = 1, \dots, n$$

Bobot kategori a_i adalah nilai yang memberikan pemisahan yang paling baik untuk setiap external standard *fuzzy group*. Derajat pemisahan yang paling baik untuk grup-grup *fuzzy* ini didefinisikan dengan menggunakan *variance ratio* (η^2) yaitu rasio dari variasi total (T) dan variasi antar *fuzzy group* (B) berikut:

$$\eta^2 = \frac{B}{T}$$

Dengan memaksimumkan *fuzzy variance ratio* η^2, akan diperoleh nilai a_i untuk persamaan $y(\omega)$.

Untuk menentukan nilai pada persamaan linear $y(\omega)$, tentukan terlebih dahulu *fuzzy mean* $\bar{y}_{Br}$ dalam *fuzzy group* (B_r) dan total *fuzzy mean* ($\bar{y}$) dengan:

$$\bar{y}_{B_r} = \frac{1}{N(B_r)} \left\{ \sum_{\omega=1}^{n} y(\omega) \mu_{B_r}(\omega) \right\}; \qquad r = 1, \dots, M$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^{M} \bar{y}_{B_r} N(B_r) \right\}$$

Kemudian untuk nilai keanggotaan dari kategori A_i, *fuzzy mean* $\bar{\mu}_i^{\,r}$ dalam setiap *fuzzy group* (B_r) dan total *fuzzy mean* ($\bar{\mu}_i$) dapat dicari dengan:

$$\bar{\mu}_i^r = \frac{1}{N(B_r)}\left\{\sum_{\omega=1}^{n} \mu_i(\omega)\mu_{B_r}(\omega)\right\}; \qquad i = 1, \dots, K \qquad r = 1, \dots, M$$

$$\bar{\mu}_i = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=1}^{M} \bar{\mu}_i^r N(B_r)\right\}, \qquad i = 1, \dots, K$$

Selanjutnya dibentuk matriks A, $\bar{A}_G$, dan $\bar{A}$ dengan elemen-elemen $\mu_i(\omega)$,$\bar{\mu}_i{}^r$, dan $\bar{\mu}_i$ yang berukuran M_n x K , sebagai berikut:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mu_1(1) & \dots & \mu_i(1) & \dots & \mu_K(1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(j) & \dots & \mu_1(j) & \dots & \mu_K(j) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(n) & \dots & \mu_i(n) & \cdots & \mu_K(n) \\ \mu_1(1) & \dots & \mu_i(1) & \dots & \mu_K(1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(n) & \dots & \mu_i(n) & \dots & \mu_K(n) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{A}}_G = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_1^1 & \dots & \bar{\mu}_i^1 & \dots & \bar{\mu}_K^1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1^1 & \dots & \bar{\mu}_i^1 & \dots & \bar{\mu}_K^1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1^1 & \dots & \bar{\mu}_i^1 & \dots & \bar{\mu}_K^1 \\ \bar{\mu}_1^2 & \dots & \bar{\mu}_i^2 & \dots & \bar{\mu}_K^2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1^M & \dots & \bar{\mu}_i^M & \dots & \bar{\mu}_K^M \end{bmatrix} \qquad \bar{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \cdots & \bar{\mu}_K \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \end{bmatrix}$$

Vektor baris a dengan dimensi K untuk bobot kategori a_i dan matriks diagonal G berukuran M_n *x* M_n yang berisi nilai keanggotaan μ_{Br} dapat dibentuk sebagai berikut:

$$\boldsymbol{a}' = [\boldsymbol{a}_1 \ \dots \boldsymbol{a}_i \ \dots \boldsymbol{a}_K]$$

$$G = \begin{bmatrix} \mu_{B_1}(1) & & & & & \\ & \ddots & & & 0 & \\ & & \mu_{B_1}(n) & & & \\ & & & \mu_{B_2}(1) & & \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & & & \mu_{B_M}(n) \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan matriks di atas, variasi total (T) dan variasi antar *fuzzy group* (B) dapat ditulis sebagai sebagai berikut:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{a}'(\boldsymbol{A} - \overline{\boldsymbol{A}})'\boldsymbol{G}(\boldsymbol{A} - \overline{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{a}'(\overline{\boldsymbol{A}}_G - \overline{\boldsymbol{A}})'\boldsymbol{G}(\overline{\boldsymbol{A}}_G - \overline{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{a}$$

Jika disubstitusikan persamaan ini ke dalam persamaan sebelumnya dan di diferensial secara parsial terhadap a, maka diperoleh:

$$\left\{\boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\overline{\boldsymbol{A}}_G - \overline{\boldsymbol{A}})\right\}' \boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\overline{\boldsymbol{A}}_G - \overline{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{a} = \eta^2 \left\{\boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{A} - \overline{\boldsymbol{A}})\right\}' \left\{\boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{A} - \overline{\boldsymbol{A}})\right\}\boldsymbol{a}$$

Sehingga dibentuk matriks S_G dan S yang berukuran K x K sebagai berikut:

$$\boldsymbol{S}_G = \left\{\boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\overline{\boldsymbol{A}}_G - \overline{\boldsymbol{A}})\right\}' \boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\overline{\boldsymbol{A}}_G - \overline{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{S} = \left\{\boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{A} - \overline{\boldsymbol{A}})\right\}' \left\{\boldsymbol{G}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{A} - \overline{\boldsymbol{A}})\right\}\boldsymbol{a}$$

Jika matriks S_G dan S sudah terbentuk, maka matriks S didekomposisi menjadi matriks segitiga atas Δ sedemikian sehingga $S = \Delta'\Delta$, dan akan diperoleh:

$$[(\Delta')^{-1}\boldsymbol{S}_G\Delta^{-1}]\Delta\boldsymbol{a} = \eta^2\Delta\boldsymbol{a}$$

Setelah matriks S didekomposisi menjadi matriks segitiga atas Δ, maka akan diperoleh matriks γ berikut:

$$\boldsymbol{\gamma} = [(\Delta')^{-1}\boldsymbol{S}_G\Delta^{-1}]$$

Sehingga bobot kategori a_i dapat dicari dari *vektor eigen* Δa yang memaksimumkan *nilai eigen* η^2 dari matriks γ. Dengan demikian, diperoleh bobot kategori a_i yang memaksimumkan *fuzzy variance ratio* η^2.

Adapun algoritma *Fuzzy Quantification Theory II* adalah sebagai berikut:

1. Membentuk matriks A, dengan elemen-elemen $\mu_i(\omega)$, $i = 1,2,\ldots, K$ dan $\omega = 1,2,\ldots, n$ yang diulang sebanyak M kali berukuran M_n x K .

2. Membentuk matriks $\bar{A}_G$, dengan elemen-elemen $\bar{\mu}_i{}^r$, i = 1,2,…, K dan r = 1,2,…,M yang diulang sebanyak n kali untuk suatu nilai berukuran M_n x K.
3. Membentuk matriks $\bar{A}$, dengan elemen-elemen $\bar{\mu}_i$, i = 1,2,…, K yang diulang sebanyak M_n kali berukuran M_n x K.
4. Mencari matriks S_G dan S yang berukuran K x K.
5. Mendekomposisikan matriks S menjadi matriks Δ.
6. Mencari matriks γ.
7. Menentukan bobot kategori a_i dengan memaksimumkan *fuzzy variance ratio* η^2 yang dicari melalui *vektor eigen* Δa yang memaksimumkan *nilai eigen* η^2 dari matriks γ.
8. Menentukan persamaan regresi linear $y(\omega)$, ω.= 1,2,…, n
9. Membentuk hubungan antara $y(\omega)$ dengan *external standard* secara grafis.
10. Menentukan hasil regresi linear masing-masing *external standard*.
11. Melakukan pengujian terhadap hasil regresi linier yang sudah didapatkan.
12. Membandingkan bobot dari hasil regresi linier masing-masing *external standard*.

8 Fuzzy Associtive Memory

8.1. Konsep *Fuzzy Associative Memory* (FAM)

Fuzzy Assocciatif Memory atau Memori Asosiatif *Fuzzy* (MAF) pertama kali diperkenalkan oleh Bart Kosko. FAM merupakan suatu sistem *fuzzy* yang memetakan himpunan-himpunan *fuzzy* ke himpunan-himpunan *fuzzy* lainnya. FAM merupakan versi *fuzzy* dari *Bidirectinal Associative Memory* (BAM).

Bidirectional assosiative memory menyimpan sekumpulan pola dengan cara menjumlahkan matriks korelasi bipolar (matriks outer product berukuran n x m untuk setiap pola). Arsitektur jaringan yang digunakan terdiri dari 2 lapis. *Bidirectional assosiative memory* senantiasa dapat menerima input dari lapisan yang lainnya. Karena bobot-bobot dalam jaringan ini memiliki 2 arah dari satu lapisan ke lapisan yang lain, sehingga akan lebih tepat dikatakan suatu lapisan sebagai X (bukan lapisan input), dan lapisan lain sebagai Y (lapisan output). Matriks bobot W, diperoleh apabila sinyal input diterima dari lapisan X dan dikirim ke lapisan Y; sedangkan matriks bobot, □□, diperoleh apabila sinyal input diterima dari lapisan Y dan dikirim ke lapisan X.

FAM sederhana akan memetakan suatu aturan *fuzzy* atau himpunan pasangan (A_i , B_j) yang menghubungkan himpunan fuzzy B_j ke himpunan *fuzzy* A_i. Dengan demikian, suatu sistem FAM bisa terdiri atas beberapa kumpulan MAF yang berbeda: (A_1 , B_1), (A_2 , B_2),..., (A_p , B_p).

Misal suatu MAF tunggal dengan pasangan himpunan *fuzzy* (A,B), dengan A merupakan suatu himpunan dengan anggota x, dimana $x \in X$ dan B merupakan suatu himpunan dengan anggota y, dimana $y \in Y$. Sebagai contoh, misalkan pada sistem pengendali lalulintas, pasangan (A, B) adalah (PADAT, LAMA). X adalah variabel yang jumlah kendaraan, sedangkan Y adalah variabel lama waktu lampu hijau menyala. $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, dan $Y=\{y_1, y_2, \ldots, y_p\}$. Misalkan: $x_1 = 0$ kendaraan; $x_2 = 5$ kendaraan; $x_3 = 8$ kendaraan; ....; $x_n = 50$ kendaraan; sedangkan $y_1 = 3$ detik; $y_2 = 10$ detik; $y_3 = 15$ detik; ...

y_p= 1 menit. A dan B menunjukkan fungsi keangotaan μ_A dan μ_B yang memetakan elemen x_i dari X ke y_j dari Y. Nilai keanggotaan menunjukkan seberapa besar derajat keberadaan x_i di A dan y_j di B. Misalkan $a_i = \mu_A[x_i]$ dan $b_j = \mu_B[y_i]$ maka: A = (a_1, a_2 ,…, a_n) dan B = (b_1, b_2 ,…, b_n).

8.2. Fuzzy Hebb FAM

Untuk mengkodekan kumpulan *fuzzy* (A,B) = ((a_1, a_2 ,…, a_n),(b_1, b_2 ,…, b_n)).ke bentuk matriks FAM secara numeris, bisa digunakan aturan pembelajaran Hebb. Ada 2 aturan pembelajaran, yaitu pengkodean korelasi minimal (*correlation-minimum encoding*) dan pengkodean korelasi perkalian (*correlation-product encoding*).

a. Pengkodean korelasi minimal

Bentuk pengkodean korelasi minimal akan menghasilkan hasil akhir berbentuk *fuzzy*:

$$M = A^T B \tag{8.1}$$

dengan:

$$m_{ij} = \min(a_i, b_j \tag{8.2}$$

dimana m_{ij} adalah bobot dari node input ke-i ke node output ke-j dari BAM.

<u>Contoh 8.1:</u>

Misalkan A = (0.3, 0.1, 0.9) dan B = (0.2, 0.7) maka dapat diperoleh matriks M berdasarkan pengkodean korelasi minimal sebagai berikut:

$$M = A^T B = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} [0.2 \quad 0.7] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Pada pengkodean korelasi minimal akan memotong himpunan B, dengan demikian himpunan-himpunan fuzzy $a_i \wedge B$ akan memiliki nilai keanggotaan mendatar pada atau di atas nilai a_i.

Diasumsikan A dan B adalah himpunan *fuzzy* normal, dengan H(A) =$\max_i a_i$ dan H(B) = $\max_i b_i$, sedangkan A' dan B' sebarang anggota vector di I^n akan diperoleh;

Teorema 8.1: Korelasi Minimal Hebb

Jika $M = A^T B$, maka:

(i) AM = B, jika dan hanya jika H(A) $\geq$ H(B),

(ii) BM^T = A, jika dan hanya jika H(B) $\geq$' H(A),

(iii) A'M $\subset$ B, untuk setiap A',

(iv) $B'M^T \subset A$, untuk setiap B'

Bukti:

(i) Diketahui $M = A^TB$, $A\,M = B \leftrightarrow H(A) \geq H(B)$

- Akan dibuktikan bahwa $A\,M = B \rightarrow H(A) \geq H(B)$

$M = A^TB$

$A\,A^T = \max_i a_i \wedge a_i = \max_i a_i = H(A)$

$A\,M = A\,(A^TB) = (A\,A^T)\,B = H(A)\,B$

Diketahui $A\,M = B \rightarrow H(A)\,B = B$

Karena $H(A)\,B = B \rightarrow H(A) \geq H(B)$

Jadi terbukti bahwa $A\,M = B \rightarrow H(A) \geq H(B)$.

- Akan dibuktikan bahwa $A\,M = B \leftarrow H(A) \geq H(B)$

$$\begin{aligned} H(A) \geq H(B) \rightarrow \; H(A)\,B &= B \\ &= (A\,A^T)\,B \\ &= A\,(A^T B) \\ &= A\,M = B \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa $H(A) \geq H(B) \rightarrow A\,M = B$.

(ii) Diketahui $M^T = B^TA$, akan dibuktikan $BM^T = A \leftrightarrow H(B) \geq H(A)$

- Akan dibuktikan bahwa $BM^T = A \rightarrow H(B) \geq H(A)$

$M^T = B^TA$

$B\,B^T = \max_i b_i \wedge b_i = \max_i b_i = H(B)$

$B\,M^T = B\,(B^T A) = (B\,B^T)\,A = H(B)\,A$

Diketahui $B\,M^T = A \rightarrow H(B)\,A = A$

Karena $H(B)\,A = A \rightarrow H(B) \geq H(A)$

Jadi terbukti bahwa $B\,M^T = A \rightarrow H(B) \geq H(A)$.

- Akan dibuktikan $B\,M^T = A \leftarrow H(B) \geq H(A)$

$$\begin{aligned} H(B) \geq H(A) \rightarrow \; H(B)\,A &= A \\ &= (B\,B^T)\,A \\ &= B\,(B^T A) \\ &= BM^T = A \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa $H(B) \geq H(A) \rightarrow B\,M^T = A$.□

(iii) Diketahui $M = A^TB$, akan dibuktikan $A'M \subset B$ untuk setiap A'.

$A'\,M = (A'A^T)\,B \subset H(A)\,B \subset B$, dan karena $A'A^T \leq H(A)$.

Jadi terbukti bahwa $A'M \subset B$ untuk setiap A'.

(iv) Diketahui $M^T = B^TA$, akan dibuktikan $B'\,M^T \subset B'$ untuk setiap B'.

$(B^TA) = (B'\,B^T)\,A \subset H(B)\,A \subset A$ dan karena $B'\,B^T \leq H(B)$.

Jadi terbukti bahwa $B'\,M^T = B'$ untuk setiap B'.

b. Pengkodean korelasi perkalian

Bentuk pengkodean algoritma pembelajaran Hebb lainnya adalah pengkodean korelasi perkalian. Bentuk ini akan menghasilkan hasil akhir berbentuk *fuzzy*:

$$M = A^T B \tag{8.3}$$

dengan

$$m_{ij} = a_i * b_j \tag{8.4}$$

Contoh 8.2:

Misalkan pada contoh 8.1, diketahui A = (0.3, 0.1, 0.9) dan B = (0.2, 0.7) maka dapat diperoleh matriks M berdasarkan pengkodean korelasi perkalian sebagai berikut:

$$M = A^T B = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} [0.2 \quad 0.7] = \begin{bmatrix} 0.06 & 0.21 \\ 0.02 & 0.07 \\ 0.18 & 0.63 \end{bmatrix}$$

Misal diasumsikan A dan B adalah himpunan *fuzzy* normal, dengan H(A) merupakan tinggi himpunan *fuzzy* A dan H(B) merupakan tinggi himpunan *fuzzy* B, akan diperoleh;

Teorema 8.2: Korelasi Perkalian Hebb

Jika $M = A^T B$, dengan A dan B adalah vektor tak nol, maka:

(i) A M = B, jika dan hanya jika H(A) = 1,

(ii) B M^T = A, jika dan hanya jika H(B) = 1,

(iii) A' M $\subset$ B, untuk setiap A',

(iv) B' $M^T \subset$ A, untuk setiap B'.

<u>Bukti</u>

(i) Diketahui $M = A^T B$, AM = B $\leftrightarrow$ H(A) = 1

- Akan dibuktikan bahwa AM = B $\rightarrow$ H(A) = 1

$M = A^T B$

$AM = A\,(A^T B) = (A\,A^T)\,B = H(A)\,B$

Diketahui A M = B $\rightarrow$ H(A) B = B, B bukan himpunan kosong.

Karena H(A) B = B $\rightarrow$ H(A) = 1

Jadi terbukti bahwa AM = B $\rightarrow$ H(A) = 1.

- Akan dibuktikan bahwa AM = B $\leftarrow$ H(A) = 1

H(A) = 1 => H(A) B = B

=> $(A\,A^T)\,B = A\,(A^T B) = A\,M = B$

Jadi terbukti bahwa H(A) = 1 $\rightarrow$ A M = B.

(ii) Diketahui $M^T = B^T A$, akan dibuktikan $BM^T = A \leftrightarrow H(B) = 1$.
- Akan dibuktikan bahwa $BM^T = A \rightarrow H(B) = 1$
$M^T = B^T A$
$B\,M^T = B\,(B^T A) = (B\,B^T)\,A = H(B)\,A$
Diketahui $B\,M^T = A \rightarrow H(B)\,A = A$
Karena $H(B)\,A = A \rightarrow H(B) = 1$
Jadi terbukti bahwa $B\,M^T = A \rightarrow H(B) = 1$.
- Akan dibuktikan $B\,M^T = A \leftarrow H(B) = 1$.

$$
\begin{aligned}
H(B) = 1 \rightarrow \quad H(B)\,A &= A \\
&= (B\,B^T)\,A \\
&= B\,(B^T\,A) \\
&= BM^T = A
\end{aligned}
$$

Jadi terbukti bahwa $H(B) = 1 \rightarrow B\,M^T = A$.

(iii) Diketahui $M = A^T B$, akan dibuktikan $A'\,M \subset B$, untuk setiap A'.
- Misal A M = B merupakan matriks trivial & jika B himpunan kosong, maka untuk sebarang anggota vektor A' di I^n, berlaku
$A'\,M = (A'A^T)\,B \subset H(A)B \subset B$, dan karena $A'A \leq H(A)$.

(iv) Diketahui $M^T = B^T A$, akan dibuktikan $A'\,M \subset B$, untuk setiap B',
- Misal $BM^T = A$ merupakan matrik trivial jika A merupakan himpunan kosong, maka untuk sebarang anggota vektor B' di I^n, berlaku $B'M^T = (B'B^T)\,A \subset H(B)\,A \subset A$, dan karena $B'\,B \leq H(B)$.

8.3. Relasi Komposisi

Apabila nilai matriks M didapat, maka matriks B dapat diperoleh menggunakan relasi komposisi dari A dan M. demikian juga, matriks A dapat diperoleh menggunakan komposisi dari M dan B. selanjutnya akan dibahas relasi komposisi maks-min dan maks-perkalian.

a. Relasi Komposisi Maks-Min

Pada relasi komposisi maks-min, matriks B dapat diperoleh dengan menggunakan komposisi dari A M sebagai berikut:

$$B = A\,M \tag{8.5}$$

$$b_j = \max_{1 \leq i \leq n} \min(a_i, m_{ij}) \tag{8.6}$$

dengan menggunakan contoh 8.1, dapat diperoleh matriks B menggunakan persamaan 8.6, sebagai berikut :

$b_1 = \max\{\min(0,3; 0,2); \min(0,1; 0,1); \min(0,9; 0,2)\}$
$\quad = \max(0,2; 0,1; 0,2) = 0,2$
$b_2 = \max\{\min(0,3: 0,3); \min(0,1; 0,1); \min(0,9; 0,7)\}$

$= \max(0,3; 0,1; 0,7) = 0,7$

atau

$$B = A\,M = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 \end{bmatrix} = [0,2 \quad 0,7]$$

Sedangkan matriks A dapat diperoleh dengan menggunakan komposisi dari B MT sebagai berikut:

$$A = B\ MT \tag{8.7}$$

$$a_i = \max_{1 \le i \le n} \min(b_i, m_{ij}) \tag{8.8}$$

Dengan menggunakan contoh 8.1, dapat diperoleh matriks A menggunakan persamaan 8.8, sebagai berikut:

$a_1 = \max\{\min(0,2; 0,2); \min(0,7; 0,3)) = \max(0,2; 0,3) = 0,3$

$a_2 = \max\{\min(0,2; 0,1); \min(0,7; 0,1)\} = \max(0,1; 0,1) = 0,1$

$a_3 = \max\{\min(0,2; 0,2); \min(0,7; 0,7)\} = \max(0,2; 0,7) = 0,7$

atau

$$A = B\,M^T = [0,2 \quad 0,7] \begin{bmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,1 & 0,7 \end{bmatrix} = [0,3 \quad 0,1 \quad 0,7]$$

Pada arah yang berlawanan ini, tidak bisa didapatkan nilai A dengan tepat,yaitu $B\ M^T \neq A$. Hal ini telah dijelaskan pada Teorema 8.1.

b. Relasi Komposisi Maks-Perkalian

Pada relasi komposisi maks-perkalian, matriks B dapat diperoleh dengan menggunakan komposisi dari A M sebagai berikut:

$$B = AM \tag{8.9}$$

$$b_j = \max_{1 \le i \le n} \min(a_i^*, m_{ij}) \tag{8.10}$$

Dengan menggunakan contoh 8.2, dapat diperoleh matriks B dengan menggunakan persamaan 8.10 tersebut, sebagai berikut:

$b_1 = \max\{ (0,3*0,06); (0,1*0,02); (0,9*0,18)\}$

$= \max(0,018; 0,002; 0,162) = 0,162$

$b_2 = \max\{(0,3*0,21); (0,1*0,07); (0,9*0,63)\}$

$= \max(0,036; 0,007; 0,567) = 0,567$

atau

$$B = AM = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,06 & 0,21 \\ 0,02 & 0,07 \\ 0,18 & 0,63 \end{bmatrix} = [0,162 \quad 0,567]$$

Sedangkan matrik A dapat diperoleh dengan komposisi BM^T sebagai berikut:

$$A = BM^T \tag{8.11}$$

$$a_i = \max_{1 \le j \le n} \min(b_j^*, m_{ij}) \quad (8.12)$$

Dengan menggunakan contoh 8.2, diperoleh matriks A menggunakan persamaan 8.12 tersebut, sebagai berikut:

a_1 = max{ (0,2*0,06); (0,7*0,21)}
= max(0,012; 0,147)
= 0,147

a_2 = max{(0,2*0,02); (0,7*0,07)}
= max(0,004; 0,049)
= 0,049

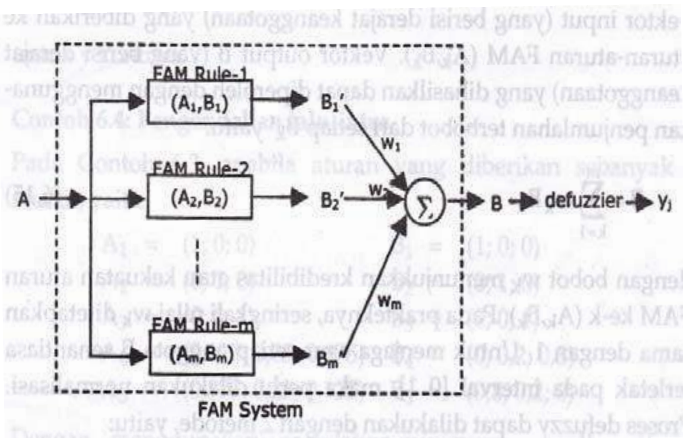
a_3 = max{(0,2*0,18); (0,7*0,63)}
= max(0,036; 0,441)
= 0,441

atau

$$A = BM^T = [0{,}2 \quad 0{,}7]\begin{bmatrix} 0{,}06 & 0{,}02 & 0{,}18 \\ 0{,}21 & 0{,}07 & 0{,}63 \end{bmatrix} = [0{,}147 \quad 0{,}049 \quad 0{,}441]$$

8.4. Pembentukan aturan MAF (*Superimposing FAM Rules*)

Misalkan suatu sistem MAF berisi m kelompok MAF yang berbeda, yaitu (A_1, B_1), (A_2, B_1), ..., (A_m, B_m) seperti terlihat pada gambar berikut :



Dengan menggunakan aturan pembelajaran Hebb, dapat diperoleh m matriks MAF $M_1, M_2, \ldots, M_m$. Fuzzy Hebbian yang digunakan untuk mengkodekan m matriks MAF ($M_1, M_2, \ldots, M_m$) adalah persamaan (8.1) untuk korelasi minimal atau persamaan (8.3) untuk korelasi perkalian. Dari m kelompok (A_k,B_k) ini, dapat ditentukan vektor $B_{k'}$ sebagai:

$$B_{k'} = AM_k = A(A_k^T M), \text{ dengan } k= l, 2, ..., m. \quad (8.13)$$

Untuk komposisi maks-min, dan

$$B_k' = AM_k = A\,(A_k^T M), \text{ dengan } k = 1, 2, ..., m. \qquad (8.14)$$

Untuk komposisi maks-perkalian, dengan A adalah vektor input yang diberikan ke aturan-aturan MAF (A_k, B_k). Sedangkan vektor output B yang dihasilkan dapat diperoleh menggunakan penjumlahan terbobot dari setiap B_k' yaitu:

$$B = \sum_{k=1}^{m} W_k B_k \qquad (8.15)$$

dengan bobot W_k menunjukkan kredibilitas atau kekuatan aturan MAF ke-k (A_k,B_k). Pada prakteknya, seringkali nilai W_k ditetapkan sama dengan 1. Untuk menjaga agar setiap anggota B senantiasa terletak pada interval [0 1], maka perlu dilakukan normalisasi. Adapun proses defuzzy yang digunakan adalah *Winner take all (maximum-membership defuzzification*) yaitu menjadikan nilai terbesar menjadi solusi terbaik.

8.5. Aplikasi MAF

Pada bagian ini akan dibahas aplikasi MAF dalam mencari jumlah produksi telur berdasarkan pengaruh faktor suhu, kebisingan, dan pencahayaan, sehingga diharapkan jumlah produk telur yang dihasilkan dapat memperoleh hasil yang maksimal.

Dalam contoh ini ada 30 pekerja, yang masing-masing melakukan 27 kali percobaan dengan kombinasi suhu (°C), kebisingan (dB), dan pencahayaan (lux) yang berbeda untuk menghasilkan sejumlah produk telur. Dengan demikian banyaknya data yang diperoleh sejumlah 30 x 27 data = 810 data. Dari ketigapuluh data untuk setiap kombinasi diambil nilai rata-ratanya, sehingga data yang akan diolah tinggal 27 data saja seperti terlihat pada tabel berikut :

No	Suhu	Kebisingan	Pencahayaan	Rata-Rata Jumlah Produk	Standar Deviasi
1	22	55	150	148.00	4.71
2	22	55	300	150.90	4.78
3	22	55	500	146.50	4.90
4	22	75	150	143.10	4.90
5	22	75	300	146. 53	4.58
6	22	75	500	142.73	5.42
7	22	90	150	136.73	4.49
8	22	90	300	140.77	4.49
9	22	90	500	135.97	4.75
10	26	55	150	149.73	4.43
11	26	55	300	153.27	5.59
12	26	55	500	152.13	5.04
13	26	75	150	148.00	5.15
14	26	75	300	150.63	5.06
15	26	75	500	147.63	4.84
16	26	90	150	141.47	5.69
17	26	90	300	145.67	4.81
18	26	90	500	140.20	4.76
19	32	55	150	142.10	4.28
20	32	55	300	146.53	5.38
21	32	55	500	142.17	4.53
22	32	75	150	138.70	4.84
23	32	75	300	141.40	4.95
24	32	75	500	138.30	5.12
25	32	90	150	133.33	4.71
26	32	90	300	138.53	4.51
27	32	90	500	133.77	4.83

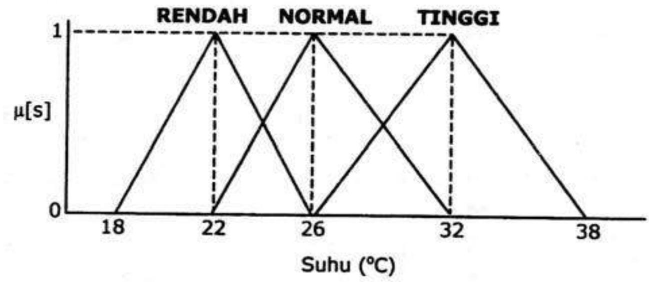
Selanjutnya, suhu akan diwakili dengan variabel S, kebisingan akan diwakili dengan variabel G, pencahayaan akan diwakili dengan variabel C, dan rata-rata jumlah produk akan diwakili dengan variabel P.

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas, akan dilakukan beberapa langkah sebagai berikut;

1. Pembentukan Fungsi Keanggotaan

Dari tabel contoh masalah ini, ada sebanyak 27 pasangan data, yaitu suhu ke-i (S_i), kebisingan ke-i (G_i), dan pencahayaan ke-i (C_i), dengan rata-rata jumlah produk ke-i (P_i), (i= l, 2, ..., 27).

Pada variabel suhu (S), data yang dimiliki adalah 22°C, 26°C, dan 32°C, dengan demikian pada variabel ini bisa dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu RENDAH, NORMAL, dan TINGGI. Himpunan fuzzy RENDAH akan memiliki domain [18, 26], dengan derajat keanggotaan RENDAH tertinggi (=1) terletak pada nilai 22. Apabila suhu semakin kurang dari 22°C, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati SANGAT RENDAH, dan keluar dari semesta pembicaraan dari data penelitian. Namun apabila suhu semakin melebihi 22°C, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati NORMAL. Himpunan *fuzzy* RENDAH direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila suhu semakin mendekati 22°C. Grafik fungsi keanggotaany aseeprti pada gambar berikut :



Fungsi keanggotaan untuk himpunan RENDAH seperti terlihat pada gambar dan persamaan 8.16.

$$\mu_{RENDAH}[s] = \begin{cases} 0, & s \leq 18 \text{ atau } s \geq 26 \\ (s-18)/4, & 18 \leq s \leq 22 \\ (26-s)/4, & 22 \leq s \leq 26 \end{cases} \qquad (8.16)$$

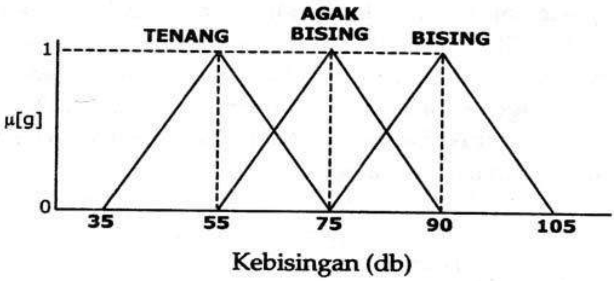
Himpunan *fuzzy* NORMAL akan memiliki domain [22, 32], dengan derajat keanggotaan NORMAL tertinggi (=1) terletak pada nilai 26°C. Apabila suhu semakin kurang dari 26°C dan mendekati 22°C, maka kondisi suhu sudah semakin RENDAH, sehingga derajat keanggotaannya pada himpunan NORMAL akan semakin berkurang sedangkan derajat keanggotaannya pada himpunan RENDAH akan semakin bertambah. Namun apabila suhu semakin melebihi 26°C, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati TINGGI. Himpunan *fuzzy* NORMAL direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila suhu semakin mendekati 26°C. Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL seperti terlihat pada gambar dan persamaan 8.17.

$$\mu_{NORMAL}[s] = \begin{cases} 0, & s \leq 22 \text{ atau } s \geq 32 \\ (s-22)/4, & 22 \leq s \leq 26 \\ (26-s)/4, & 26 \leq s \leq 32 \end{cases} \tag{8.17}$$

Himpunan *fuzzy* TINGGI akan memiliki domain [26, 38], dengan derajat keanggotaan NORMAL tertinggi (=1) terletak pada nilai 32. Apabila suhu semakin kurang dari 32°C dan mendekati 26°C, maka kondisi suhu sudah semakin NORMAL, sehingga derajat keanggotaannya pada himpunan TINGGI akan semakin berkurang sedangkan derajat keanggotaannya pada himpunan NORMAL akan semakin bertambah. Namun apabila suhu semakin melebihi 32°C, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati SANGAT TINGGI dan keluar dari pembicaraan data penelitian. Himpunan *fuzzy* TINGGI direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila suhu semakin mendekati 32°C. Fungsi keanggotaan untuk himpunan TINGGI seperti terliliat pada gambar dan persamaan (3.18).

$$\mu_{TINGGI}[s] = \begin{cases} 0, & s \leq 26 \text{ atau } s \geq 38 \\ (s-26)/6, & 26 \leq s \leq 32 \\ (38-s)/6, & 32 \leq s \leq 38 \end{cases} \tag{8.18}$$

Pada variabel kebisingan (G), data yang dimiliki adalah 55 dB, 75 dB, dan 90 dB, dengan demikian pada variabel ini bisa dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu TENANG, AGAK BISING, dan BISING. Himpunan fuzzy TENANG akan memiliki domain [35, 75], dengan derajat keanggotaan TENANG tertinggi (=1) terletak pada nilai 55. Apabila tingkat kebisingan semakin kurang dari 55 dB, maka kondisi kebisingan sudah semakin mendekati SANGAT TENANG, dan keluar dari semesta pembicaraan dari data penelitian. Namun apabila tingkat kebisingan semakin melebihi 55 dB, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati AGAK BISING. Himpunan fuzzy TENANG direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat kebisingan semakin mendekati 55 dB, Fungsi keanggotaan untuk himpunan TENANG seperti terlihat pada gambar dan persamaan (8.19).



$$\mu_{TENANG}[g] = \begin{cases} 0, & g \leq 35 \text{ atau } g \geq 75 \\ (g-35)/20, & 35 \leq g \leq 55 \\ (75-g)/20, & 55 \leq g \leq 75 \end{cases} \quad (8.19)$$

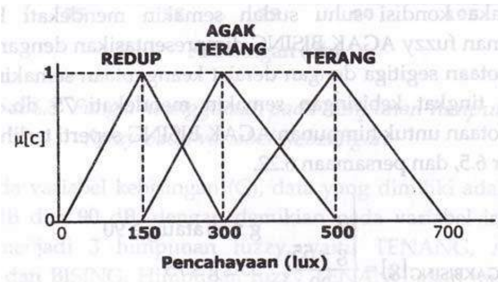
Himpunan *fuzzy* AGAK BISING akan memiliki domain [55, 90], dengan derajat keanggotaan AGAK BISING tertinggi (=1) terletak pada nilai 75. Apabila tingkat kebisingan semakin kurang dari 75 dB, maka kondisi kebisingan sudah semakin mendehati TENANG. Namun apabila tingkat kebisingan semakin melebihi 75 dB, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati BISING. Himpunan fuzzy AGAK BISING direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat kebisingan semakin mendekati 75 dB. Fungsi keanggotaan untuk himpunan AGAK BISING seperti terlihat pada gambar, dan persamaan 8.20.

$$\mu_{AGAK\ BISING}[g] = \begin{cases} 0, & g \leq 55 \text{ atau } g \geq 90 \\ (g-55)/20, & 55 \leq g \leq 75 \\ (90-g)/20, & 75 \leq g \leq 90 \end{cases} \quad (8.20)$$

Himpunan *fuzzy* BISING akan memiliki domain [75, 105], dengan derajat keanggotaan BISING tertinggi (=1) terletak pada nilai 90. Apabila tingkat kebisingan semakin kurang dari 90 dB, maka kondisi kebisingan sudah semakin mendekati AGAK BISING. Namun apabila tingkat kebisingan semakin melebihi 90 dB, maka tingkat kebisingan sudah SANGAT BISING dan akan keluar dari semesta pembicaraan dan data penelitian. Himpunan *fuzzy* BISING direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat kebisingan semakin mendekati 90 dB. Fungsi keanggotaan untuk himpunan BISING seperti terlihat pada gambar dan persamaan 8.21.

$$\mu_{BISING}[g]=\begin{cases} 0, & g\leq 75 \text{ atau } g\geq 105 \\ (g-75)/15, & 75\leq g\leq 90 \\ (105-g)/15, & 90\leq g\leq 105 \end{cases} \qquad (8.21)$$

Pada variabel pencahayaan (C), data yang dimiliki adalah 150 lux, 300 lux, dan 500 lux, dengan demikian pada variabel ini bisa dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu REDUP, AGAK TERANG, dan TERANG. Himpunan fuzzy REDUP akan memiliki domain [0, 300], dengan derajat keanggotaan REDUP tertinggi (=1) terletak pada nilai 150. Apabila tingkat pencahayaan semakin melebihi 150 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati AGAK TERANG. Himpunan *fuzzy* REDUP direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat pencahayaan semakin mendekati 150 lux. Fungsi keanggotaan untuk himpunan REDUP seperti terlihat pada gambar dan persamaan 8.22.



$$\mu_{REDUP}[c]=\begin{cases} 0, & c\leq 0 \text{ atau } c\geq 300 \\ c/150, & 0\leq c\leq 150 \\ (300-c)/150, & 150\leq c\leq 300 \end{cases} \qquad (8.22)$$

Himpunan fuzzy AGAK TERANG akan memiliki domain [150, 500], dengan derajat keanggotaan AGAK TERANG tertinggi (=1) terletak pada nilai 300. Apabila tingkat pencahayaan semakin kurang dari 300 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati REDUP. Namun apabila tingkat pencahayaan semakin melebihi 300 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati TERANG. Himpunan *fuzzy* AGAK TERANG direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat pencahayaan semakin mendekati 300 lux. Fungsi keanggotaan untuk himpunan AGAK TERANG seperti terlihat pada gambar dan persamaan 8.23.

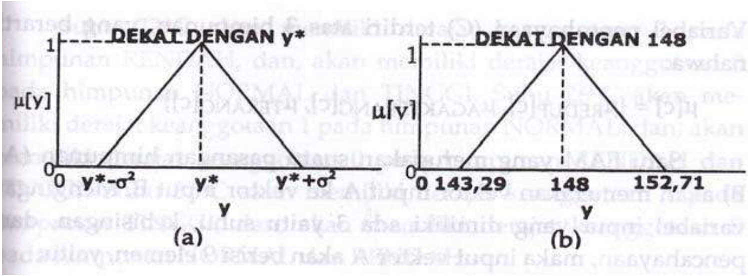
$$\mu_{AGAKTERANG}[c] = \begin{cases} 0, & c \leq 150 \text{ atau } c \geq 500 \\ (c-150)/150, & 150 \leq c \leq 300 \\ (500-c)/200, & 300 \leq c \leq 500 \end{cases} \quad (8.23)$$

Himpunan fuzzy TERANG akan memiliki domain [300, 700], dengan derajat keanggotaan TERANG tertinggi (=1) terletak pada nilai 500. Apabila tingkat pencahayaan semakin kurang dari 500 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati AGAK TERANG. Namun apabila tingkat pencahayaan semakin melebihi 500 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati SANGAT TERANG dan keluar dari semesta pembicaraan data penelitian. Himpunan *fuzzy* TERANG direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat pencahayaan semakin mendekati 50C lux. Fungsi keanggotaan untuk himpunan TERANG seperti terlihat pada gambar dan persamaan 8.24.

$$\mu_{TERANG}[c] = \begin{cases} 0, & c \leq 300 \text{ atau } c \geq 700 \\ (c-300)/200, & 300 \leq c \leq 500 \\ (700-c)/200, & 500 \leq c \leq 700 \end{cases} \quad (8.24)$$

Untuk variabel rata-rata jumlah produksi akan dibagi menjadi 27 himpunan dengan setiap himpunan mewakili bilangan *fuzzy* rata-rata jumlah produksi. Misal: pada data pertama, rata-rata jumlah produksi adalah 148 dengan standart deviasi 4,71; maka bilangan *fuzzy* DEKAT DENGAN 148 dapat direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga seperti pada gambar.

Secara umum, fungsi keanggotaan himpunan DEKAT DENGAN y* terlihat pada gambar dan Persamaan 8.25.



$$\mu_{DEKAT\ DENGAN\ y^*}[y] = \begin{cases} 0, & y \leq (y^*-\sigma^2) \text{ atau } y \geq (y^*+\sigma^2) \\ (y-(y^*-\sigma^2))/\ \sigma^2, & 0 \leq c \leq 150 \\ ((y^*+\sigma^2)-y)/\ \sigma^2, & y^* \leq y \leq (y^*+\sigma^2) \end{cases} \quad (8.25)$$

Fungsi keanggotaan untuk rata-rata jumlah produk ini hanya akan digunakan pada saat rata-rata jumlah produk digunakan sebagai input, sedangkan apabila rata-rata jumlah produk digunakan sebagai output, fungsi ini tidak digunakan.

2. *Pembentukan Matriks A dan B*

Setelah fungsi keanggotaan ditentukan, maka akan diperoleh derajat keanggotaan setiap data pada setiap himpunan dalam variabel suhu, kebisingan, dan pencahayaan. Variabel suhu (S) terdiri atas 3 himpunan, yang berarti bahwa:

$\mu[s] = \{\mu_{RENDAH}[s], \mu_{NORMAL}[s], \mu_{TINGGI}[s]\}$

Variabel kebisingan (G) terdiri atas 3 himpunan, yang berarti bahwa:

$\mu[g] = \{\mu_{TENANG}[s], \mu_{AGAK\ BISING}[s], \mu_{BISING}[s]\}$

Variabel pencahayaan (C) terdiri atas 3 himpunan, yang berarti bahwa:

$\mu[c] = \{\mu_{REDUP}[s], \mu_{AGAK\ TERANG}[s], \mu_{TERANG}[s]\}$

Satu MAF yang merupakan suatu pasangan himpunan (A, B) akan memetakan vektor input A ke vektor input B. Mengingat variabel input yang dimiliki ada 3 yaitu suhu, kebisingan, dan pencahayaan, maka input vektor A akan berisi 9 elemen, yaitu:

$$A = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9).$$

A = $(i_{RENDAH}[s], i_{NORMAL}[s], i_{TINGGI}[s], i_{TENANG}[s], i_{AGAK\ BISING}[s],$
$i_{BISING}[s], i_{REDUP}[s], i_{AGAK\ TERANG}[s], i_{TERANG}[s])$

Contoh untuk suhu 22°C, kebisingan 55 dB, dan pencahayaan 150 lux, vector input yang terbentuk:

A_1= (1, 0, 0,1, 0, 0,1, 0, 0)

Sedangkan vektor output B akan terdiri atas 27 elemen (sesuai dengan jumlah data). Elemen ke-j akan bernilai 1 untuk aturan ke-j. Semua elemen selain elemen ke-j akan bernilai 0 untuk aturan ke-j. Contoh untuk aturan ke-1:

B_1= (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)

3. Pembentukan Sistem MAF

Sistem MAF terdiri atas 27 aturan (*superimposing FAM rules*). Pada setiap aturan akan memuat 27 pasangan (A_k, B_k**)** dengan k= l, 2, ..., 27. Vektor input A_k berisi derajat keanggotaan suhu ke-k pada himpunan RENDAH, NORMAL, TINGGI; derajat keanggotaan kebisingan ke-k pada himpunan TENANG, AGAK BISING, BISING; dan derajat keanggotaan pencahayaan ke-k pada himpunan REDUP, AGAK TERANG, TERANG.

Suhu 22°C akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan RENDAH dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan NORMAL dan TINGGI. Suhu 26°C akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan NORMAL dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan RENDAH dan TINGGI. Suhu 32°C akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan TINGGI dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan NORMAL dan RENDAH.

Kebisingan 55 dB akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan TENANG dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan AGAK BISING dan BISING. Kebisingan 75 dB akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan AGAK BISING dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan TENANG dan BISING. Kebisingan 90 dB akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan BISING dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan AGAK BISING dan TENANG. Pencahayaan 150 lux akan memiliki derajaat keanggotaan 1 pada himpunan REDUP dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada AGAK TERANG dan TERANG. Pencahayaan 300 lux akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan AGAK TERANG dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan REDUP dan TERANG. Sedangkan pencahayaan 500 lux akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan TERANG dan 0 pada himpunan REDUP dan AGAK TERANG.

Dari sini, akhirnya diperoleh vektor input A_k untuk setiap aturan ke-k (k= l, 2, 3 ,..., 27) sebagai berikut:

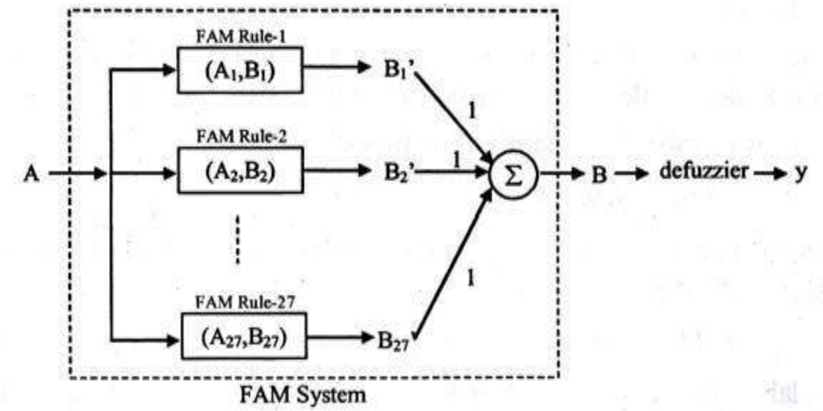
A_1 = (1,0,0,1,0,0,1,0,0);
A_2 = (1,0,0,1,0,0,0,1,0);
A_3 = (1,0,0,1,0,0,0,0,1);
A_4 = (1,0,0,0,1,0,1,0,0);
A_5 = (1,0,0,0,1,0,0,1,0);
A_6 = (1,0,0,0,1,0,0,0,1);
A_7 = (1,0,0,0,0,1,1,0,0);
A_8 = (1,0,0,0,0,1,0,1,0);
A_9 = (1,0,0,0,0,1,0,0,1);
A_{10} = (0,1,0,1,0,0,1,0,0);
A_{11} = (0,1,0,1,0,0,0,1,0);
A_{12} = (0,1,0,1,0,0,0,0,1);
A_{13} = (0,1,0,0,1,0,1,0,0);
A_{14} = (0,1,0,0,1,0,0,1,0);
A_{15} = (0,1,0,0,1,0,0,0,1);
A_{16} = (0,1,0,0,0,1,1,0,0);
A_{17} = (0,1,0,0,0,1,0,1,0);
A_{18} = (0,1,0,0,0,1,0,0,1);
A_{19} = (0,0,1,1,0,0,1,0,0);
A_{20} = (0,0,1,1,0,0,0,1,0);
A_{21} = (0,0,1,1,0,0,0,0,1);
A_{22} = (0,0,1,0,1,0,1,0,0);
A_{23} = (0,0,1,0,1,0,0,1,0);
A_{24} = (0,0,1,0,1,0,0,0,1);
A_{25} = (0,0,1,0,0,1,1,0,0);
A_{26} = (0,0,1,0,0,1,0,1,0);
A_{27} = (0,0,1,0,0,1,0,0,1);

Sedangkan faktor output □□ untuk setiap aturan ke-k(k=1, 2, 3, ..., 27) adalah sebagai berikut:

B_1 = (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_2 = (0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_3 = (0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_4 = (0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_5 = (0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_6 = (0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_7 = (0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_8 = (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_9 = (0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{10} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{11} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{12} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{13} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{14} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{15} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{16} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{17} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{18} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

B_{19} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0)
B_{20} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0)
B_{21} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)
B_{22} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0)
B_{23} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0)
B_{24} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0)
B_{25} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0)
B_{26} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0)
B_{27} = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)

Dengan 27 aturan ini, akan didapat 27 matriks FAM (M_1, M_2, ..., M_{27}), masing-masing berukuran 9 x 27 yang dibentuk dengan pengkodean korelasi minimum arsitektur sistem FAM seperti terlihat pada gambar berikut.



4. Pengujian

Pengujian dilakukan pada data yang ikut dalam aturan dan data bebas yang tidak ikut dalam aturan. Selain itu pengujian juga dilakukan dengan 2 arah, yaitu: pertama, menentukan rata-rata jumlah produk (B) berdasarkan input suhu, kebisingan, dan pencahayaan (A), dan yang kedua, menentukan kombinasi suhu, kebisingan, dan pencahayaan (A) berdasarkan input rata-rata jumlah produk (B).

Pengujian dilakukan dengan mengambil nilai setiap bobot w_k=1(k= l, 2, ..., 27) dengan metode *defuzzy winner take all.* Matriks B_k' tidak digunakan baik komposisi maks-min maupun komposisi maks-produk, namun digunakan perkalian matriks. Dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all*, penggunaan komposisi ini dilakukan sebagai upaya untuk mencegah adanya *flat area* pada daerah solusi. Komposisi untuk setiap aturan digunakan metode *maks,* artinya dalam semua aturan diambil nilai terbesar dari setiap elemen.

a. Pengujian 1

Pada pengujian pertama ini digunakan input: suhu, kebisingan, pencahayaan; output: rata-rata jumlah produk; dan dikenakan pada data yang ikut dijadikan sebagai aturan.

(i)Tes-1: Input: suhu = 22°C, kebisingan = 75 dB, pencahayaan = 300 lux. Output rata-rata jumlah produk adalah 146.53. Data ini memberikan suatu vektor input:

A = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0);

Dengan menggunakan komposisi perkalian matriks, matriks B_k' untuk k= l, 2,..., 27; diperoleh dari:

$$B_k' = A*M_k$$

Setelah diperoleh matriks B_k', akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan Bk', yaitu:

B = (1, 2, 1, 2. 3, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 0,1, 2, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 0)

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-5 (= 3), dengan menggunakan metode *defuzzy winter take all* diperoleh nilai y = 146.53. Dengan demikian pengujian ini benar.

(ii)Tes-2: Input: suhu = 26°C, kebisingan = 90 dB, pencahayaan = 150 lux. Output rata-rata jumlah produk adalah 141.47. Data ini memberikan suatu vektor input:

A = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0);

Seperti halnya penyelesaian pada tes-1, akan didapat matriks B sebagai berikut;

B = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1)

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-16 (=3), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai y = 141.47. Dengan demikian pengujian ini benar.

(iii) Tes-3: Input: suhu = 32°C, kebisingan = 55 dB, pencahayaan = 500 lux. Output rata-rata jumlah produk adalah 142.17. Data ini memberikan suatu vektor input:

A = (0,0,1,1,0,0,0,0,1);

Seperti halnya penyelesaian pada tes-1, akan didapat matriks B sebagai berikut; B_k', yaitu:

B = (1, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 0, 0,1, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 1, 2)

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-21 (= 3), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoieh nilai y=142,17. Dengan demikian pengujian ini benar. Pengujian telah dilakukan semua pada data yang digunakan sebagai aturan, dan memberikan hasil yang benar untuk semua data.

b. Pengujian 2

Pada pengujian kedua ini digunakan input: suhu, kebisingan, pencahayaan; output: rata-rata jumlah produk; dan dikenakan pada data yang tidak ikut dijadikan sebagai aturan.

(i)Tes-1: Input: suhu = 25°C, kebisingan = 60 dB, pencahayaan = 200 lux. Untuk mendapatkan vektor input A sebelumnya perlu dicari terlebih dahulu derajat keanggotaan nilai tiap variabel dalam setiap himpunan.

$a_1 = \mu_{RENDAH}[25] = (26-25)/4 = 0{,}25$

$a_2 = \mu_{NORMAL}[25] = (25-22)/4 = 0{,}75$

$a_3 = \mu_{TINGGI}[25] = 0$

$a_4 = \mu_{TENANG}[60] = (75-60)/20 = 0{,}75$

$a_5 = \mu_{AGAKBISING}[60] = (60-55)/20 = 0{,}25$

$a_6 = \mu_{BISING}[60] = 0$

$a_7 = \mu_{REDUP}[200] = (300-200)/150 = 0{,}66$

$a_8 = \mu_{AGAKTERANG}[200] = (200-150)/150 = 0{,}33$

$a_9 = \mu_{TERANG}[200] = 0$

Vektor input A: A = (0,25; 0,75; 0; 0,75; 0,25; 0; 0,66; 0,33; 0)

Dengan menggunakan komposisi penjumlahan perkalian (*sum-product)* nilai setiap B_k' untuk k=l, 2, ..., 27; diperoleh dari:

$$B_k' = A*Mk$$

Setelah diperoleh nilai B_k', akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan B_k' yaitu:

B = (1,6667; 1,3333; 1,0000; 1,1667; 0,8333; 0,5000; 0,9167; 0,5833; 0,2500;
2.1666; 1,833; 1,5000; 1,6667; 1,333; 1,0000; 1,4167; 1,0833; 0,7500; 1,467;
1.0833; 0,7500; 0,9167; 0,5833; 0.2500; 0,6667; 0,3333; 0,0000)

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-10 (= 2,1667), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai y =149,73.

(ii)Tes-2: Input: suhu = 30°C, kebisingan = 80 dB, pencahayaan = 400 lux.

Untuk mendapatkan vektor input A sebelumnya perlu dicari terlebih dahulu derajat keanggotaan nilai tiap variabel dalam setiap himpunan.

$a_1 = \mu_{RENDAH}$ [30] = 0

$a_2 = \mu_{NORMAL}$ [30] = (32-30)/4 = 0,50

$a_3 = \mu_{TINGGI}$ [30] = (30-26)/6 = 0,66.

$a_4 = \mu_{TENANG}$ [80] = 0

$a_5 = \mu_{AGAK\ BISING}$ [80] = (90-80)/20 = 0,5

$a_6 = \mu_{BISING}$ [80] = (80-75)/15 = 0,33

$a_7 = \mu_{REDUP}$[400] = 0

$a_8 = \mu_{AGAKTERANG}$ [400] = (500-400)/200 = 0.50

$a_9 = \mu_{TERANG}$ [400] = (400-300)/200 = 0,50

Vektor input A: A = (0; 0,50; 0,66; 0; 0,50; 0,33; 0; 0,50; 0,50)

Dengan menggunakan komposisi *sum-product,* nilai setiap B_k' untuk k=l,2,....,27; diperoleh dari:

$$B_k' = A*M_k$$

Setelah diperoleh nilai B_k' , akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan B_k', yaitu:

B = (0; 0,5000; 0,5000; 0,5000; 1,0000; 1,0000; 0,3333; 0,8333; 0,8333; 0,5000; 1,0000; 1,0000; 1,0000; 1,5000; 1.5000; 0,8333; 1,3333; 1,3333; 0,6667; 1,1667; 1,1667; 1,1667; 1,6667; 0,9999; 1,4999; 1,4999)

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-24 (=1,6777), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai y =138,30.

(iii) Tes-3: Input: suhu = 35°C, kebisingan = 100 dB, pencahayaan = 600 lux.

Untuk mendapatkan vektor input A sebelumnya perlu dicari terlebih dahulu derajat keanggotaan nilai tiap variabel dalam setiap himpunan.

$a_1 = \mu_{RENDAH}$ [35] = 0

$a_2 = \mu_{NORMAL}$ [35] = 0

$a_3 = \mu_{TINGGI}$ [35] = (38-35)/6 = 0,50

$a_4 = \mu_{TENANG}$ [100] = 0

$a_5 = \mu_{AGAK\ BISING}$ [100] = 0

$a_6 = \mu_{BISING}$ [100] = (105-100)/15 = 0,33

$a_7 = \mu_{REDUP}$[600] = 0

$a_8 = \mu_{AGAKTERANG}$ [600] = 0

$a_9 = \mu_{TERANG}$ [600] = (700-600)/200 = 0,50

Vektor input A: A = (0; 0; 0,50; 0; 0; 0,33; 0; 0; 0,50)

Dengan menggunakan komposisi *sumproduct*, nilai setiap B_k'untuk k=l,2,...,27; diperoleh dari: B_k' = A* M_k

Setelah diperoleh nilai B_k', akan didapat nilai vektor B, yaitu:

B = (0; 0; 0,5000; 0; 0; 0,5000; 0,3333; 0,3333; 0,8333; 0; 0; 0,5000; 0,3333;0,3333; 0,5000; 0,3333; 0,3333; 0,8333; 0,5000; 0,5000; 1,0000; 0,5000;0,5000; 1,0000; 0,8333; 0,8333; 1,3333)

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-27 (=1,3333), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai y=133,77.

c. Pengujian 3

Pada pengujian ketiga ini digunakan input: rata-rata jumlah produk; output: suhu, kebisingan, pencahayaan; dan dikenakan pada data yang ikut dijadikan sebagai aturan.

(i)Tes-1:Input: rata-rata jumlah produk = 142,10. Output yang bersesuaian adalah suhu = 32°C, kebisingan = 55 dB, dan pencahayaan = 150 lux.

Diperoleh vektor input;

B = (0; 0; 0,102; 0,796; 0,033; 0,884; 0; 0,703; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,889; 0,258; 0,600; 1; 0,176; 0,861; 0,298; 0,859; 0,2579; 0; 0,208; 0)

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk k=l,2,... 27; diperoleh dari

$$A_k' = B{*}M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k', akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan matriks A_k', yaitu: A = (0,884; 0,889; 1; 1;0,884; 0,889; 1; 0,859; 0,861)

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai s=32. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vekor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai g=55. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai c=150. Sehingga benar bahwa suhu = 32°C, kebisingan = 55 db, dan pencahayaan = 150 lux.

(ii)Tes-2: Input: rata-rata jumlah produk= 133,33.

Output yang bersesuaian adalah suhu = 32°C, kebisingan = 90 dB, dan pencahayaan = 150 lux. Diperoleh vektor input B:

B = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,243; 0; 0,444; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;0; 0; 0,029; 1; 0; 0,909)

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk k=l,2,... 27; diperoleh dari:

$$A_k' \; B*M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k' yaitu: A = (0,444; 0; 1; 0; 0,029; 1; 1; 0; 0,909)

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai s=32. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai g=90. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all.* diperoleh nilai c=150. Sehingga benar bahwa suhu = 32°C, kebisingan = 90 db, dan pencahayaan = 150 lux.

(iii)Tes-3: Input: rata-rata jumlah produk = 153,27.

Output yang bersesuaian adalah suhu = 26°C, kebisingan = 55 dB, dan pencahayaan = 300 lux; Diperoleh vektor input B:

B = (0; 0,504; 0;0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,201; 1; 0,774; 0; 0,478; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk K=1,2,...27; diperoleh dari:

$$A_k' = B*M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k', akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k', yaitu: A = (0,504; 1; 0; 1; 0,478; 0; 0,201; 1; 0;774)

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai s=26. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1, dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai g=55. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai c=150.

d. Pengujian 4

Pada pengujian keempat ini digunakan input: rata-rata jumlah produk; output: suhu, kebisingan, pencahayaan; dan dikenakan pada data yang tidak ikut dijadikan sebagai aturan.

(i)Tes-1: Input: rata-rata jumlah produk = 150. Diperoleh vektor input B:

B = (0,5756; 0,8117; 0,2863; 0; 0.2430; 0; 0; 0; 0; 0,9390; 0,4149; 0.5776;0,6119; 0; 8755; 0,5102; 0; 0,0996; 0; 0; 0,3550; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)

Dengan menggunakan komposisi *sum-product,* nilai setiap A_k' untuk k=l,2,...27; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k', yaitu:

A = (0,8117; 0,9390; 0,3550; 0,9390; 0,8755; 0,0996; 0,9390; 0,8755;0,5776)

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=0,9390), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai s=26. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=0,9390), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai g=55. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=0,9390), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai c=150. Sehingga didapat hasil: suhu=26°C, kebisingan= 55 db, dan pencahayaan= 150 lux. Apabila ditinjau dari data sebenarnya, rata-rata produk untuk kombinasi ini adalah 149,73 dengan standart deviasi 4,43. Nilai 150 masih berada pada range kombinasi tersebut. (145,3 < 150 < 154,16).

(ii)Tes-2: Input: rata-rata jumlah produk = 133. Diperoleh vektor input B:

B = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,1702; 0; 0,3741; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;0,9299; 0; 0; 0,8404)

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk k=l,2,...27; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k', akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k', yaitu: A = (0,3741; 0; 0,9299; 0; 0; 0,9299; 0,9299; 0; 0,8404)

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=0,9299), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai s=32. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=0,9299), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai g=90. Elemen ke-7 sampai Ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=0,9299), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai c=150. Sehingga didapat hasil: suhu=32°C, kebisingan=90 dB, dan pencahayaan=150 lux. Apabila ditinjau dari data sebenarnya, rata-rata produk untuk kombinasi ini adalah 133,33 dengan standart deviasi 4,71. Nilai 133 masih berada pada range kombinasi tersebut (128,62 < 133 < 138,04).

(iii)Tes-3: Input: rata-rata jumlah produk = 145. Diperoleh vektor input B:

B = (0,3633; 0; 0,6941; 0,6123; 0,6662; 0,5812; 0; 0,0569; 0; 0; 0; 0; 0,4178; 0; 0,4565; 0,3792; 0,8607; 0; 0,3221; 0,7156; 0,3758; 0; 0,2720; 0; 0; 0; 0)

Dengan menggunakan komposisi sum-product, nilai setiap A_k' = untuk k=l ,2, ..., 27; diperoleh dari:

$$A_k' = = B*M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai □□□, akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan □□□,

yaitu: A = (0,6941; 0,8607; 0,7156; 0,7156; 0,6662; 0,8607; 0,6123; 0,8607; 0;6941)

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=0,8607), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai s=26. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=0,8607), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai g=90. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=0,8607), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai c=300. Sehingga didapat hasil: suhu=26°C, kebisingan=90 dB, dan pencahayaan=300 lux. Apabila ditinjau dari data sebenarnya, rata-rata produk untuk kombinasi ini adalah 145,67 dengan standart deviasi 4,81. Nilai 145 masih berada pada range kombinasi tersebut (140,86 < 145 < 150,48). Hasil pengujian terhadap beberapa rata-rata jumlah produksi telur seperti terlihat pada tabel berikut.

No	Rata-Rata Jumlah Produk	Suhu	Kebisingan	Pencahayan
1	134	32	90	500
2	137	22	90	150
3	139	32	75	150
4	140	26	90	500
5	142	32	55	150
6	144	22	75	150
7	146	26	90	300
8	147	32	55	300
9	149	26	55	150
10	151	22	55	300

9 Aplikasi Fuzzy dalam Penelitian

Prediksi Jumlah Produksi Mebel Pada CV. Sinar Sukses Manado Menggunakan *Fuzzy Inference System*

(Try Buana Donda, Altien J. Riindengan, Chriestie E. J. C. Montolalu - Program Studi Matematika–FMIPA Universitas Sam Ratulangi Manado, Indonesia)

PENDAHULUAN

Industri mebel di Indonesia sangat berpotensi untuk tumbuh dan berkembang karena didukung oleh pengrajin yang terampil dan juga sumber bahan baku yang melimpah. Hal inilah yang membuat banyak bermunculan para pelaku industri mebel di tiap-tiap daerah hingga terjadi persaingan mulai dari kualitas sampai banyaknya jumlah mebel yang diproduksi oleh satu perusahaan untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal.

Keuntungan yang maksimal diperoleh dari penjualan yang maksimal. Penjualan yang maksimal artinya dapat memenuhi permintaan-permintaan yang ada. Oleh karena itu perencanaan ataupun prediksi jumlah produk kedepannya dalam suatu perusahaan sangatlah penting agar dapat memenuhi permintaan pasar dengan tepat dan dengan jumlah yang sesuai. Faktor-faktor yang perlu diperhatikan dalam menentukan jumlah produk, antara lain: sisa persediaan satu periode sebelumnya dan perkiraan jumlah permintaan satu periode selanjutnya .

Salah satu cara untuk memprediksi jumlah produksi menggunakan data persediaan dan permintaan pada perusahaan mebel yaitu menggunakan logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* merupakan suatu cara untuk memetakan ruang input ke dalam suatu ruang output. Teknik ini menggunakan teori matematis himpunan *fuzzy*. Logika *fuzzy* berhubungan dengan ketidakpastian yang telah menjadi sifat alamiah manusia.

Beberapa penelitian sebelumnya yaitu menentukan jumlah produksi dengan logika *fuzzy* menggunakan metode Tsukamoto dan menentukan perencanaan produksi menggunakan model *fuzzy goal programming* pada CV. Sinar Sukses.

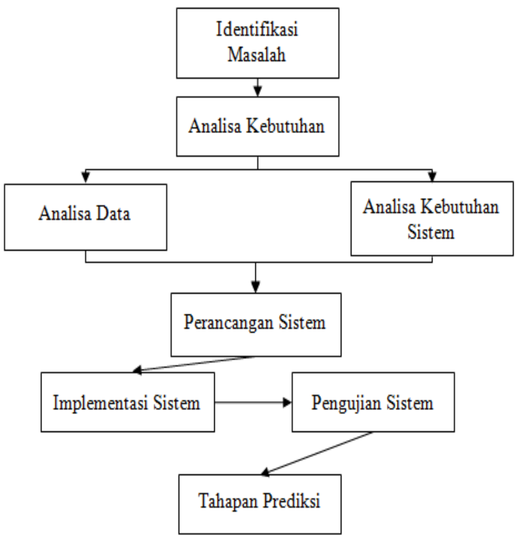
Berdasarkan uraian di atas, maka dalam penelitian ini dengan menggunakan logika *fuzzy* akan dilakukan prediksi jumlah produksi mebel berdasarkan data persediaan dan jumlah permintaan pada perusahaan CV. Sinar Sukses di Kota Manado. Penelitian ini akan menggunakan bantuan komputer untuk membangun sistem pendukung keputusannya dan metode yang akan digunakan yakni metode *Fuzzy Inference System Mamdani*.

METODOLOGI PENELITIAN

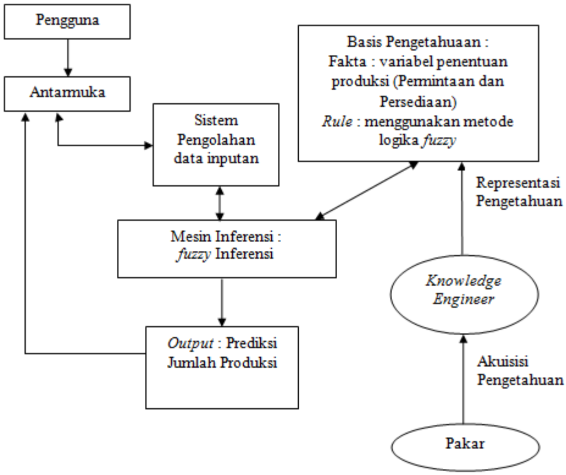
Waktu dan tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada bulan Agustus 2017 sampai bulan Maret 2018 mulai dari penyusunan proposal penelitian, pengambilan data serta pengolahan data. Pengambilan data dilakukan di CV. Sinar Sukses Manado dan Pengolahan data dilakukan di Laboratorium Komputer Lanjut Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sam Ratulangi.

Metode Penelitian



Perancangan Sistem



HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis Data

Data yang diperoleh untuk digunakan dalam rancangan sistem yang dibuat adalah data per bulan dari jumlah permintaan, persediaan, dan produksi dari dua barang yaitu pintu dan lemari dari Januari 2013 sampai November 2017 dari perusahaan CV. Sinar Sukses Manado.

Dari data yang diperoleh, akan diolah menggunakan *Fuzzy Inference System* metode Mamdani untuk mendapatkan output dengan beberapa tahapan yaitu mendefinisikan variabel *fuzzy*, aplikasi fungsi implikasi, komposisi antar aturan dan *defuzzyfikasi* sebelum diimplementasikan ke dalam sistem pendukung keputusan.

Mendefinisikan Variabel *Fuzzy*

Dalam tahap ini, nilai keanggotaan himpunan permintaan dan persediaan akan dicari menggunakan fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* dengan memperhatikan nilai maksimum, nilai tengah dan nilai minimum data setiap variabel pada masing-masing barang. Variabel-variabel ini antara lain: variabel permintaan, variabel persediaan dan variabel produksi.

1. Variabel Permintaan

a. Fungsi permintaan pintu

$$\mu[x_1]_{pmtrendah} = \begin{cases} 1\,; x \leq 30 \\ \frac{1}{17}(47 - x)\,; 30 < x < 47 \\ 0\,; x \geq 47 \end{cases}$$

$$\mu[x_1]_{pmtsedang} = \begin{cases} 0\ ; x_1 \leq 30 \\ \frac{1}{17}(x_1 - 30)\,;\ 30 < x_1 < 47 \\ 1\,;\ x_1 = 47 \\ \frac{1}{18}(65 - x_1); 47 < x_1 < 65 \\ 0\ ;\ x_1 \geq 65 \end{cases}$$

$$\mu[x_1]_{pmttinggi} = \begin{cases} 0\,; x_1 \leq 48 \\ \frac{1}{18}(x_1 - 47); 47 < x_1 < 65 \\ 1\,; x_1 \geq 65 \end{cases}$$

b. Fungsi permintaaan lemari

$$\mu[x_2]_{pmtrendah} = \begin{cases} 1\,; x_2 \leq 20 \\ \frac{1}{6}(26 - x_2); 20 < x_2 < 26 \\ 0\,; x_2 \geq 26 \end{cases}$$

$$\mu[x_2]_{pmtsedang} = \begin{cases} 0\ ; x_2 \leq 20 \\ \frac{1}{6}(x_2 - 20); 20 < x_2 < 26 \\ 1\,;\ x_2 = 26 \\ \frac{1}{6}(32 - x_2); 26 < x_2 < 32 \\ 0\ ;\ x_2 \geq 32 \end{cases}$$

$$\mu[x_2]_{pmttinggi} = \begin{cases} 0\,; x_2 \leq 26 \\ \frac{1}{6}(x_2 - 26); 26 < x_2 < 32 \\ 1\,; x_2 \geq 32 \end{cases}$$

2. Variabel Persediaan

a. Fungsi persediaan pintu

$$\mu[x_1]_{psdsedikit} = \begin{cases} 1\,; x_1 \le 9 \\ \frac{1}{5}(14 - x_1); 9 < x_1 < 14 \\ 0\,; x_1 \ge 14 \end{cases}$$

$$\mu[x_1]_{psdsedang} = \begin{cases} 0\;;\; x_1 \le 9 \\ \frac{1}{5}(x_1 - 9); 9 < x_1 < 14 \\ 1\,;\; x_1 = 14 \\ \frac{1}{6}(20 - x_1); 14 < x_1 < 20 \\ 0\;;\; x_1 \ge 20 \end{cases}$$

$$\mu[x_1]_{psdbanyak} = \begin{cases} 0\,;\; x_1 \le 14 \\ \frac{1}{6}(x_1 - 14); 14 < x_1 < 20 \\ 1\,; x_1 \ge 20 \end{cases}$$

b. Fungsi persediaan lemari

$$\mu[x_2]_{psdsedikit} = \begin{cases} 1\,; x_2 \le 6 \\ \frac{1}{6}(12 - x_2); 6 < x_2 < 12 \\ 0\,; x \ge 12 \end{cases}$$

$$\mu[x_2]_{psdsedang} = \begin{cases} 0\;;\; x_2 \le 6 \\ \frac{1}{6}(x_2 - 6); 6 < x_2 < 12 \\ 1\,;\; x_2 = 12 \\ \frac{1}{6}(18 - x_2); 12 < x_2 < 18 \\ 0\;;\; x_2 \ge 18 \end{cases}$$

$$\mu[x_2]_{psdbanyak} = \begin{cases} 0\,; x_2 \le 12 \\ \frac{1}{6}(x_2 - 12); 12 < x_2 < 18 \\ 1\,; x_2 \ge 18 \end{cases}$$

3. Variabel Produksi

a. Fungsi produksi pintu

$$\mu[x_1]_{prdberkurang} = \begin{cases} 1\,; x_1 \leq 35 \\ \dfrac{1}{15}(50 - x_1); 35 < x_1 < 50 \\ 0\,; x_1 \geq 50 \end{cases}$$

$$\mu[x_1]_{prdtetap} = \begin{cases} 0\ ;\ x_1 \leq 35 \\ \dfrac{1}{15}(x_1 - 35); 35 < x_1 < 50 \\ 1\ ;\ x_1 = 50 \\ \dfrac{1}{15}(65 - x_1); 50 < x_1 < 65 \\ 0\ ;\ x_1 \geq 65 \end{cases}$$

$$\mu[x_1]_{prdbertambah} = \begin{cases} 0\,; x_1 \leq 50 \\ \dfrac{1}{15}(x_1 - 50); 50 < x_1 < 65 \\ 1\,; x_1 \geq 65 \end{cases}$$

b. Fungsi Produksi lemari

$$\mu[x_2]_{prdberkurang} = \begin{cases} 1\,; x_2 \leq 20 \\ \dfrac{1}{10}(30 - x_2); 20 < x_2 < 30 \\ 0\,; x_2 \geq 30 \end{cases}$$

$$\mu[x_2]_{prdtetap} = \begin{cases} 0\ ;\ x_2 \leq 20 \\ \dfrac{1}{10}(x_2 - 20); 20 < x_2 < 30 \\ 1\ ;\ x_2 = 30 \\ \dfrac{1}{10}(40 - x_2); 30 < x_2 < 40 \\ 0\ ;\ x_2 \geq 40 \end{cases}$$

$$\mu[x_2]_{prdbertambah} = \begin{cases} 0\,; x_2 \leq 30 \\ \dfrac{1}{10}(x_2 - 30); 30 < x_2 < 40 \\ 1\,; x_2 \geq 40 \end{cases}$$

Dengan mengkombinasikan himpunan-himpunan dari setiap variabel *fuzzy* tersebut, maka diperoleh sembilan aturan *fuzzy* sebagai berikut:

[R1] IF Permintaan RENDAH And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R2] IF Permintaan RENDAH And Persediaan SEDANG THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R3] IF Permintaan RENDAH And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R4] IF Permintaan SEDANG And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

[R5] IF Permintaaan SEDANG And Persediaan SEDANG THEN Produksi Barang TETAP;

[R6] IF Permintaan SEDANG And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

[R7] IF Permintaan TINGGI And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

[R8] IF Permintaan TINGGI And Persediaan SEDANG THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

[R9] IF Permintaan TINGGI And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH.

Aplikasi Fungsi Implikasi

Sebelum masuk pada tahapan ini, akan dipilih 1 data yang akan diprediksi untuk menunjukkan contoh perhitungan secara manual. Contoh data yang akan dihitung manual adalah data pintu pada bulan Januari 2013 yaitu permintaan 32 unit dan persediaan 10 unit.

Tahap 1. Hitung Nilai Keanggotaan himpunan dari setiap variabel menggunakan fungsi yang sudah di bentuk.

- Permintaan 32 unit (karena 32 masuk dalam fungsi keanggotaan permintaan rendah dan sedang berdasarkan grafik pada gambar 9 dan 10, maka gunakan fungsi keanggotaan permintaan rendah dan sedang).

$\mu[x_1]_{pmtrendah} = \frac{47-32}{47-30} = \frac{15}{17} = 0{,}882353$
$\mu[x_1]_{pmtsedang} = \frac{32-30}{47-30} = \frac{2}{17} = 0{,}117647$

- Persediaan 10 unit (karena 10 masuk dalam fungsi keanggotaan persediaan sedikit dan sedang berdasarkan grafik pada gambar 15 dan 16, maka gunakan fungsi keanggotaan persediaan sedikit dan sedang).

$\mu[x_1]_{psdsedikit} = \frac{14-10}{14-9} = \frac{4}{5} = 0{,}8$
$\mu[x_1]_{psdsedang} = \frac{10-9}{14-9} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

Tahap 2. Inferensi aturan yang telah dibentuk.

Karena yang digunakan dalam variabel permintaan (RENDAH, SEDANG) dan persediaan (SEDIKIT, SEDANG) maka hanya berlaku 4 aturan yaitu :

[R2] IF Permintaan RENDAH And Persediaan SEDANG THEN Produksi BERKURANG

$\alpha_2 = \mu[x_1]_{pmtrendah} \cap \mu[x_1]_{psdsedang}$
$= \min(0{,}882\ , 0{,}2)$
$= 0{,}2$

[R3] IF Permintaan RENDAH And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi BERKURANG

$\alpha_3 = \mu[x_1]_{pmtrendah} \cap \mu[x_1]_{psdsedikit}$
$= \min(0{,}882\ , 0{,}8)$
$= 0{,}8$

[R5] IF Permintaan SEDANG And Persediaan SEDANG THEN Produksi TETAP

$\alpha_5 = \mu[x_1]_{pmtsedang} \cap \mu[x_1]_{psdsedang}$
$= \min(0{,}117647\ , 0{,}2)$
$= 0{,}117647$

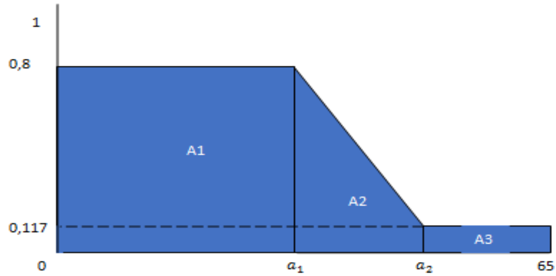
[R6] IF Permintaan SEDANG And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi BERTAMBAH

$\alpha_6 = \mu[x_1]_{pmtsedang} \cap \mu[x_1]_{psdsedikit}$

$= \min(0{,}89\ , 0{,}2)$
$= 0{,}117647$

Komposisi Setiap Aturan

Dari hasil inferensi tiap aturan digunakan, digunakan metode max untuk melakukan komposisi antar semua aturan.



Cari nilai a_1 dan a_2 berdasarkan grafik pada gambar diatas.

- $\frac{50-a_1}{50-35} = 0{,}8$
  $50 - a_1 = 0{,}8\ (15)$
  $a_1 = 38$
- $\frac{50-a_2}{50-35} = 0{,}117647$
  $50 - a_2 = 0{,}117647\ (15)$
  $a_2 = 48{,}2353$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi ini adalah:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0{,}8\ ; z \leq 38 \\ \dfrac{50-z}{50-35} \quad ; 38 < z < 48{,}2353 \\ 0{,}117647 \quad ; z \geq 48{,}2353 \end{cases}$$

Defuzzyfikasi

- Metode yang akan digunakan adalah metode centroid, untuk itu pertama-tama dihitung dulu momen untuk setiap daerah kurva komposisi aturan pada gambar 8.

$$M1 = \int_0^{38} 0{,}8\, z\, dz = 0{,}4\, z^2 \Big|_0^{38} = 577{,}6$$

$$M2 = \int_{38}^{48{,}2353} \frac{50-z}{50-35}\, z\, dz = \frac{1}{15} \int_{38}^{48{,}2353} (50\, z - z^2)\ dz$$

$$= \frac{1}{15}\left[25z^2 - \frac{1}{3}z^3\right]_{38}^{48,2353}$$

$$= 196,5318$$

$$M3 = \int_{48,2353}^{65} 0,117647\, z\, dz = 0,058824\, z^2 \Big|_{48,245}^{65} = 111,668$$

- Hitung luas setiap daerah kurva pada gambar 19.

$$A1 = 38 \times 0,8 = 30,4$$

$$A2 = \frac{(0,117647 + 0,8)(48,2353 - 38)}{2} = 4,696194$$

$$A3 = (65 - 48,2353) \times 0.117647 = 1,972317$$

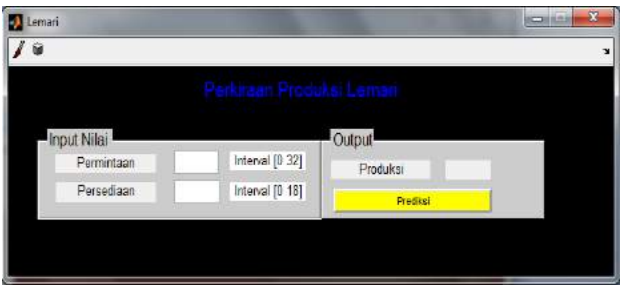
- Terakhir gunakan metode centroid untuk mendapatkan nilai tegasnya

$$z = \frac{577,6 + 196,5318 + 111,668}{30,4 + 4,696194 + 1,972317} = 23,89629 = 24$$

Maka banyaknya pintu yang harus diproduksi oleh perusahaan pada bulan Januari 2013 adalah sebanyak 24 unit. Jumlah ini akan diuji pada sistem pendukung keputusan yang akan dibuat apakah sesuai atau tidak dengan hitungan manual.

Implementasi Sistem Pendukung Keputusan

Pada tahapan implementasi sistem, program dibagi ke dalam 2 komponen utama yaitu beranda dan proses prediksi. Pada tahap ini juga akan dilakukan pengujian terhadap program untuk melihat apakah program berjalan dengan baik atau tidak.



Jendela Beranda

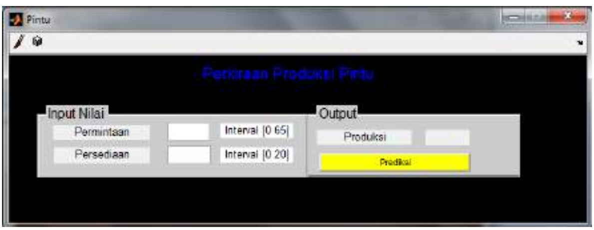
Jendela beranda adalah tampilan awal dari program saat program ini mulai di *running*. Tampilan awalnya berupa gambar dan nama dari perusahaan CV. Sinar Sukses dan terdapat 2 *push button* yang langsung mengalihkan program dari tampilan awal ke tampilan proses prediksi.

Jendela Proses

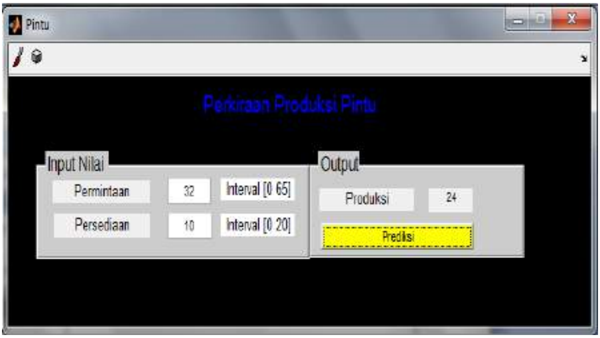
Jendela proses merupakan bagian paling utama dari program dimana pada jendela ini akan mulai dilakukan prediksi produksi terhadap dua barang. Pada masing-masing jendela proses terdapat *tool bar* yang sama yang terletak dibawah *tittle bar* pintu dan lemari dengan 1 *push button* prediksi untuk melihat hasil prediksi.

Pengujian Sistem

Pada tahapan pengujian, akan di jelaskan secara berurutan cara kerja sistem pendukung keputusan untuk melakukan prediksi produksi dengan *fuzzy inference system* mamdani. Tahap awal jalankan program lalu akan langsung masuk pada tampilan jendela beranda dan pilih salah satu barang yang akan diproduksi, misalnya pintu dengan menekan push button dengan *icon* pintu.



Setelah masuk pada jendela pintu, selanjutnya uji data produksi pintu bulan januari 2013 dari perusahaan CV. Sinar Sukses dengan memasukkan jumlah permintaan 32 unit dan persediaan 10 unit dan klik tombol prediksi.



Setelah diuji, didapatkan hasil pada sistem pendukung keputusan untuk produksi pintu pada bulan Januari 2013 yaitu sebanyak 24 unit yang harus diproduksi. Hasil prediksi aplikasi ini sama seperti hitungan manual sebelumnya yang artinya program ini berjalan sesuai dengan apa yang diharapkan dan dilanjutkan ke prediksi seluruh data.

Selanjutnya dari hasil prediksi keseluruhan dat akan dilakukan perhitungan untuk mencari selisih antara produksi seharusnya dengan produksi perusahaan dan selisih produksi seharusnya dengan prediksi produksi untuk diuji menggunakan uji statistik pada *software* statistika untuk melihat tingkat keakuratan sampel yang diambil.

Dari hasil uji statistik pada *software* minitab, dapat dilihat bahwa P-*Value* = 0.000 < α = 0.05 dan disimpulkan H_0 ditolak yang artinya Selisih antara produksi seharusnya dengan produksi perusahaan lebih besar dari pada selisih produksi seharusnya dengan prediksi produksi menggunakan aplikasi atau dapat dikatakan bahwa hasil prediksi jumlah produksi lemari menggunakan aplikasi lebih baik dari pada jumlah produksi oleh perusahaan sendiri. Dan untuk *standard error* dari masing-masing barang yaitu untuk pintu : *standard error* prediksi produksi pintu = 0,534 lebih kecil dari *standard error* produksi pintu = 0,634 dan untuk lemari : *standard error* prediksi produksi lemari = 0,458 lebih kecil dari *standard error* produksi lemari = 0,735. Ini menandakan semakin kecil *standard error*, semakin mengindikasikan keakuratan sampel yang kita pilih.

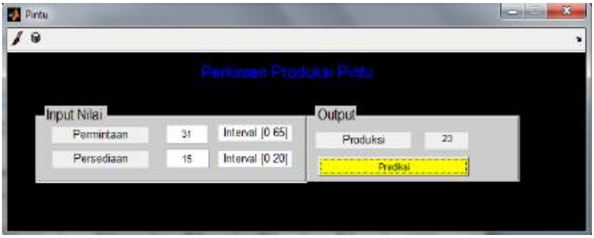
Tahapan Prediksi

Setelah sistem aplikasi yang dibuat diuji dan berjalan sesuai dengan apa yang diharapkan, maka yang terakhir adalah melakukan prediksi produksi kedua barang untuk bulan Desember 2017 dengan menggunakan data permintaan dan persediaan seperti terlihat pada tabel berikut.

Bulan	Pintu		Lemari	
	Pmt	Psd	Pmt	Psd
Dec-17	31	15	29	14

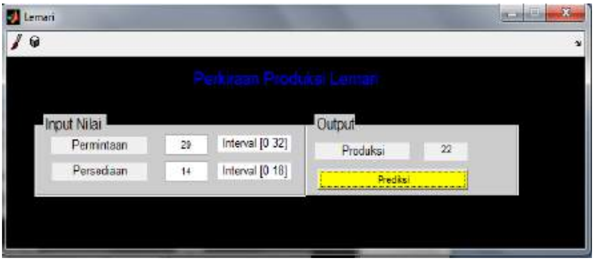
Prediksi Jumlah Produksi Pintu

Masukkan variabel inputan permintaan 31 unit dan variabel inputan persediaan 15 unit kedalam sistem aplikasi dan klik tombol prediksi, maka hasil yang didapatkan ada sebanyak 23 unit pintu yang diprediksikan akan diproduksi pada bulan desember 2017.



Produksi Lemari

Masukkan variabel inputan permintaan 29 unit dan variabel inputan persediaan 14 unit kedalam sistem aplikasi dan klik tombol prediksi, maka hasil yang didapatkan ada sebanyak 22 unit lemari yang diprediksikan akan diproduksi perusahaan pada bulan desember 2017.



KESIMPULAN

Fuzzy inference system dengan metode Mamdani efektif diterapkan untuk melakukan prediksi jumlah mebel berdasarkan data persediaan dan permintaan dengan cukup baik dengan hasil prediksi produksi bulan Desember 2017 untuk pintu adalah sebanyak 23 unit dan untuk lemari adalah sebanyak 22 unit.

DAFTAR PUSTAKA

Chen, G. and T.T. Pham. 2014. *Introduction Fuzzy Set, Fuzzy Logic and Fuzzy Control System.* CRC Press New York.

Donda, T.B., A.J. Rindengan dan C.E.J.C. Montolalu. 2018. Prediksi Jumlah Produksi Mebel pada CV. Sinar Sukses Manado menggunakan *Fuzzy Inference System. Jurnal de Cartesian* 7(1):29 – 34

Kusumadewi, S. dan H. Purnomo. 2004. Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan, Graha Ilmu Yogyakarta.

Lee, K.H. 2015. *First Course on Fuzzy Theory and Applications.* Springer-Verlag Berlin.

Naba, A. 2009. Fuzzy Logic menggunakan Matlab. ANDI Yogyakarta

Tampinongkol, F.F., A.J. Rindengan, L.A. Latumakulita. 2015. Aplikasi *Fuzzy Goal Programming*. Studi Kasus: UD. Sinar Sakti Manado. *Jurnal de Cartesian* 4(2):29 – 34

Zimmermann, H.J. 2011. *Fuzzy Set Theory and Its Applications.* 4^{ed}. Springer Science New York.(8)

Altien J. Rindengan (altien@unsrat.ac.id)

Lahir di Tinoor (Tomohon), tanggal 27 April 1974. Pada tahun 1999, memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Si) di Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor. Gelar Magister Ilmu Komputer (M.Kom) diperoleh dari Departemen Ilmu Komputer, Institut Pertanian Bogor, pada tahun 2012. Menjadi dosen di Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sam Ratulangi Manado sejak tahun 2001 sampai sekarang. Mengajar mata kuliah Sistem Fuzzy sejak tahun 2014. Fokus penelitian-penelitian yang dilakukan adalah riset operasi, sistem pendukung keputusan, sistem *fuzzy* dan *image proceesing*.

Yohanes A.R. Langi (yarlangi@unsrat.ac.id)

Pada tahun 1994, memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Si) di Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Kristen Tomohon. Gelar Magister (M.Si) bidang Biometrika Hutan diperoleh dari Departemen Biometrika, Institut Pertanian Bogor pada tahun 2007. Menjadi dosen di Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sam Ratulangi Manado, sejak tahun 2005 sampai sekarang. Fokus penelitian-penelitian yang dilakukan adalah rantai markov dan proses stokastik

ISBN 978-602-6529-78-7

9 786026 529787

PMG

Penerbit
CV. PATRA MEDIA GRAFINDO
BANDUNG
Jl. Jend. Sudirman No. 736 - Bandung
Telp./Fax: 022-6040938, HP: 081214466604
e-mail: luhut68@yahoo.co.id
website: www.patramedia.com