

RANCANGAN PEMBELAJARAN

Mata Kuliah : Sistem Fuzzy
Program Studi : Matematika

Semester : 3 (Tiga) ; **Kode** : MAT243 ; **SKS**: 2 (2-0)
Dosen : Altien J. Rindengan, S.Si, M.Kom
 Luther A. Latumakulita, S.Si, M.Kom

CAPAIAN PEMBELAJARAN:

- a. Menguasai konsep teoritis matematika meliputi logika matematika, kalkulus, Matematika diskrit, aljabar, analisis, geometri, teori peluang dan statistika.
 Sub CP : Menguasai konsep teoritis matematika yaitu logika matematika.
- b. Merekonstruksi, memodifikasi, menganalisis model matematis dari suatu sistem/masalah, mengkaji keakuratan model dan kemanfaatan model dan menarik kesimpulan yang kontekstual.
 Sub CP : Merekonstruksi, memodifikasi, menganalisis model matematis dari suatu sistem/masalah, dan menarik kesimpulan yang kontekstual.
- c. Mengambil keputusan secara tepat dalam konteks penyelesaian masalah di bidang keahliannya, berdasarkan hasil analisis terhadap informasi dan data.

Matriks Pembelajaran :

Ming	Kemampuan akhir yang diharapkan	Bahan Kajian/Materi Pembelajaran	Bentuk Pembelajaran	Waktu Belajar (Menit)	Deskripsi Tugas	Luaran	Kriteria Penilaian (Indikator)	Bobot Nilai (%)	Referensi
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		Penjelasan Umum Pelaksanaan Perkuliahan dan Perkuliahan	Diskusi	100	Mahasiswa mendengarkan penjelasan dosen tentang kontrak perkuliahan	Memahami Kesepakatan Dosen dengan Mahasiswa			
2	Mampu menjelaskan konsep dasar fuzzy	Konsep dasar Fuzzy	Small Group Discussion	100	- Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil - Diskusi kelas	- Hasil ringkasan diskusi	- Keaktifan dalam diskusi kelompok - Kualitas ringkasan hasil kajian perorangan	5	1,3,5
3	Mampu menjelaskan tentang himpunan fuzzy	Himpunan Fuzzy	Cooperative Learning	100	- Mahasiswa membahas dan menyimpulkan masalah/tugas yang	- Hasil tugas kelompok	- Keaktifan dalam diskusi kelompok	5	1,3,5

					diberikan dosen secara kelompok - Diskusi kelompok		- Hasil tugas kelompok		
4	Mampu menjelaskan tentang bilangan fuzzy	Bilangan Fuzzy	Small Group Discussion	100	- Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil - Diskusi kelas	- Hasil tes formatif	- Keaktifan dalam diskusi kelompok - Hasil tes formatif perorangan	10	3,5
5 – 6	Mampu menjelaskan tentang fungsi keanggotaan fuzzy	Fungsi Keanggotaan Fuzzy	Small Group Discussion	200	- Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil - Diskusi kelas	- Hasil tes formatif	- Keaktifan dalam diskusi kelompok - Hasil tes formatif perorangan	10	2,3,5
7 – 9	Mampu menjelaskan tentang <i>fuzzy inference system</i>	<i>Fuzzy Inference System</i>	Small Group Discussion	300	- Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil - Diskusi kelas	- Hasil tes formatif	- Keaktifan dalam diskusi kelompok - Hasil tes formatif perorangan	20	2,3,5
10	Mampu menganalisis FIS menggunakan software matlab	FIS pada Matlab	<i>Project Based Learning</i>	100	- Mahasiswa mengerjakan proyek yg dirancang secara sistematis	- Hasil laporan proyek	- Kualitas hasil laporan proyek	10	4,5
11 – 12	Mampu menganalisis basis data berbentuk fuzzy	Basis Data Fuzzy	Small Group Discussion	200	- Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil - Diskusi kelas	- Hasil tes formatif	- Keaktifan dalam diskusi kelompok - Hasil tes formatif perorangan	15	2,5
13 – 14	Mampu menganalisis data-data kuantitas menggunakan teori fuzzy	<i>Fuzzy Quantification Theory</i>	<i>Project Based Learning</i>	200	- Mahasiswa mengerjakan proyek yg dirancang secara sistematis	- Hasil laporan proyek	- Kualitas hasil laporan proyek	15	2,3,5

15 – 16	Mampu menganalisis pemetaan himpunan fuzzy ke himpunan fuzzy yang lain	<i>Fuzzy Associative Memory (FAM)</i>	Small Group Discussion	200	- Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil - Diskusi kelas	- Hasil tes formatif	- Keaktifan dalam diskusi kelompok - Hasil tes formatif perorangan	10	2,5
---------	--	---------------------------------------	------------------------	-----	---	----------------------	---	----	-----

Daftar Referensi:

1. Chen, G. and T.T. Pham. 2011. *Introduction Fuzzy Set, Fuzzy Logic and Fuzzy Control System*. CRC Press New York.
2. Kusumadewi, S. dan H. Purnomo. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*, Graha Ilmu Yogyakarta.
3. Lee, K.H. 2005. *First Course on Fuzzy Theory and Applications*. Springer-Verlag Berlin.
4. Naba, A. 2009. *Fuzzy Logic menggunakan Matlab*. ANDI Yogyakarta
5. Rindengan, A.J. 2016. *Modul Kuliah Sistem Fuzzy*. PS. Matematika FMIPA UNSRAT Manado.

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah	: Sistem Fuzzy	Sks	: 2 (2-0)
Program Studi	: Matematika	Pertemuan ke	: 2
Fakultas	: MIPA		

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menjelaskan konsep dasar fuzzy

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: Konsep dasar fuzzy
 2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Pengertian Fuzzy
 - b. Mengapa dan kapan menggunakan fuzzy
 - c. Beda fuzzy dan probabilistik
 - d. Beda himpunan crisp dan himpunan fuzzy
 - e. Beda logika boolean dan logika fuzzy
 3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Permasalahan yang didiskusikan:
 - 1) Jelaskan pengertian fuzzy!
 - 2) Jelaskan kapan dan mengapa menggunakan fuzzy!
 - 3) Jelaskan beda fuzzy dan probabilistik!
 - 4) Jelaskan beda himpunan crisp dan fuzzy!
 - 5) Jelaskan beda logika boolean dan logika fuzzy !
 - Hasil diskusi kelompok didiskusikan di kelas
 - Mahasiswa meringkas hasil diskusi.
 4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:

Hasil ringkasan diskusi(perorangan), setiap mahasiswa diberikan waktu selama 20 menit terakhir untuk menyusun ringkasan.
- ### C. KRITERIA PENILAIAN (5%):
- Keaktifan dalam diskusi kelompok
 - Hasil ringkasan diskusi

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1: Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Kualitas ringkasan hasil kajian perorangan (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Kelengkapan konsep	Sangat lengkap (mampu mengembangkan konsep secara optimal)	Lengkap (melebihi konsep minimal pada modul)	Cukup lengkap (sesuai konsep minimal pada modul)	Kurang lengkap (dibawah konsep minimal pada modul)	Tidak lengkap (konsep tidak sesuai)	
Ketepatan konsep	Sangat tepat (sesuai dengan logika ilmiah)	Tepat	Cukup tepat	Kurang tepat	Tidak tepat	

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah : Sistem Fuzzy Sks : 2 (2-0)
Program Studi : Matematika Pertemuan ke : 3
Fakultas : MIPA

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menjelaskan tentang himpunan fuzzy

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: Himpunan fuzzy
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Pengertian himpunan fuzzy
 - b. Cara penulisan himpunan fuzzy
 - c. Operasi dasar pada himpunan fuzzy
 - d. Karakteristik operasi standar pada himpunan fuzzy
 - e. Geometri komplemen, union dan intersection
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan dan tugas yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil.
 - Mahasiswa membahas dan mengerjakan tugas yang diberikan.
 - Mahasiswa membuat tugas yang diberikan dalam bentuk kelompok.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:

Hasil tugas kelompok, setiap kelompok diberikan waktu selama 30 menit terakhir untuk membuat tugas tersebut.

C. KRITERIA PENILAIAN (5%):

- Keaktifan dalam diskusi kelompok
- Hasil tugas kelompok

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1: Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Hasil tugas kelompok (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Skor	Menjawab benar ≥ 80 %	Menjawab benar 65 – 79 %	Menjawab benar 55 – 64 %	Menjawab benar 40 – 54 %	Menjawab benar < 40 %	

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah : Sistem Fuzzy Sks : 2 (2-0)
Program Studi : Matematika Pertemuan ke : 4
Fakultas : MIPA

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menjelaskan tentang bilangan fuzzy

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: Bilangan fuzzy
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Interval scrip dan fuzzy
 - b. Pengertian bilangan fuzzy
 - c. Operasi pada interval fuzzy
 - d. Operasi pada bilangan fuzzy
 - e. Contoh bilangan fuzzy: *Triangular fuzzy number*
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Permasalahan yang didiskusikan:
 - 1) Jelaskan pengertian dan perbedaan interval scrip dan fuzzy!
 - 2) Jelaskan pengertian bilangan fuzzy!
 - 3) Jelaskan operasi pada interval fuzzy!
 - 4) Jelaskan operasi pada bilangan fuzzy!
 - 5) Jelaskan salah satu contoh bilangan fuzzy!
 - Hasil diskusi kelompok didiskusikan di kelas
 - Mahasiswa melakukan tes formatif.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:

Hasil tes formatif yang dilakukan pada 20 menit terakhir.

C. KRITERIA PENILAIAN (10%):

- Keaktifan dalam diskusi kelompok
- Hasil tes formatif

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1: Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Hasil Test Formatif (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Skor	Menjawab benar ≥ 80 %	Menjawab benar 65 – 79 %	Menjawab benar 55 – 64 %	Menjawab benar 40 – 54 %	Menjawab benar < 40 %	

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah	: Sistem Fuzzy	Sks	: 2 (2-0)
Program Studi	: Matematika	Pertemuan ke	: 5 – 6
Fakultas	: MIPA		

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menjelaskan tentang fungsi keanggotaan fuzzy

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: Fungsi keanggotaan fuzzy
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Kurva Linear
 - b. Kurva Segitiga
 - c. Kurva Trapesium
 - d. Kurva Bahu
 - e. Kurva S
 - f. Kurva Lonceng
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Permasalahan yang didiskusikan:
 - 1) Jelaskan pengertian kurva linear pada fungsi keanggotaan fuzzy!
 - 2) Jelaskan pengertian kurva segitiga pada fungsi keanggotaan fuzzy!
 - 3) Jelaskan pengertian kurva trapesium pada fungsi keanggotaan fuzzy!
 - 4) Jelaskan pengertian kurva bahu pada fungsi keanggotaan fuzzy!
 - 5) Jelaskan pengertian kurva S pada fungsi keanggotaan fuzzy!
 - 6) Jelaskan pengertian kurva lonceng pada fungsi keanggotaan fuzzy!
 - Hasil diskusi kelompok didiskusikan di kelas
 - Mahasiswa melakukan tes formatif.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:

Hasil tes formatif yang dilakukan pada 20 menit terakhir.

C. KRITERIA PENILAIAN (10%):

- Keaktifan dalam diskusi kelompok
- Hasil tes formatif

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1: Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Hasil Test Formatif (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Skor	Menjawab benar ≥ 80 %	Menjawab benar 65 – 79 %	Menjawab benar 55 – 64 %	Menjawab benar 40 – 54 %	Menjawab benar < 40 %	

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah	: Sistem Fuzzy	Sks	: 2 (2-0)
Program Studi	: Matematika	Pertemuan ke	: 7 – 9
Fakultas	: MIPA		

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menjelaskan tentang *fuzzy inference system*

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: *Fuzzy inference system*
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Implikasi
 - b. Agregasi
 - c. Defuzzifikasi
 - d. Metode Tsukamoto
 - e. Metode Mamdani
 - f. Metode Sugeno
 - g. Beda metode Tsukamoto, Mandani dan Sugeno
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Permasalahan yang didiskusikan:
 - 1) Jelaskan pengertian implikasi fuzzy!
 - 2) Jelaskan pengertian agregasi fuzzy!
 - 3) Jelaskan tentang defuzzifikasi!
 - 4) Jelaskan dengan contoh metode tsukomoto!
 - 5) Jelaskan dengan contoh metode mamdani!
 - 6) Jelaskan dengan contoh metode sugeno!
 - 7) Jelaskan perbedaan metode tsukomoto, mamdani dan sugeno!
 - Hasil diskusi kelompok didiskusikan di kelas
 - Mahasiswa melakukan tes formatif.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:

Hasil tes formatif yang dilakukan pada 20 menit terakhir.

C. KRITERIA PENILAIAN (30%):

- Keaktifan dalam diskusi kelompok
- Hasil tes formatif

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1:Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Hasil Test Formatif (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Skor	Menjawab benar ≥ 80 %	Menjawab benar 65 – 79 %	Menjawab benar 55 – 64 %	Menjawab benar 40 – 54 %	Menjawab benar < 40 %	

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah	: Sistem Fuzzy	Sks	: 2 (2-0)
Program Studi	: Matematika	Pertemuan ke	: 10
Fakultas	: MIPA		

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menjelaskan tentang *FIS* pada Matlab

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: *FIS* pada
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Membuat domain variabel pada suatu kasus
 - b. Membuat himpunan fuzzy pada suatu kasus
 - c. Membuat *rules* pada suatu kasus
 - d. Menjalankan *FIS* pada Matlab
 - e. Memilih metode *FIS* pada Matlab
 - f. Membuat input dan output variabel pada Matlab
 - g. Membuat fungsi keanggotaan fuzzy pada Matlab
 - h. Membuat *rules* pada Matlab
 - i. Mengeksekusi dan mengambil hasil analisis pada Matlab
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Mahasiswa menganalisis masalah yang diberikan dosen menggunakan *FIS* pada Matlab
 - Mahasiswa membuat laporan project.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:
 - Laporan project

C. KRITERIA PENILAIAN (10%):

- Kualitas laporan project

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA : Kualitas laporan project (100%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Kelengkapan laporan	Sangat lengkap (min 80% dari seluruh item)	Lengkap (min 65% dari seluruh item)	Cukup lengkap (min 55% dari seluruh item)	Kurang lengkap min 40% dari seluruh item)	Tidak lengkap (kurang 40% dari seluruh item)	
Ketepatan laporan	Sangat tepat (min 80% input + output benar)	Tepat (min 65% input + output benar)	Cukup tepat (min 55% input + output benar)	Kurang tepat (min 40% input + output benar)	Tidak tepat (kurang 40% input + output benar)	
Total						

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah : **Sistem Fuzzy** **Sks** : **2 (2-0)**
Program Studi : **Matematika** **Pertemuan ke** : **11 – 12**
Fakultas : **MIPA**

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menganalisis basis data berbentuk fuzzy

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: Basis data fuzzy
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Konsep basis data biasa
 - b. Konsep basis data fuzzy
 - c. Model Tahani
 - Konsep dasar model Tahani
 - Analisis kebutuhan system
 - Perancangan system
 - Fungsi keanggotaan
 - Pembentukan query
 - d. Model Umano
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Permasalahan yang didiskusikan:
 - 1) Jelaskan tentang konsep basis data biasa!
 - 2) Jelaskan tentang konsep basis data fuzzy!
 - 3) Jelaskan tentang basis data fuzzy model tahani dengan contoh!
 - 4) Jelaskan tentang basis data fuzzy model umano dengan contoh!
 - Hasil diskusi kelompok didiskusikan di kelas
 - Mahasiswa melakukan tes formatif.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:
Hasil tes formatif yang dilakukan pada 30 menit terakhir.

C. KRITERIA PENILAIAN (15%):

- Keaktifan dalam diskusi kelompok
- Hasil tes formatif

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1:Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Hasil Test Formatif (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Skor	Menjawab benar ≥ 80 %	Menjawab benar 65 – 79 %	Menjawab benar 55 – 64 %	Menjawab benar 40 – 54 %	Menjawab benar < 40 %	

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah : Sistem Fuzzy Sks : 2 (2-0)
Program Studi : Matematika Pertemuan ke : 13 – 14
Fakultas : MIPA

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menganalisis data-data kuantitas menggunakan teori fuzzy

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: *Fuzzy Quantification Theory*
 2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. Konsep quantifikasi data
 - b. *Fuzzy Quantification Theory I*
 - Konsep dasar FQT I
 - Analisis *Fuzzy Group*
 - c. *Fuzzy Quantification Theory I*
 - Konsep dasar FQT II
 - Analisis *Fuzzy Group*
 3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Mahasiswa menganalisis masalah data kuantitas yang diberikan dosen untuk diselesaikan dengan FQT
 - Mahasiswa membuat laporan project.
 4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:
 - Laporan project
- ### C. KRITERIA PENILAIAN (15%):
- Kualitas laporan project

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA : Kualitas laporan project (100%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Kelengkapan laporan	Sangat lengkap (min 80% dari seluruh item)	Lengkap (min 65% dari seluruh item)	Cukup lengkap (min 55% dari seluruh item)	Kurang lengkap min 40% dari seluruh item)	Tidak lengkap (kurang 40% dari seluruh item)	
Ketepatan laporan	Sangat tepat (min 80% input + output benar)	Tepat (min 65% input + output benar)	Cukup tepat (min 55% input + output benar)	Kurang tepat (min 40% input + output benar)	Tidak tepat (kurang 40% input + output benar)	
Total						

FORMAT RANCANGAN TUGAS

Nama Mata Kuliah	: Sistem Fuzzy	Sks	: 2 (2-0)
Program Studi	: Matematika	Pertemuan ke	: 15 – 16
Fakultas	: MIPA		

A. TUJUAN TUGAS:

Mampu menganalisis pemetaan himpunan fuzzy ke himpunan fuzzy yang lain

B. URAIAN TUGAS:

1. Obyek Garapan: *Fuzzy Associative Memory (FAM)*
2. Batasan yang harus dikerjakan:
 - a. *Fuzzy Hebb Fam*
 - *Correlation-minimum encoding*
 - *Correlation-product encoding*
 - b. Relasi Komposisi
 - *Max-min composition*
 - *Max-product composition*
 - c. *Superimposing Fam Rules*
 - d. Analisis Kasus
3. Metode/Cara Pengerjaan (acuan cara pengerjaan):
 - Mahasiswa mendiskusikan permasalahan yang sudah disusun dosen dalam kelompok kecil
 - Permasalahan yang didiskusikan:
 - 1) Jelaskan tentang *Fuzzy Hebb Fam*!
 - 2) Jelaskan tentang relasi komposisi pada fuzzy!
 - 3) Jelaskan tentang *superimposing fam rules*!
 - 4) Analisis suatu kasus mengenai FAM!
 - Hasil diskusi kelompok didiskusikan di kelas
 - Mahasiswa melakukan tes formatif.
4. Deskripsi Luaran tugas yang dihasilkan:

Hasil tes formatif yang dilakukan pada 30 menit terakhir.

C. KRITERIA PENILAIAN (10%):

- Keaktifan dalam diskusi kelompok
- Hasil tes formatif

RUBRIK PENILAIAN

KRITERIA 1: Keaktifan dalam diskusi (20%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Keaktifan mencari literatur	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
Keaktifan berdiskusi	Sangat aktif	Aktif	Cukup aktif	Kurang aktif	Tidak aktif	
TOTAL						

KRITERIA 2: Hasil Test Formatif (80%)

DIMENSI	Sangat Memuaskan (≥80)	Memuaskan (65-79)	Batas (55-64)	Kurang Memuaskan (40-54)	Di bawah standard (<40)	SKOR
Skor	Menjawab benar ≥ 80 %	Menjawab benar 65 – 79 %	Menjawab benar 55 – 64 %	Menjawab benar 40 – 54 %	Menjawab benar < 40 %	

GARIS BESAR MATERI PEMBELAJARAN

No.	Pertemuan	Materi Pembelajaran	Garis Besar Materi Pembelajaran
1.	1	Penjelasan umum pelaksanaan perkuliahan/praktikum	Pertemuan membahas capaian pembelajaran, metode dan strategi dalam pembelajaran, evaluasi, serta tugas-tugas yang akan dicapai selama pembelajaran
2.	2	Konsep dasar Fuzzy	Pertemuan ini akan membahas: <ul style="list-style-type: none"> • Pengertian Fuzzy • Mengapa dan kapan menggunakan fuzzy • Beda fuzzy dan probabilistik • Beda himpunan crisp dan himpunan fuzzy • Beda logika boolean dan logika fuzzy
3.	3	Himpunan Fuzzy	Pertemuan ini akan membahas: <ul style="list-style-type: none"> • Pengertian himpunan fuzzy • Cara penulisan himpunan fuzzy • Operasi dasar pada himpunan fuzzy • Karakteristik operasi standar pada himpunan fuzzy • Geometri komplemen, union dan intersection
4.	4	Bilangan Fuzzy	Pertemuan ini akan membahas: <ul style="list-style-type: none"> • Interval scrip dan fuzzy • Pengertian bilangan fuzzy • Operasi pada interval fuzzy • Operasi pada bilangan fuzzy • Contoh bilangan fuzzy: <i>Triangular fuzzy number</i>
5.	5 – 6	Fungsi Keanggotaan Fuzzy	Pertemuan ini akan membahas: <ul style="list-style-type: none"> • Kurva Linear • Kurva Segitiga • Kurva Trapesium • Kurva Bahu • Kurva S • Kurva Lonceng
6.	7 – 9	<i>Fuzzy Inference System</i>	Pertemuan ini akan membahas: <ul style="list-style-type: none"> • Implikasi • Agregasi • Defuzzifikasi

			<ul style="list-style-type: none"> • Metode Tsukamoto • Metode Mamdani • Metode Sugeno • Beda metode Tsukamoto, Mandani dan Sugeno
7.	10	FIS pada Matlab	<p>Pertemuan ini akan membahas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Membuat domain variabel pada suatu kasus • Membuat himpunan fuzzy pada suatu kasus • Membuat <i>rules</i> pada suatu kasus • Menjalankan FIS pada Matlab • Memilih metode FIS pada Matlab • Membuat input dan output variabel pada Matlab • Membuat fungsi keanggotaan fuzzy pada Matlab • Membuat <i>rules</i> pada Matlab • Mengeksekusi dan mengambil hasil analisis pada Matlab
8.	11 – 12	Basis Data Fuzzy	<p>Pertemuan ini akan membahas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Konsep basis data biasa • Konsep basis data fuzzy • Model Tahani <ul style="list-style-type: none"> • Konsep dasar model Tahani • Analisis kebutuhan system • Perancangan system • Fungsi keanggotaan • Pembentukan query • Model Umamo
9.	13 – 14	<i>Fuzzy Quantification Theory</i>	<p>Pertemuan ini akan membahas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Konsep quantifikasi data • <i>Fuzzy Quantification Theory I</i> <ul style="list-style-type: none"> • Konsep dasar FQT I • Analisis <i>Fuzzy Group</i> • <i>Fuzzy Quantification Theory II</i> <ul style="list-style-type: none"> • Konsep dasar FQT II • Analisis <i>Fuzzy Group</i>

10.	15 – 16	<i>Fuzzy Associative Memory (FAM)</i>	Pertemuan ini akan membahas: <ul style="list-style-type: none">• <i>Fuzzy Hebb Fam</i><ul style="list-style-type: none">• <i>Correlation-minimum encoding</i>• <i>Correlation-product encoding</i>• Relasi Komposisi<ul style="list-style-type: none">• <i>Max-min composition</i>• <i>Max-product composition</i>• <i>Superimposing Fam Rules</i>• Analisis Kasus
-----	---------	---------------------------------------	---

MODUL 1

JUDUL : KONSEP DASAR FUZZY

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menjelaskan konsep dasar *fuzzy*

Penyajian :

- Small Group Discussion

1.1. Pendahuluan

Fuzzy adalah cabang dari logika yang menerapkan derajat keanggotaan dalam suatu himpunan sehingga keanggotaan **tidak** hanya bersifat **true/false** . *Fuzzy* secara bahasa artinya kabur, tidak jelas, tidak pasti, grey area. Secara istilah, merupakan bentuk representasi pengetahuan yang cocok untuk kondisi yang bersifat humanis yang tidak dapat diselesaikan secara eksak, akan tetapi disesuaikan dengan konteksnya

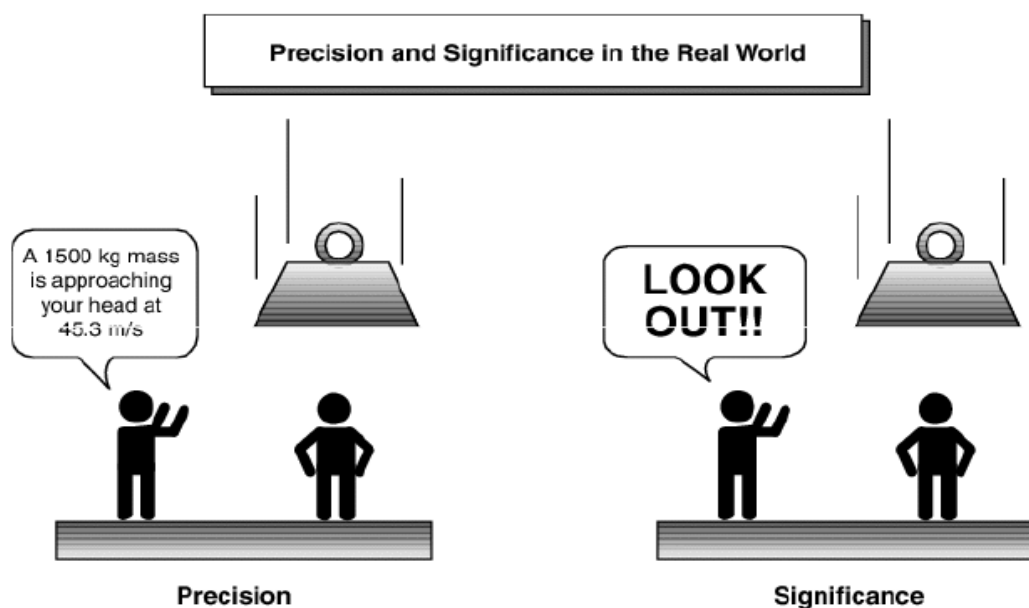
Logika fuzzy dikembangkan oleh Lotfi Asker Zadeh melalui tulisannya pada tahun 1965 tentang teori himpunan fuzzy. Zadeh adalah seorang ilmuwan Amerika Serikat berkebangsaan Iran dari Universitas California di Barkeley.



Meskipun logika fuzzy dikembangkan di Amerika, namun ia lebih populer dan banyak diaplikasikan secara luas oleh praktisi Jepang dengan mengadaptasikannya ke bidang kendali (control). Saat ini banyak dijual produk elektronik buatan Jepang yang menerapkan prinsip logika fuzzy, seperti mesin cuci, AC, dan lain-lain. Mengapa logika fuzzy yang ditemukan di Amerika malah lebih banyak ditemukan aplikasinya di negara Jepang? Salah satu penjelasannya adalah kultur orang Barat yang cenderung memandang suatu persoalan sebagai hitam-putih, ya-tidak, bersalah-tidak bersalah, sukses-gagal, atau yang setara dengan dunia logika biner

Aristoteles, sedangkan kultur orang Timur lebih dapat menerima dunia “abu-abu” atau fuzzy.

Logika fuzzy umumnya diterapkan pada masalah masalah yang mengandung unsur ketidakpastian(uncertainty), ketidaktepatan (imprecise), noisy, dan sebagainya. Logika fuzzy menjembatani bahasa mesin yang presisi dengan bahasa manusia yang menekankan pada makna atau arti (significance). Logika fuzzy dikembangkan berdasarkan bahasa manusia (bahasa alami).



Contoh Kasus:

- Seseorang dikatakan “tinggi” jika tinggi badannya lebih dari 1,7 meter. Bagaimana dengan orang yang mempunyai tinggi badan 1,6999 meter atau 1,65 meter, apakah termasuk kategori orang tinggi? Menurut persepsi manusia, orang yang mempunyai tinggi badan sekitar 1,7 meter dikatakan “kurang lebih tinggi” atau “agak tinggi”.
- Kecepatan “pelan” didefinisikan di bawah 20 km/jam. Bagaimana dengan kecepatan 20,001 km/jam, apakah masih dapat dikatakan pelan? Manusia mungkin mengatakan bahwa kecepatan 20,001 km/jam itu “agak pelan”.

Ketidapastian dalam kasus–kasus ini disebabkan oleh kaburnya pengertian :

“agak”, “kurang lebih”, “sedikit”, dsb.

1.2. Himpunan *Crisp* (tegas) dan Himpunan *Fuzzy*

Pada himpunan tegas (crisp), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A , yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

- satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Contoh 1.1:

Jika diketahui:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ adalah semesta pembicaraan.

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

bisa dikatakan bahwa:

Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A , $\mu_A[2]=1$, karena $2 \in A$.

Nilai keanggotaan 3 pada himpunan A , $\mu_A[3]=1$, karena $3 \in A$.

Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A , $\mu_A[4]=0$, karena $4 \notin A$.

Nilai keanggotaan 2 pada himpunan B , $\mu_B[2]=0$, karena $2 \notin B$.

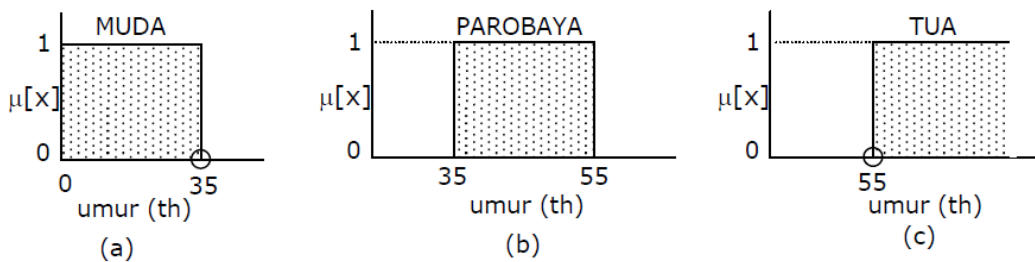
Nilai keanggotaan 3 pada himpunan B , $\mu_B[3]=1$, karena $3 \in B$.

Contoh 1.2:

Misalkan variabel umur dibagi menjadi 3 kategori, yaitu:

- MUDA : umur < 35 tahun
- PAROBAYA : $35 \leq$ umur ≤ 55 tahun
- TUA : umur > 55 tahun

Nilai keanggotaan secara grafis, himpunan MUDA, PAROBAYA dan TUA adalah:



Berdasarkan grafis :

- apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA, $\mu_{\text{MUDA}}(34) = 1$
- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA, $\mu_{\text{MUDA}}(35) = 0$
- apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 2 hari, maka ia dikatakan MUDA, $\mu_{\text{MUDA}}(35 \text{ th} - 2 \text{ hr}) = 1$
- apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA, $\mu_{\text{PAROBAYA}}(35) = 1$
- apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA, $\mu_{\text{PAROBAYA}}(34) = 0$
- apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA, $\mu_{\text{PAROBAYA}}(35 \text{ th} - 1 \text{ hr}) = 0$.

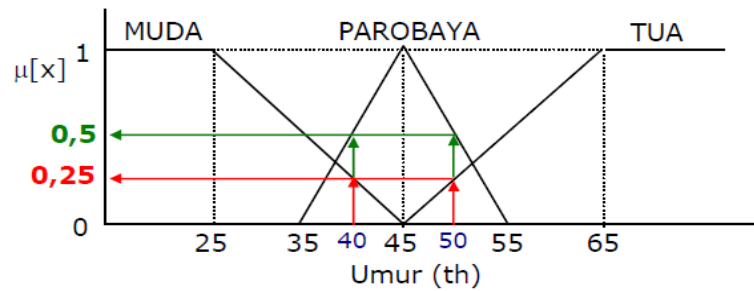
Dari sini bisa dikatakan bahwa pemakaian himpunan crisp untuk menyatakan umur sangat tidak adil, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan kategori yang cukup signifikan.

Pada himpunan fuzzy, nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A , yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, terletak pada selang nilai $[0,1]$.

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$$

Pada contoh 2, kasus umur MUDA, PAROBAYA, DEWASA, himpunan fuzzy digunakan untuk mengantisipasi masalah tersebut. Seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda, MUDA dan PAROBAYA, PAROBAYA dan TUA, dsb. Seberapa besar eksistensinya dalam himpunan tersebut dapat dilihat pada **nilai keanggotaannya**.

Misalkan secara grafis, keanggotaan dalam bentuk fuzzy digambarkan :



Sehingga :

- ❑ Seseorang yang berumur 40 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{MUDA}(40)=0,25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PAROBAYA}(40)=0,5$.
- ❑ Seseorang yang berumur 50 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{MUDA}(50)=0,25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PAROBAYA}(50)=0,5$.

Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu:

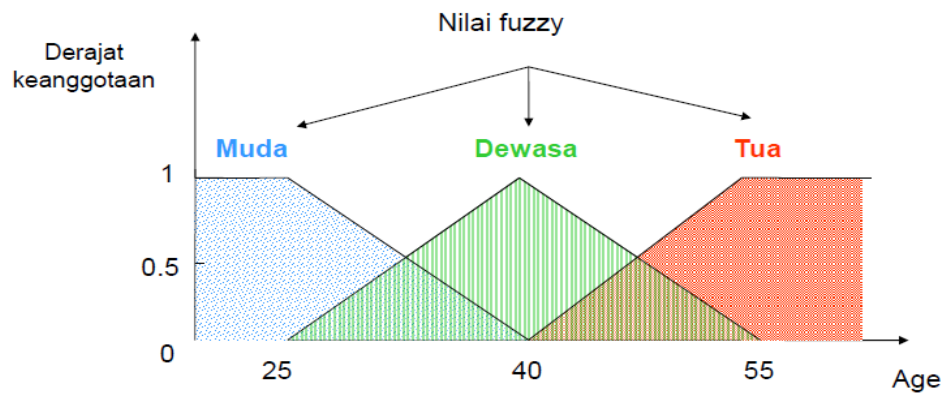
- ❑ Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: MUDA, PAROBAYA, TUA.
- ❑ Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dsb.

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem fuzzy, yaitu:

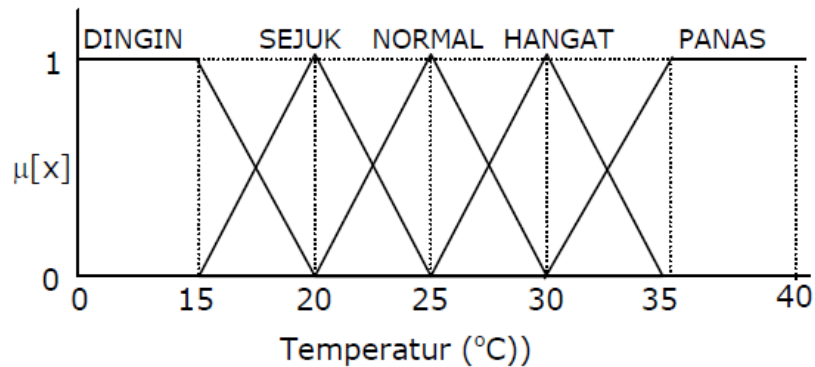
- Variabel fuzzy
Variabel fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy.
Contoh: umur, temperatur, permintaan, dsb.
- Himpunan fuzzy
Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.

Contoh 1.3:

- Variabel umur (*age*), terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy, yaitu: MUDA, DEWASA, dan TUA.



- Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan fuzzy, yaitu: DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS.



- Semesta Pembicaraan
Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh 1.4:

- Semesta pembicaraan untuk variabel umur: $[0, +\infty)$
- Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur: $[0, 40]$

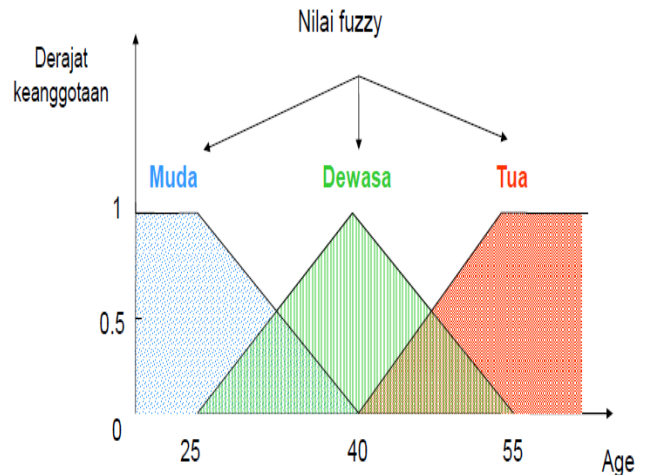
- Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.

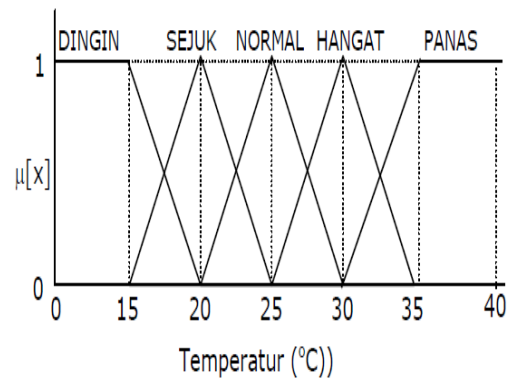
Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

Contoh 1.5 :

- MUDA = [0 , 40]
- DEWASA = [25 , 55]
- TUA = [40 , +∞)



- DINGIN = [0 , 20]
- SEJUK = [15 , 25]
- NORMAL = [20 , 30]
- HANGAT = [25 , 35]
- PANAS = [30 , 40]



1.3. Probabilitas Vs Fuzzy

Terkadang kemiripan antara keanggotaan fuzzy dengan probabilitas menimbulkan kerancuan. Keduanya memiliki nilai pada interval [0,1], namun interpretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Keanggotaan fuzzy memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasikan proporsi terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang.

Misalnya, jika nilai keanggotaan suatu himpunan fuzzy MUDA adalah 0,9; maka tidak perlu dipermasalahkan berapa seringnya nilai itu diulang secara

individual untuk mengharapkan suatu hasil yang hampir pasti muda. Di lain pihak, nilai probabilitas 0,9 MUDA berarti 10% dari himpunan tersebut diharapkan tidak muda.

Contoh kasus:

- ❑ Probabilitas botol 1 berisi air beracun adalah 0.5 dan 0.5 berisi air murni
{ mungkin air tersebut tidak beracun }
- ❑ Isi botol 2 memiliki nilai keanggotaan 0.5 pada himpunan air berisi racun
{ air pasti beracun }.

MODUL 2

JUDUL : TEORI DASAR FUZZY

Tujuan Pembelajaran :

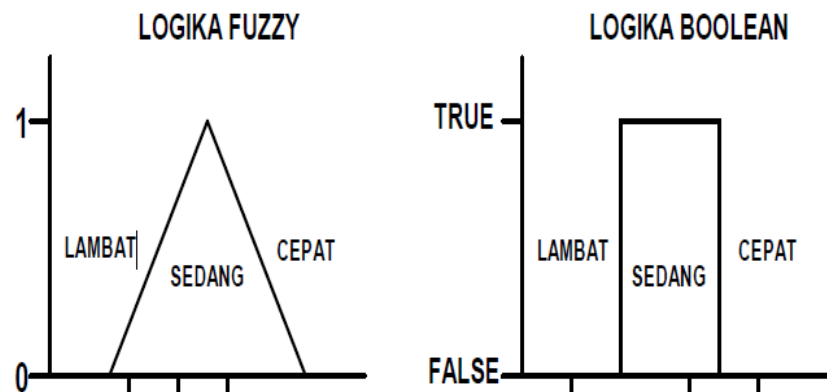
- Mampu menjelaskan tentang himpunan *fuzzy*
- Mampu menjelaskan tentang bilangan *fuzzy*
- Mampu menjelaskan tentang fungsi implikasi *fuzzy*

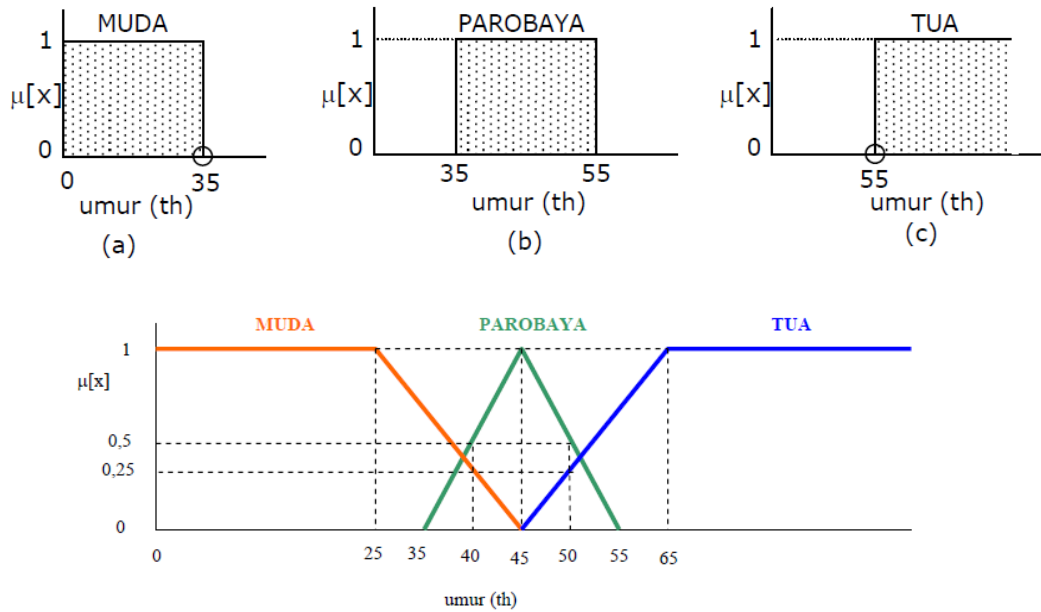
Penyajian :

- *Cooperative Learning*
- *Small Group Discussion*

2.1. Himpunan Fuzzy

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu pengembangan lebih lanjut tentang konsep himpunan dalam matematika. Himpunan *Fuzzy* adalah rentang nilai yang masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan (*membership*) antara 0 sampai 1. Jika dalam logika *Boolean* menggambarkan nilai-nilai “*benar*” atau “*salah*”, logika *fuzzy* menggunakan ungkapan misalnya : “sangat lambat”, “agak sedang”, “sangat cepat” dan lain-lain untuk mengungkapkan derajat intensitasnya.





Suatu himpunan fuzzy A dalam semesta pembicaraan dinyatakan dengan fungsi keanggotaan (membership function) μ_A , yang harganya berada dalam interval $[0,1]$.

Secara matematika hal ini dinyatakan dengan :

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

Himpunan fuzzy A dalam semesta pembicaraan U biasa dinyatakan sebagai sekumpulan pasangan elemen x ($x \in U$) dengan derajat keanggotaan (grade of membership) :

$$A = \{ (x, \mu_A(x)), x \in U \}$$

2.2. Cara Menuliskan Himpunan Fuzzy

Cara 1: Sebagai himpunan pasangan berurutan

$$A = \{ (x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \dots, (x_n, \mu_A(x_n)) \}$$

Contoh 2.1

Misalkan

X = {becak, sepeda motor, mobil kodok(VW), mobil kijang, mobil carry}

A = himpunan kendaraan yang nyaman dipakai untuk bepergian jarak jauh oleh keluarga besar (terdiri dari ayah, ibu, dan empat orang anak)

Didefinisikan bahwa,

$$x_1 = \text{becak}, \mu_A(x_1) = 0$$

$$x_2 = \text{sepeda motor}, \mu_A(x_2) = 0.1$$

$$x_3 = \text{mobil kodok}, \mu_3 = 0.5$$

$$x_4 = \text{mobil kijang}, \mu_A(x_4) = 1.0$$

$$x_5 = \text{mobil carry}, \mu_A(x_5) = 0.8$$

maka, dalam himpunan fuzzy,

$$A = \{ (\text{becak}, 0), (\text{sepeda motor}, 0.1), (\text{mobil kodok}, 0.5), (\text{mobil kijang}, 1.0), (\text{mobil carry}, 0.8) \}$$

Cara 2: Menyebut fungsi keanggotaan.

Cara ini digunakan bila anggota himpunan fuzzy bernilai kontinu (real)

Contoh 2.2.

Misalkan A = himpunan bilangan riil yang dekat dengan 2

Maka, dalam himpunan fuzzy,

$$A = \{ (x, \mu(x)) \mid \mu(x) = 1/(1 + (x - 2)^2) \}$$

Cara 3: Dengan menuliskan sebagai (diskrit)

$$A = \{ \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \dots + \mu_A(x_n)/x_n \}$$

$$= \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i$$

Tanda + menyatakan operator gabungan

Contoh 2.3 :

X = himpunan bilangan bulat positif

A = bilangan bulat yang dekat 10

$$= \{ 0.1/7 + 0.5/8 + 1.0/10, 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13 \}$$

Cara 4: Dengan menuliskan sebagai (kontinu)

$$A = \int \mu_A(x) / x \quad \text{dengan } \mu_A(x) \text{ didefinisikan.}$$

Contoh 2.4

A = bilangan real yang dekat ke nol

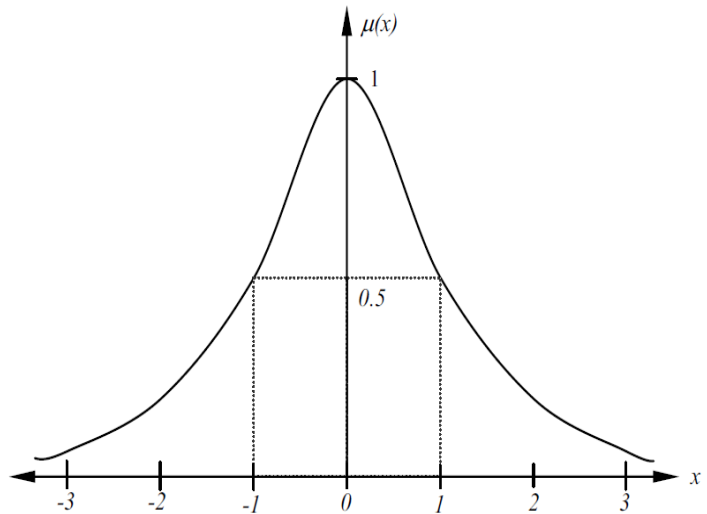
$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\mu_A(1) = \frac{1}{1+1^2} = 0.5$$

$$\mu_A(-1) = \frac{1}{1+(-1)^2} = 0.5$$

$$\mu_A(2) = \frac{1}{1+(2)^2} = 0.2$$



2.3. Operasi Dasar *Fuzzy Set*

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α -predikat.

Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh (disebut OPERASI DASAR ZADEH), yaitu:

- Operator AND
- Operator OR
- Operator NOT

2.3.1. Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan. α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh 2.5 :

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0.6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]=0.8$); maka

α -predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA \cap GAJITINGGI} &= \min(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]) \\ &= \min(0.6, 0.8) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

2.3.2. Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan.

α - predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh 2.6:

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0.6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]=0.8$); maka

α -predikat untuk usia MUDA atau berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA \cup GAJITINGGI} &= \max(\mu_{MUDA}[27], \mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]) \\ &= \max(0.6, 0.8) \\ &= 0.8\end{aligned}$$

2.3.3. Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan.

α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangi nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A[x]$$

Contoh 2.7:

Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{MUDA}[27]=0.6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8 ($\mu_{GAJITINGGI}[2.000.000]=0.8$); maka

α -predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah:

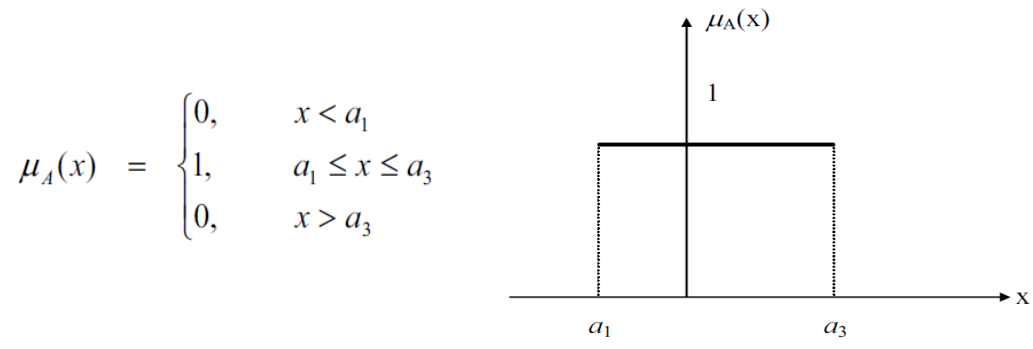
$$\begin{aligned} \mu_{MUDA'} &= 1 - 0.6 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

2.4. Bilangan Fuzzy

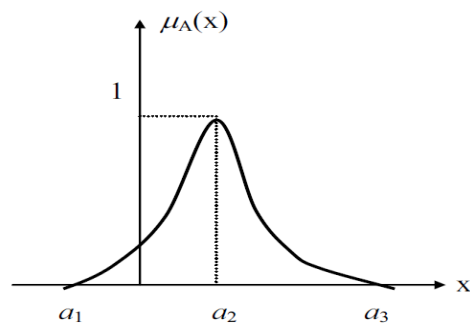
Bilangan fuzzy adalah ekspresi dari sebuah himpunan fuzzy yg terdefinisi sebagai interval fuzzy dalam bilangan real.

2.4.1. Interval Fuzzy

Jika suatu interval dinotasikan $A = [a_1, a_3]$ dengan $a_1 < a_3$ dan $a_1, a_3 \in R$. Suatu fungsi keanggotaan (membership function) dalam bentuk interval dinyatakan :

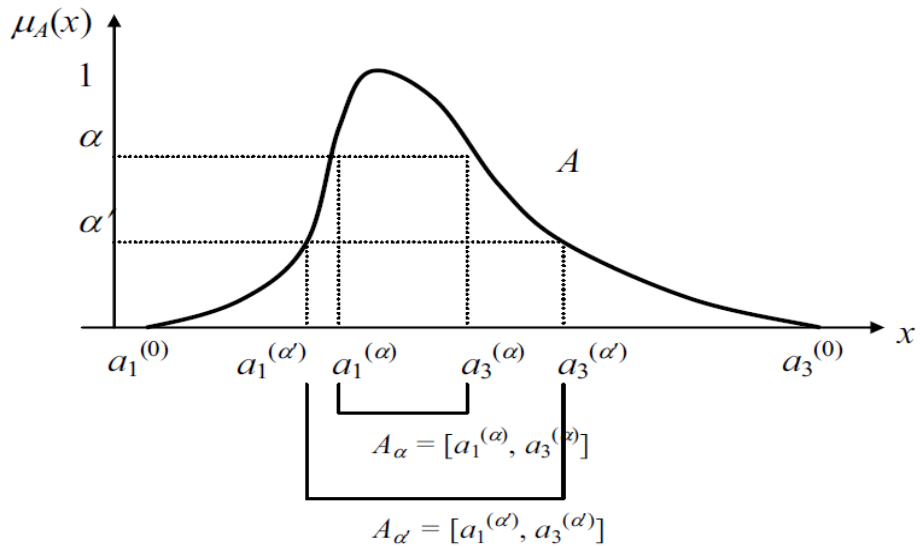


Selama batas dari interval adalah ambigu/kabur, intervalnya juga merupakan sebuah himpunan fuzzy. Interval fuzzy dinyatakan dengan 2 titik batas akhir (a_1 dan a_3) dan satu titik puncak a_2 dinotasikan $[a_1, a_2, a_3]$



Suatu operasi α -cut pada himpunan untuk membuat keanggotaan tidak lebih dari α . Pada bilangan fuzzy, α -cut pada bilangan fuzzy A dinyatakan

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$$



α -cut pada bilangan fuzzy ($\alpha' < \alpha$) sehingga $A_\alpha \subseteq A_{\alpha'}$

Operasi pada Interval

Operasi pada bilangan fuzzy dapat digeneralisasi dari interval crisp.

Jika $A = [a_1, a_3]$ dan $B = [b_1, b_3]$, $\forall a_1, a_3, b_1, b_3 \in \mathbb{R}$, maka :

- Penjumlahan

$$[a_1, a_3] (+) [b_1, b_3] = [a_1 + b_1, a_3 + b_3]$$

- Pengurangan

$$[a_1, a_3] (-) [b_1, b_3] = [a_1 - b_3, a_3 - b_1]$$

- Perkalian

$$[a_1, a_3] (\cdot) [b_1, b_3] = [a_1 \cdot b_1 \wedge a_1 \cdot b_3 \wedge a_3 \cdot b_1 \wedge a_3 \cdot b_3, a_1 \cdot b_1 \vee a_1 \cdot b_3 \vee a_3 \cdot b_1 \vee a_3 \cdot b_3]$$

- Pembagian

$$[a_1, a_3] (/) [b_1, b_3] = [a_1 / b_1 \wedge a_1 / b_3 \wedge a_3 / b_1 \wedge a_3 / b_3, a_1 / b_1 \vee a_1 / b_3 \vee a_3 / b_1 \vee a_3 / b_3]$$

- Invers

$$[a_1, a_3]^{-1} = [1 / a_1 \wedge 1 / a_3, 1 / a_1 \vee 1 / a_3]$$

Jika interval/himpunan A dan B terdefinisi di \mathbb{R}^+ , maka operasi perkalian, pembagian dan invers dapat disederhanakan menjadi :

- Perkalian $[a_1, a_3] (\bullet) [b_1, b_3] = [a_1 \bullet b_1, a_3 \bullet b_3]$
- Pembagian $[a_1, a_3] (/) [b_1, b_3] = [a_1/b_3, a_3/b_1]$
- Invers $[a_1, a_3]^{-1} = [1/a_3, 1/a_1]$
- Minimum $[a_1, a_3] (\wedge) [b_1, b_3] = [a_1 \wedge b_1, a_3 \wedge b_3]$
- Maksimum $[a_1, a_3] (\vee) [b_1, b_3] = [a_1 \vee b_1, a_3 \vee b_3]$

Contoh 2.8:

Jika $A=[3,5]$ dan $B=[-2,7]$, maka

$$A(+)B = [3 - 2, 5 + 7] = [1, 12]$$

$$A(-)B = [3 - 7, 5 + 2] = [-4, 7]$$

$$\begin{aligned} A(\bullet)B &= [3\bullet(-2) \wedge 3\bullet7 \wedge 5\bullet(-2) \wedge 5\bullet7, 3\bullet(-2) \vee 3\bullet7 \vee 5\bullet(-2) \vee 5\bullet7] \\ &= [-6 \wedge 21 \wedge -10 \wedge 35, -6 \vee 21 \vee -10 \vee 35] \\ &= [-10, 35] \end{aligned}$$

Operasi pada α -cut Interval

Jika $A=[a_1, a_3]$ dengan $A_\alpha=[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$ dan $B=[b_1, b_3]$ dengan

$B_\alpha=[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] \forall \alpha[0,1], a_1, a_3, a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}, b_1, b_3, b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)} \in \mathbb{R}$, maka:

- Penjumlahan $[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] (+) [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} + b_3^{(\alpha)}]$
- Pengurangan $[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] (-) [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_3^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}]$
- Untuk perkalian dan pembagian berlaku sama

Hasil dari bilangan fuzzy adalah daerah himpunan fuzzy yg dinyatakan dalam fungsi keanggotaan.

(1) Addition: $A (+) B$

$$\mu_{A(+)\text{B}}(z) = \bigvee_{z=x+y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(2) Subtraction: $A (-) B$

$$\mu_{A(-)\text{B}}(z) = \bigvee_{z=x-y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(3) Multiplication: $A (\bullet) B$

$$\mu_{A(\bullet)\text{B}}(z) = \bigvee_{z=x \bullet y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(4) Division: $A (/) B$

$$\mu_{A(/)\text{B}}(z) = \bigvee_{z=x/y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(5) Minimum: $A (\wedge) B$

$$\mu_{A(\wedge)\text{B}}(z) = \bigvee_{z=x \wedge y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

(6) Maximum: $A (\vee) B$

$$\mu_{A(\vee)\text{B}}(z) = \bigvee_{z=x \vee y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))$$

Perkalian skalar a pada interval $[b_1, b_3]$ berlaku

$$a[b_1, b_3] = [a \bullet b_1 \wedge a \bullet b_3, a \bullet b_1 \vee a \bullet b_3]$$

Contoh 2.9 :

$$\begin{aligned} -4.15 [-3.55, 0.21] &= [(-4.15) \bullet (-3.55) \wedge (-4.15) \bullet 0.21, (-4.15) \bullet (-3.55) \\ &\quad \vee (-4.15) \bullet 0.21] \\ &= [14.73 \wedge -0.87, 14.73 \vee -0.87] \\ &= [-0.87, 14.73] \quad \square \end{aligned}$$

Demikian berlaku pada α -cut interval :

$$\forall \alpha \in [0, 1], b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)} \in \mathfrak{R}$$

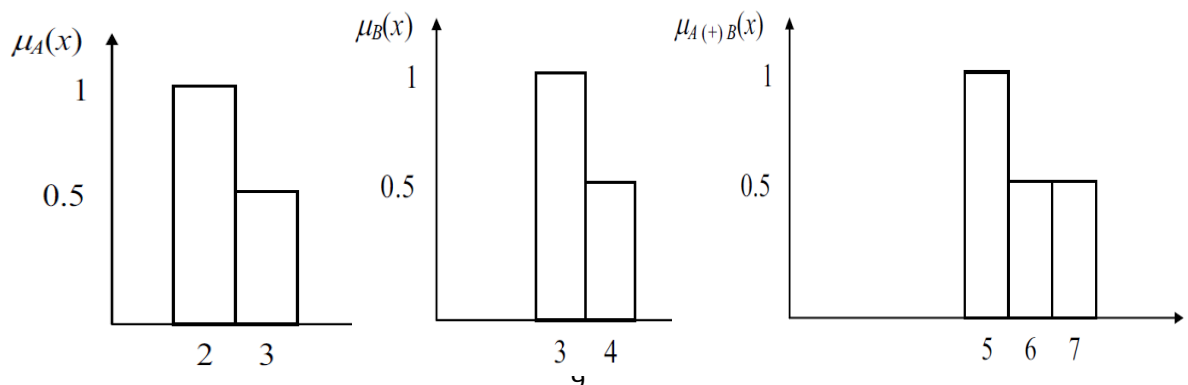
$$a[b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a \bullet b_1^{(\alpha)} \wedge a \bullet b_3^{(\alpha)}, a \bullet b_1^{(\alpha)} \vee a \bullet b_3^{(\alpha)}]$$

2.4.2. Contoh Operasi Bilangan Fuzzy

Himpunan fuzzy A dan B yg dinyatakan dalam bilangan diskret.

$$A = \{(2,1), (3,0.5)\}, B = \{(3,1), (4,0.5)\}$$

$x \in A, y \in B, \text{ dan } z \in A(+)\text{B}$



□ $z < 5$ $\mu_{A(+)\text{B}}(z) = 0$

□ $z = 5$

$x + y = 2 + 3$

$\mu_A(2) + \mu_B(3) = 1 \wedge 1 = 1$

$\mu_{A(+)\text{B}}(5) = \vee_{5=2+3} (1) = 1$

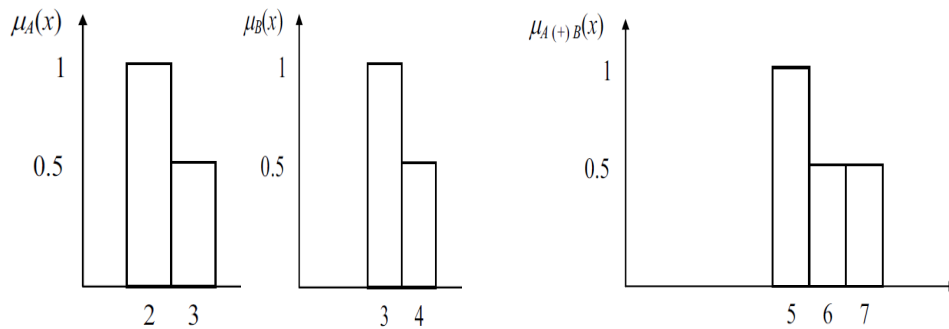
□ $z = 6$

$x + y = 2 + 4$ atau $x + y = 3 + 3$

$\mu_A(2) + \mu_B(4) = 1 \wedge 0.5 = 0.5$

$\mu_A(3) + \mu_B(3) = 0.5 \wedge 1 = 0.5$

$\mu_{A(+)\text{B}}(6) = \vee_{\substack{6=2+4 \\ 6=3+3}} (0.5, 0.5) = 0.5$



□ $z = 7$

$x + y = 3 + 4$

$\mu_A(3) + \mu_B(4) = 0.5 \wedge 0.5 = 0.5$

$\mu_{A(+)\text{B}}(7) = \vee_{7=3+4} (0.5) = 0.5$

□ $z > 7$ $\mu_{A(+)\text{B}}(z) = 0$

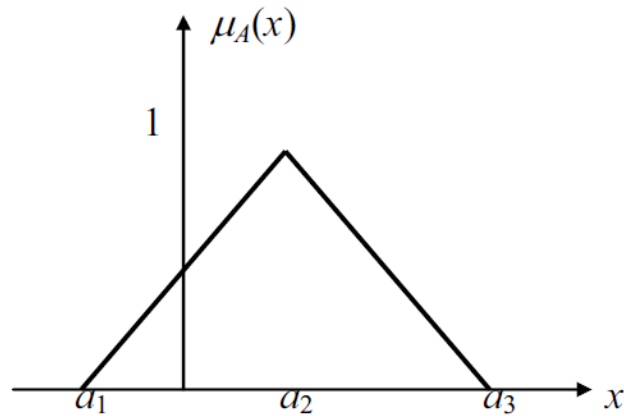
□ $A(+)\text{B} = \{(5,1), (6,0.5), (7,0.5)\}$

2.4.3. Triangular Fuzzy Number

Definisi : Triangular fuzzy number direpresentasikan dengan titik, dinotasikan

$A = (a_1, a_2, a_3)$ dengan fungsi keanggotaan :

$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$



Operasi pada TFN

- Hasil dari penjumlahan dan pengurangan TFN menghasilkan TFN juga
- Hasil dari perkalian dan pembagian TFN tidak menghasilkan TFN
- Operasi Max atau Min pada TFN tidak menghasilkan TFN

Misalkan TFN, $A = (a_1, a_2, a_3)$, $B = (b_1, b_2, b_3)$, maka

- Penjumlahan

$$A(+)B = (a_1, a_2, a_3)(+)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

- Pengurangan

$$A(-)B = (a_1, a_2, a_3)(-)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1)$$

- Symetric image

$$-(A) = (-a_3, -a_2, -a_1) \quad \text{juga TFN}$$

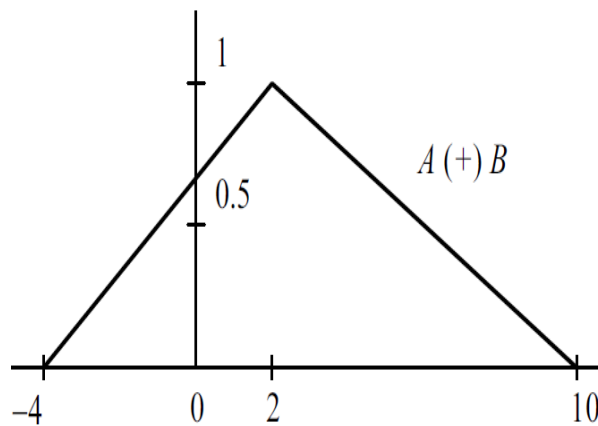
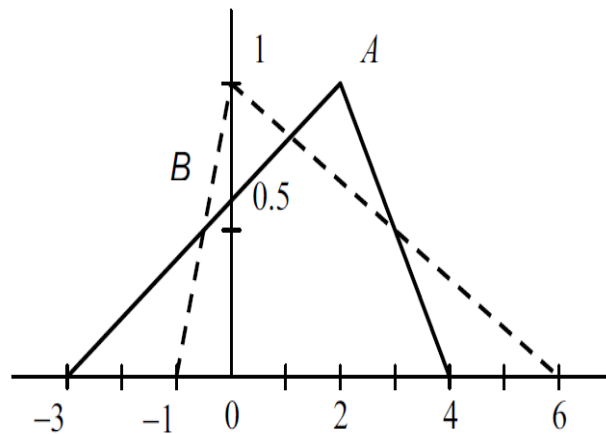
Contoh 2.10:

Misalkan TFN : $A = (-3,2,4)$, $B = (-1,0,6)$, berapakah $A(+)B$ dan $A(-)B$. Gambarkan grafik²nya dan fungsi keanggotaannya

Penyelesaian :

$$A(+)B = (-3+(-1), 2+0, 4+6)=(-4,2,10)$$

$$A(-)B = (-3-6, 2-0, 4-(-1))=(-9,2,5)$$



$$\mu_{(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \frac{x+3}{2+3}, & -3 \leq x \leq 2 \\ \frac{4-x}{4-2}, & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases} \quad \mu_{(B)}(y) = \begin{cases} 0, & y < -1 \\ \frac{y+1}{0+1}, & -1 \leq y \leq 0 \\ \frac{6-y}{6-0}, & 0 \leq y \leq 6 \\ 0, & y > 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{A(+)}B(2) &= \vee_{2=x+y} [\mu_A(-3) \wedge \mu_B(5), \mu_A(-2) \wedge \mu_B(4), \mu_A(-1) \wedge \mu_B(3), \mu_A(0) \wedge \mu_B(2), \\
&\quad \mu_A(1) \wedge \mu_B(1)] \\
&= \vee_{2=x+y} [0 \wedge 1/6, 1/5 \wedge 2/6, 2/5 \wedge 3/6, 3/5 \wedge 4/6, 4/5 \wedge 5/6] \\
&= \vee_{2=x+y} [0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5] \\
&= 4/5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{A(+)}B(2) &= (2+4)/6 = 1 \\
\text{Atau} \\
\mu_{A(+)}B(2) &= (10 - 2)/8 = 1
\end{aligned}
\quad \mu_{A(+)}B(z) = \begin{cases} 0, & z < -4 \\ \frac{z+4}{6}, & -4 \leq z \leq 2 \\ \frac{10-z}{8}, & 2 \leq z \leq 10 \\ 0, & z > 10 \end{cases}$$

2.5. Fungsi Implikasi Fuzzy

Tiap-tiap aturan (proposisi) pada basis pengetahuan fuzzy akan berhubungan dengan suatu relasi fuzzy. Bentuk umum dari aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi adalah:

$$\text{IF } x \text{ is } A \text{ THEN } y \text{ is } B$$

dengan x dan y adalah skalar, dan A dan B adalah himpunan fuzzy.

Proposisi yang mengikuti IF disebut sebagai **anteseden**, sedangkan proposisi yang mengikuti THEN disebut sebagai **konsekuen**. Proposisi ini dapat diperluas dengan menggunakan operator fuzzy, seperti:

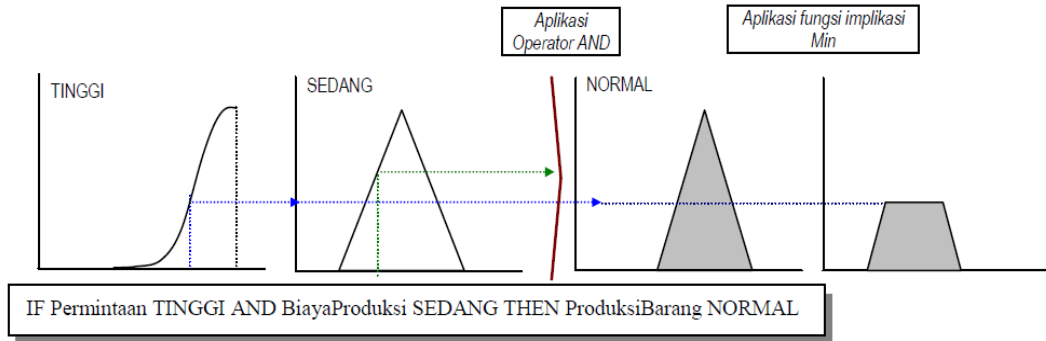
$$\text{IF } (x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet (x_3 \text{ is } A_3) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n) \text{ THEN } y \text{ is } B$$

dengan \bullet adalah operator (misal: OR atau AND)

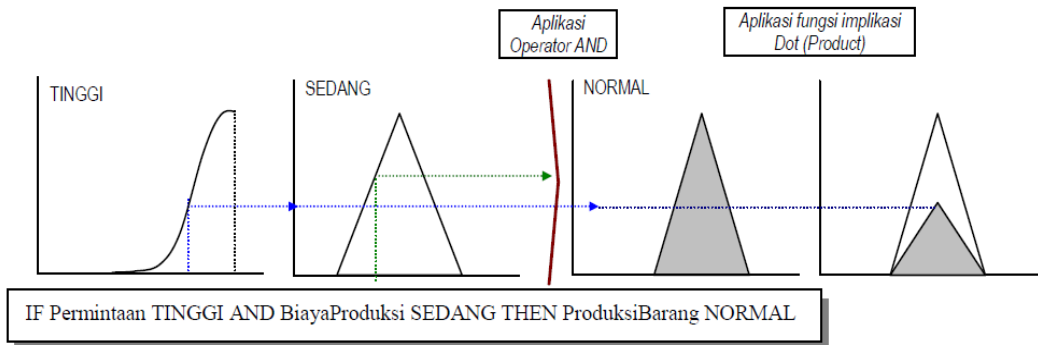
Secara umum, ada 2 fungsi implikasi yang dapat digunakan, yaitu:

- Min (minimum). Fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy.
- Dot (product). Fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy.

Contoh aplikasi fungsi implikasi MIN:



Contoh aplikasi fungsi implikasi DOT(Product):



Kedua fungsi implikasi ini menjadi dasar dibentuknya Fuzzy Inference System (FIS) dengan 3 metode :

- Tsukamoto
- Mamdani
- Sugeno

MODUL 3

JUDUL : FUNGSI KEANGGOTAAN *FUZZY*

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menjelaskan tentang fungsi keanggotaan *fuzzy*

Penyajian :

- *Small Group Discussion*

3.1. Pendahuluan

Fungsi Keanggotaan (membership function) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya. Sering juga disebut dengan derajat keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi . Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan:

- Kurva Linear
- Kurva Segitiga
- Kurva Trapesium
- Kurva Bahu
- Kurva S
- Kurva Lonceng

3.2. Kurva Linear

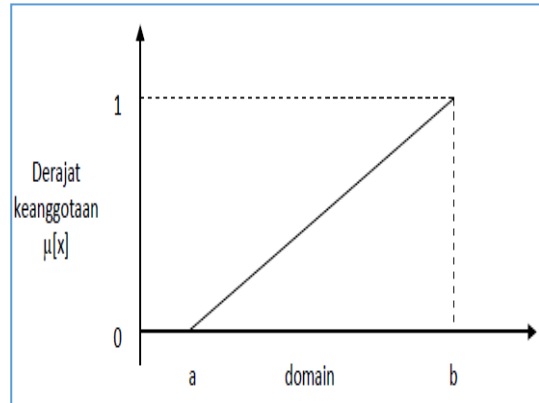
Pada kurva linear, pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear :

1. Linear Naik

Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a < x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

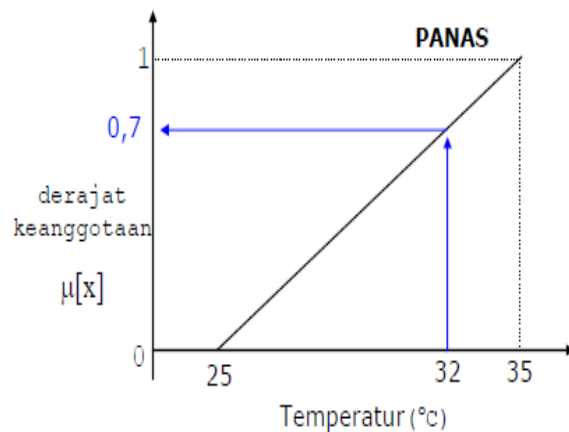


Contoh 3.1 :

Tentukan derajat keanggotaan variabel temperatur 32°C pada himpunan PANAS

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PANAS}}[32] &= (32-25)/(35-25) \\ &= 7/10 \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

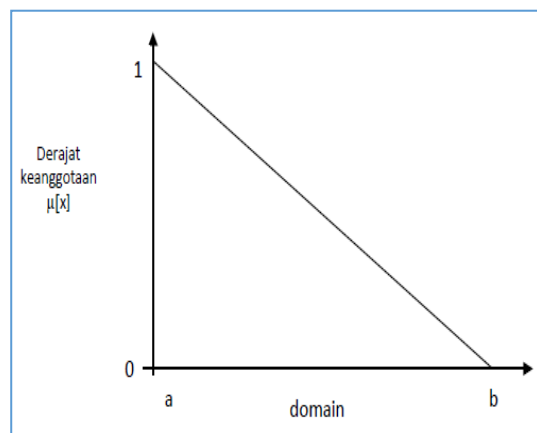


2. Linear Turun

Kurva/garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x \geq b \\ \frac{b-x}{b-a} & , a < x < b \\ 1 & x \leq a \end{cases}$$

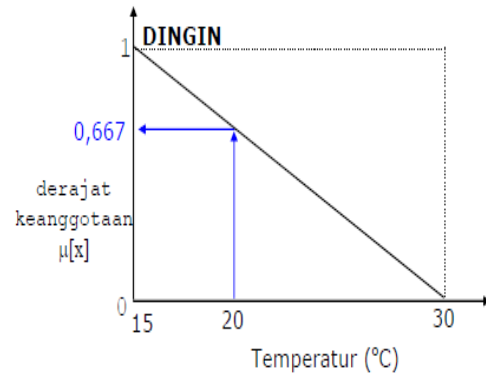


Contoh 3.2 :

Tentukan derajat keanggotaan variabel temperatur 20°C pada himpunan DINGIN

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}}[20] &= (30-20)/(30-15) \\ &= 10/15 = 0,667\end{aligned}$$

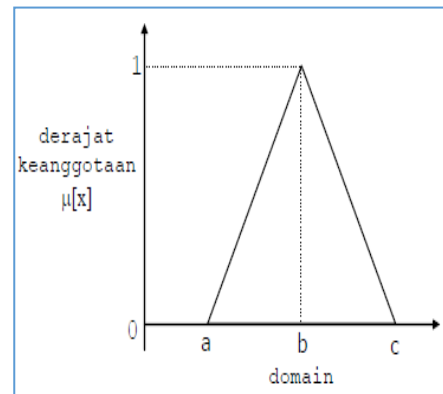


3.3. Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 kurva linear yaitu linear turun dan linear naik. Disebut kurva segitiga karena membentuk bidang segitiga.

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x \leq a \cup x \geq c \\ (x-a)/(b-a) & , a < x < b \\ 1 & , x = b \\ (c-x)/(c-b) & , b < x < c \end{cases}$$

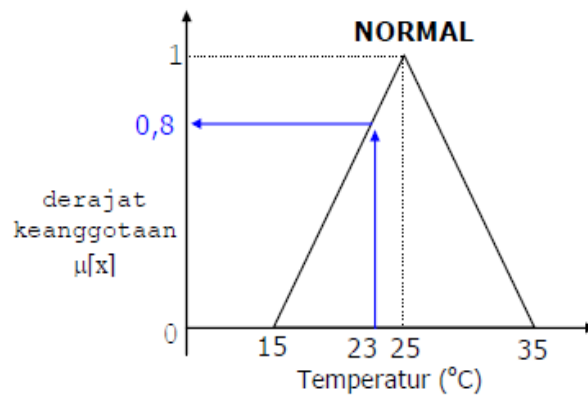


Contoh 3.3 :

Derajat keanggotaan untuk variabel temperatur 23°C pada himpunan NORMAL

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 = 0,8\end{aligned}$$

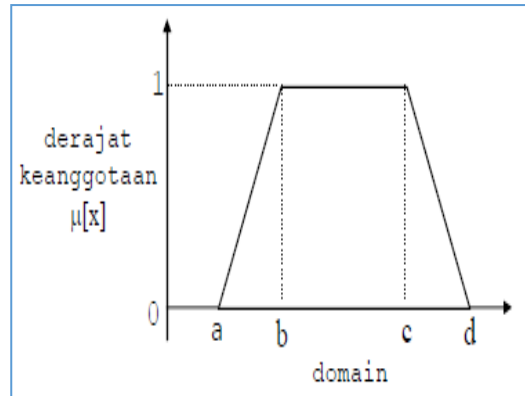


3.4. Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1. Membentuk bidang trapesium

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x \leq a \cup x \geq d \\ (x-a)/(b-a) & , a < x < b \\ 1 & , b \leq x \leq c \\ (d-x)/(d-c) & , c < x < d \end{cases}$$

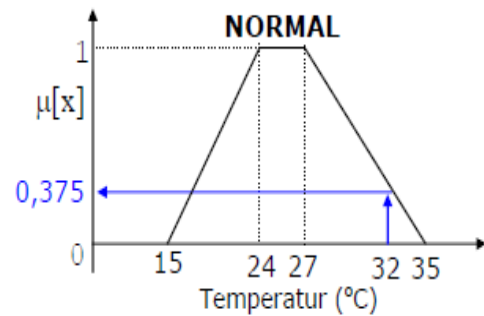


Contoh 3.4 :

Derajat keanggotaan untuk variabel temperatur 32⁰C pada himpunan NORMAL

Penyelesaian

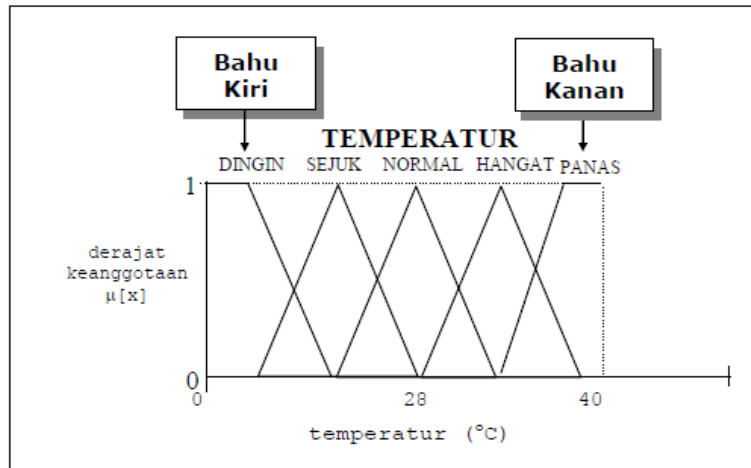
$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[32] &= (35-32)/(35-27) \\ &= 3/8 \\ &= 0.375 \end{aligned}$$



3.5. Kurva Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS.

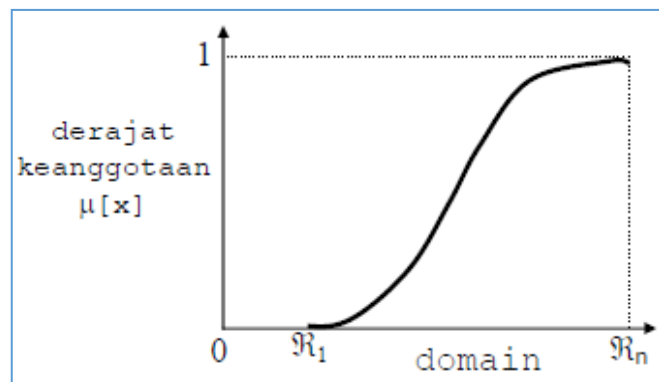
Himpunan fuzzy 'bahu', (bukan segitiga), digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar.



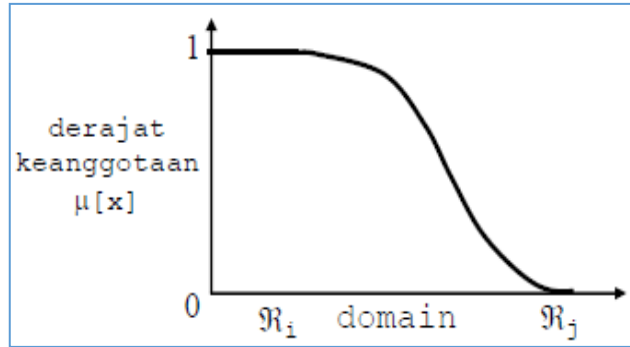
3.6. Kurva S(Sigmoid)

Kurva-S atau sigmoid berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear. Disebut juga kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi.

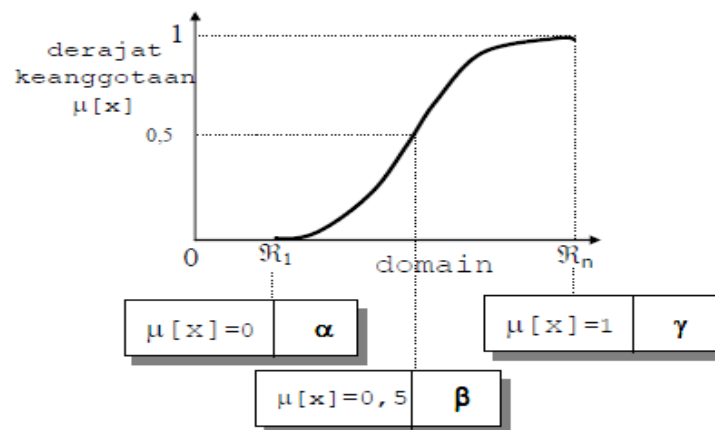


Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0)



Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu:

- nilai keanggotaan nol (α),
- nilai keanggotaan lengkap (γ), dan
- titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar



Fungsi Keanggotaan Kurva Sigmoid (Pertumbuhan) :

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & , x \leq \alpha \\ 2 \left(\frac{x - \alpha}{\gamma - \alpha} \right)^2 & , \alpha < x < \beta \\ 0.5 & , x = \beta \\ 1 - 2 \left(\frac{\gamma - x}{\gamma - \alpha} \right)^2 & , \beta < x < \gamma \\ 1 & , x \geq \gamma \end{cases}$$

Catatan : Nilai $\beta = \alpha + (\gamma - \alpha)/2$

Contoh 3.5 :

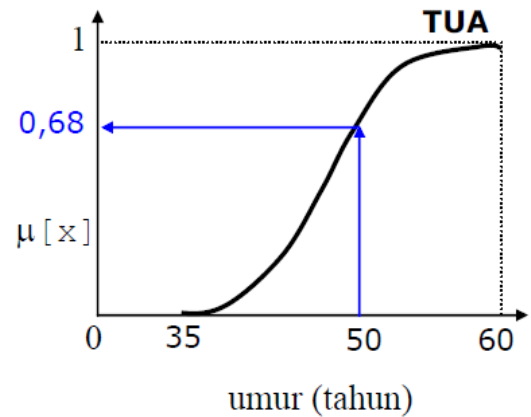
Tentukan derajat keanggotaan variabel umur 50 thn untuk himpunan TUA pada kurva sigmoid pertumbuhan

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\beta &= 35+(60-35)/2 \\ &= 35+25/2 = 35 + 12.5 = 47.5\end{aligned}$$

Maka

$$\begin{aligned}\mu_{TUA}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 1 - 2(0.4)^2 \\ &= 1 - 0.32 = 0.68\end{aligned}$$



Fungsi Keanggotaan Kurva Sigmoid (Penyusutan) :

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 & , x \leq \alpha \\ 1 - 2\left(\frac{x - \alpha}{\gamma - \alpha}\right)^2 & , \alpha < x < \beta \\ 0.5 & , x = \beta \\ 2\left(\frac{\gamma - x}{\gamma - \alpha}\right)^2 & , \beta < x < \gamma \\ 0 & , x \geq \gamma \end{cases}$$

Catatan : Nilai $\beta = \alpha + (\gamma - \alpha)/2$

Contoh 3.6 :

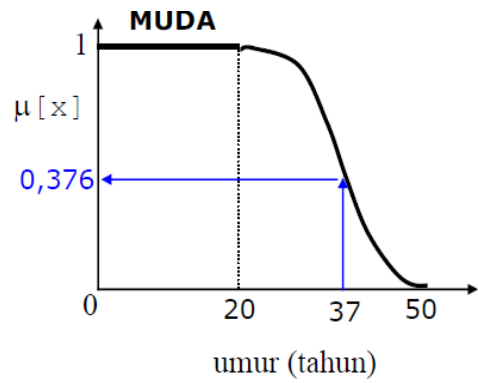
Tentukan derajat keanggotaan variabel umur 37 thn untuk himpunan MUDA pada kurva sigmoid penyusutan

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\beta &= 20+(50-20)/2 \\ &= 20+30/2 = 20+15 = 35\end{aligned}$$

Maka

$$\begin{aligned}\mu_{\text{MUDA}}[37] &= 2((50-37)/(50-20))^2 \\ &= 2(13/30)^2 \\ &= 0.376\end{aligned}$$



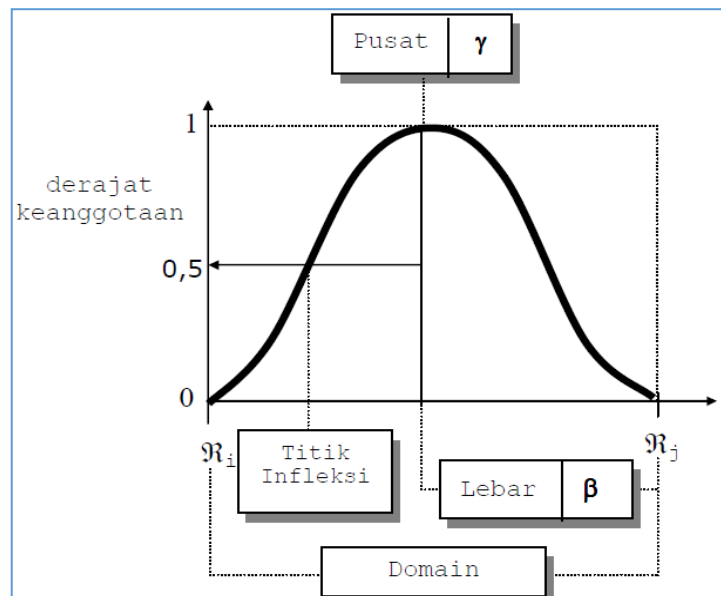
3.7. Kurva Lonceng

Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu:

- Kurva Phi (π)
- Kurva Beta
- Kurva Gauss

Perbedaan dari ketiga kurva ini hanya terletak pada gradiennya.

Untuk kurva Phi berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β). Atau merupakan gabungan kurva Sigmoid Pertumbuhan dan Penyusutan.



Fungsi keanggotaannya adalah :

$$\Pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) & , x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) & , x > \gamma \end{cases}$$

Contoh 3.7 :

Tentukan derajat keanggotaan variabel umur 42 dan 51 thn untuk himpunan PAROBAYA

Penyelesaian

$$\mu_{\text{PAROBAYA}}[42] = 1 - 2((45-42)/(45-35))^2$$

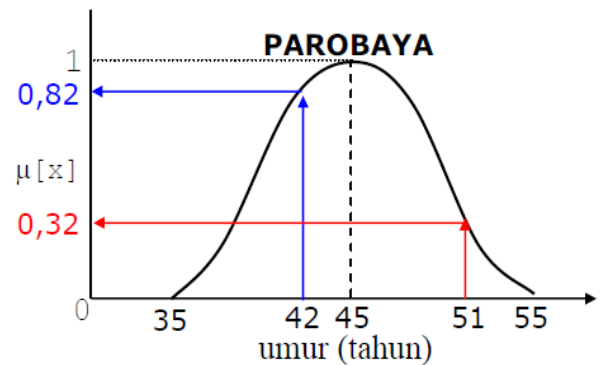
$$= 1 - 2(3/10)^2$$

$$= 0.82$$

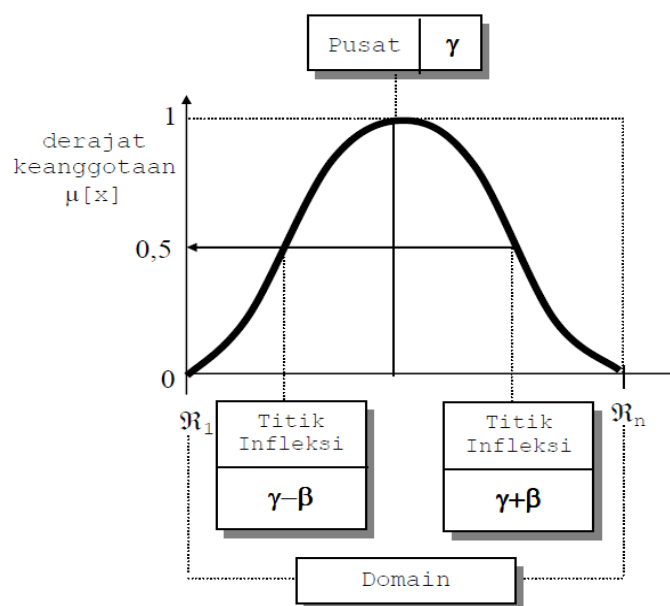
$$\mu_{\text{PAROBAYA}}[51] = 2((55-51)/(55-45))^2$$

$$= 2(4/10)^2$$

$$= 0.32$$



Seperti kurva Phi, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β).



Fungsi Keanggotaannya adalah :

$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^2}$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva Phi adalah fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.

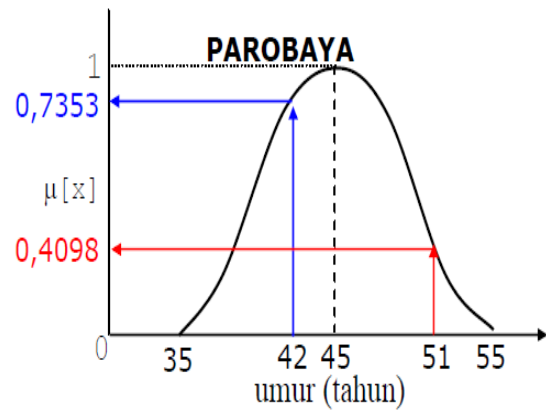
Contoh 3.8 :

Derajat keanggotaan untuk variabel umur 42 dan 51 thn pada himpunan PAROBAYA

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PAROBAYA}}[42] &= 1 / (1 + ((42-45)/5)^2) \\ &= 0.7353 \end{aligned}$$

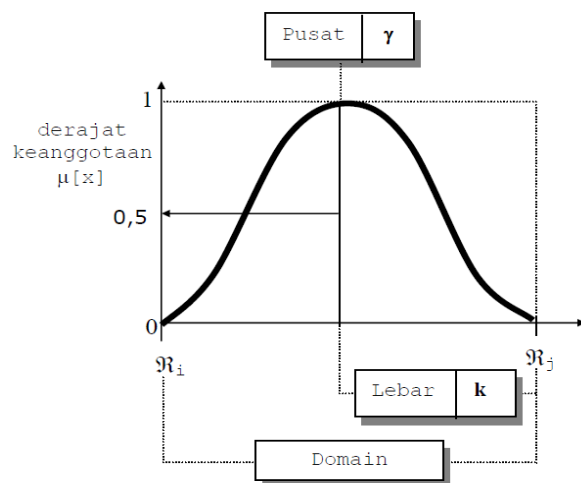
$$\begin{aligned} \mu_{\text{PAROBAYA}}[51] &= 1 / (1 + ((51-45)/5)^2) \\ &= 0.4098 \end{aligned}$$



Jika kurva Phi dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (k), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva.

Fungsi Keanggotaannya :

$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma-x)^2}$$



MODUL 4

JUDUL : *FUZZY INFERENCE SYSTEM*

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menjelaskan tentang *fuzzy inference system*

Penyajian :

- Small Group Discussion

4.1. Pengertian *Fuzzy Inference System*

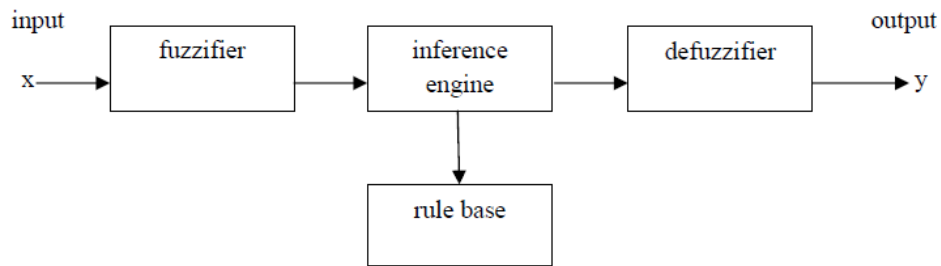
Sistem inferensi fuzzy (*FIS*) adalah sebuah framework komputasi populer berdasarkan pada konsep teori himpunan fuzzy, aturan *if - then* fuzzy, dan penalaran fuzzy. Terdapat tiga komponen konsep *FIS* yaitu :

- **baris aturan**, mengandung seleksi dari aturan – aturan fuzzy;
- **basis data**, mendefinisikan *MF – MF* yang digunakan dalam aturan fuzzy; dan
- **mekanisme penalaran**, melakukan prosedur inferensi pada aturan – aturan dan fakta – fakta yang diberikan untuk menarik output atau konklusi yang *reasonable*.

FIS dapat mengambil input fuzzy maupun input tegas (sebagai *fuzzy singleton*), tapi output yang dihasilkan hampir selalu himpunan fuzzy. Kadang kala output tegas dibutuhkan, sehingga dibutuhkan metode **defuzifikasi** untuk mengekstrak nilai tegas paling baik merepresentasikan himpunan fuzzy.

Sistem inferensi fuzzy (*Fuzzy Inference System*) pada dasarnya mendefinisikan pemetaan nonlinear dari vektor data *input* menjadi scalar *output*. Proses pemetaan melibatkan *input / output* fungsi keanggotaan, operator - operator *fuzzy*, aturan *fuzzy if - then*, agregasi dari himpunan *output* dan *defuzzification*.

Model umum dari sistem inferensi *fuzzy* ditunjukkan pada gambar berikut ini:



Sistem inferensi *fuzzy* memiliki empat komponen, yaitu: *fuzzifier*, *inference engine*, *rule base* dan *defuzzifier*. *Rule base* memiliki aturan linguistik yang diberikan oleh para ahli. Juga mungkin dapat mengambil aturan dari data numerik. Sekali aturan telah ditetapkan, sistem inferensi *fuzzy* dapat dilihat sebagai sebuah sistem yang memetakan sebuah vektor *input* ke vektor *output*. *Fuzzifier* memetakan angka - angka *input* kedalam keanggotaan *fuzzy* yang sesuai. *Inference engine* mendefinisikan pemetaan dari *input* himpunan *fuzzy* kedalam *output* himpunan *fuzzy*. *Defuzzifier* memetakan *output* himpunan *fuzzy* kedalam nomor *crisp*.

Ada 3 metode dalam FIS :

- Tsukamoto
- Sugeno
- Mamdani

4.2. Metode Tsukamoto

Pertama kali diperkenalkan oleh Tsukamoto. Setiap konsekuen (kesimpulan) pada setiap aturan IF-THEN harus direpresentasikan dengan suatu ***himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan monoton***. Hasilnya, output hasil inferensi dari setiap aturan diberikan secara tegas (*crisp*) berdasarkan *a-predikat*, kemudian menghitung ***rata-rata terbobot***.

Pada metode *Tsukamoto*, implikasi setiap aturan berbentuk implikasi “Sebab-Akibat”/Implikasi “*Input-Output*” dimana antara anteseden dan konsekuen harus ada hubungannya. Setiap aturan direpresentasikan menggunakan himpunan-himpunan *fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan yang monoton. Kemudian untuk menentukan hasil tegas (*Crisp Solution*) digunakan rumus penegasan(defuzifikasi) yang disebut “Metode rata-rata terpusat” atau “Metode defuzifikasi rata-rata terpusat (*Center Average Defuzzifier*)”.

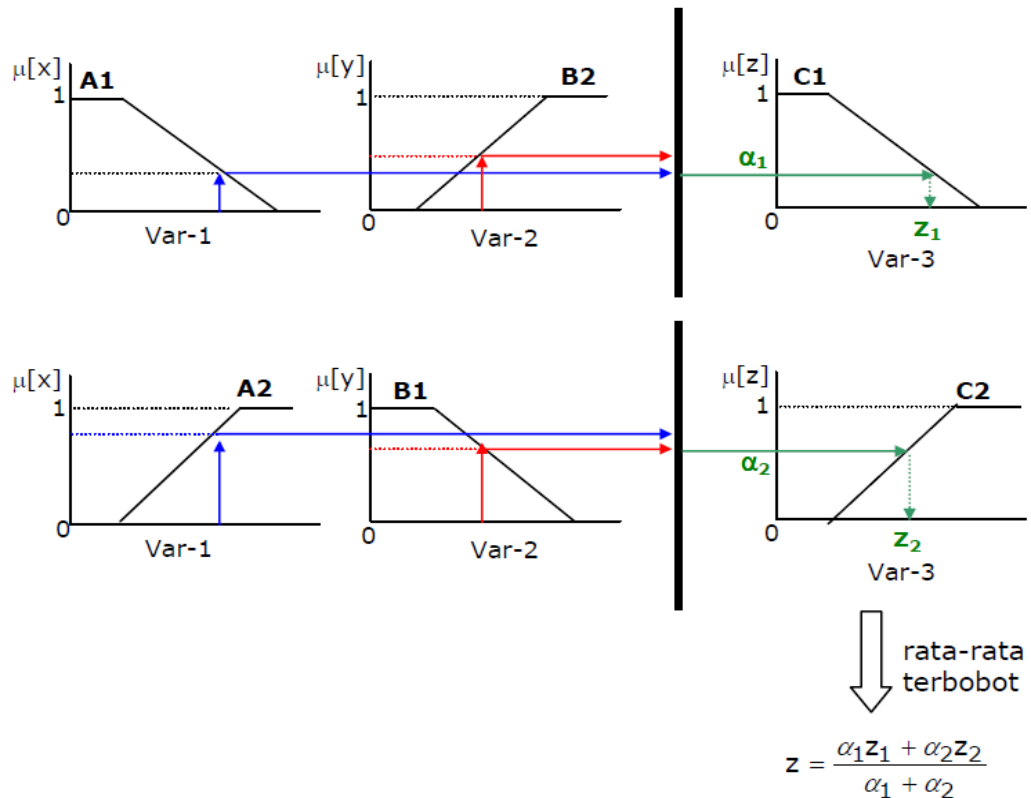
Misalkan ada 2 variabel input, Var-1 (x) dan Var-2(x), serta variabel output, Var-3(z), dimana Var-1 terbagi atas 2 himpunan yaitu A1 dan A2. Var-2 terbagi atas 2 himpunan B1 dan B2, Var-3 juga terbagi atas 2 himpunan yaitu C1 dan C2 (C1 dan C2 harus monoton). Ada 2 aturan yang digunakan, yaitu:

[R1] IF (x is A1) and (y is B2) THEN (z is C1)

[R2] IF (x is A2) and (y is B1) THEN (z is C2)

Pertama-tama dicari fungsi keanggotaan dari masing-masing himpunan *fuzzy* dari setiap aturan, yaitu himpunan A1, B2 dan C1 dari aturan *fuzzy* [R1], dan himpunan A2, B1 dan C2 dari aturan *fuzzy* [R2].

Karena pada metode *Tsukamoto* operasi himpunan yang digunakan adalah konjungsi (*AND*), maka nilai keanggotaan anteseden dari aturan *fuzzy* [R1] adalah irisan dari nilai keanggotaan A1 dari Var-1 dengan nilai keanggotaan B1 dari Var-2. Menurut teori operasi himpunan pada persamaan 2.7, maka nilai keanggotaan anteseden dari operasi konjungsi (*And*) dari aturan *fuzzy* [R1] adalah nilai minimum antara nilai keanggotaan A1 dari Var-1 dan nilai keanggotaan B2 dari Var-2. Demikian pula nilai keanggotaan anteseden dari aturan *fuzzy* [R2] adalah nilai minimum antara nilai keanggotaan A2 dari Var-1 dengan nilai keanggotaan B1 dari Var-2. Selanjutnya, nilai keanggotaan anteseden dari aturan *fuzzy* [R1] dan [R2] masing-masing disebut dengan α_1 dan α_2 . Nilai α_1 dan α_2 kemudian disubstitusikan pada fungsi keanggotaan himpunan C1 dan C2 sesuai aturan *fuzzy* [R1] dan [R2] untuk memperoleh nilai z_1 dan z_2 , yaitu nilai z (nilai perkiraan produksi) untuk aturan *fuzzy* [R1] dan [R2]. Untuk memperoleh nilai output *crisp*/nilai tegas Z, dicari dengan cara mengubah input (berupa himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*) menjadi suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Cara ini disebut dengan metode defuzifikasi (penegasan). Metode defuzifikasi yang digunakan dalam metode *Tsukamoto* adalah metode defuzifikasi rata-rata terpusat (*Center Average Defuzzifier*).



Contoh 4.1 :

Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan. Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan fuzzy sbb:

- [R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK THEN
Produksi Barang BERKURANG;
- [R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT THEN
Produksi Barang BERKURANG;
- [R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK THEN
Produksi Barang BERTAMBAH;
- [R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT THEN
Produksi Barang BERTAMBAH;

Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan?

Penyelesaian

Untuk menyelesaikan masalah tersebut perhatikan variabel yang digunakan dalam proses fuzzifikasi yang harus kita lakukan.

Input : 1. Permintaan [1000 5000]

{TURUN NAIK}

2. Persediaan [100 600]

{SEDIKIT BANYAK}

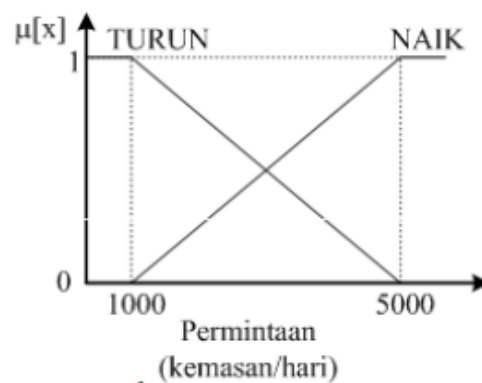
Output : Jumlah Produksi [2000 7000]

{BERKURANG BERTAMBAH}

Fungsi Permintaan :

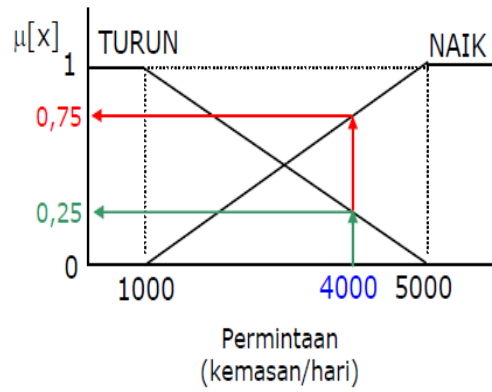
$$\mu_{pmtTURUN} [x] = \begin{cases} 1 & , x \leq 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 < x < 5000 \\ 0 & , x \geq 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK} [x] = \begin{cases} 0 & , x \leq 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 < x < 5000 \\ 1 & , x \geq 5000 \end{cases}$$



$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000-4000)/4000 = 1000/4000 = 0.25$$

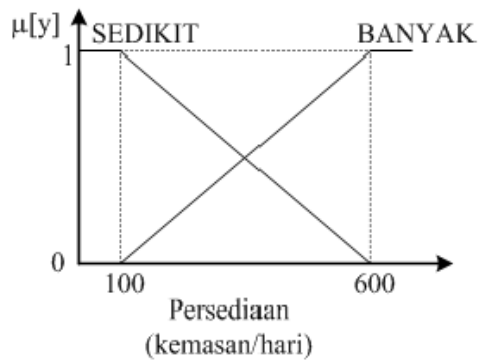
$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000-1000)/4000 = 3000/4000 = 0.75$$



Fungsi Persediaan :

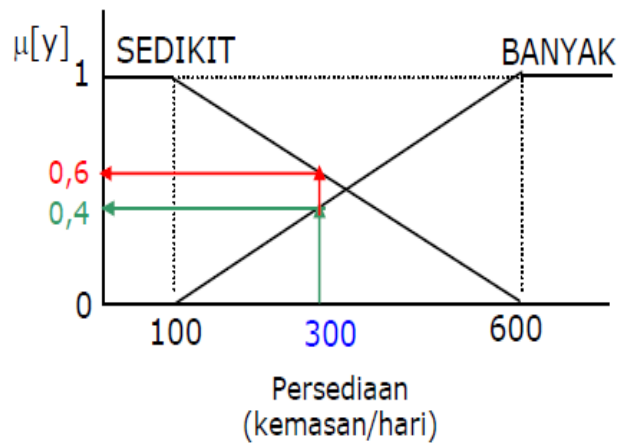
$$\mu_{psdSEDIKIT} [x] = \begin{cases} 1 & , y \leq 1000 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 < x < 600 \\ 0 & , x \geq 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK} [x] = \begin{cases} 0 & , y \leq 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 < y < 600 \\ 1 & , y \geq 600 \end{cases}$$



$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600-300)/500 = 300/500 = 0.6$$

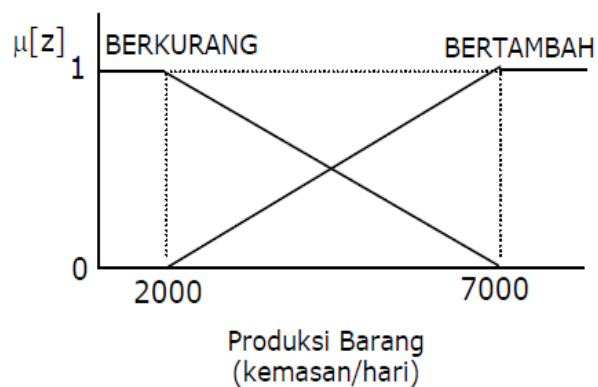
$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300-100)/500 = 200/500 = 0.4$$



Fungsi Produksi

$$\mu_{proKURANG} [x] = \begin{cases} 1 & , z \leq 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & , 2000 < z < 7000 \\ 0 & , z \geq 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{proTAMBAH} [x] = \begin{cases} 0 & , z \leq 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 2000 < z < 7000 \\ 1 & , z \geq 7000 \end{cases}$$



□ Nilai z untuk setiap aturan dengan diperoleh :

[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN} [4000], \mu_{psdBANYAK}[300]) \\ &= \min(0.25, 0.4) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Perhatikan himpunan Produksi Barang BERKURANG,

$$(7000 - z_1)/5000 = 0.25$$

$$7000 - z_1 = 1250$$

$$z_1 = 7000 - 1250$$

$$= 5750$$

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\alpha\text{-predikat}_2 = \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}$$

$$= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300])$$

$$= \min(0.25, 0.6)$$

$$= 0.25$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERKURANG,

$$(7000 - z_2)/5000 = 0,25$$

$$z_2 = 5750$$

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\alpha\text{-predikat}_3 = \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}$$

$$= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])$$

$$= \min(0.75, 0.4)$$

$$= 0.4$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

$$(z_3 - 2000)/5000 = 0,4$$

$$z_3 = 4000$$

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\alpha\text{-predikat}_4 = \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}$$

$$= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300])$$

$$= \min(0.75, 0.6)$$

$$= 0.6$$

Lihat himpunan Produksi Barang BERTAMBAH,

$$(z_4 - 2000)/5000 = 0,6$$

$$z_4 = 5000$$

Nilai z diperoleh :

$$\begin{aligned} z &= \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 z_3 + \alpha_4 z_4}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4} \\ &= \frac{(0.25)(5750) + (0.25)(5750) + (0.4)(4000) + (0.6)(5000)}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} \\ &= \frac{7475}{1.5} = 4983 \end{aligned}$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak 4983 kemasan.

Perhatikan kasus-kasus berikut :

Kasus 1

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500, PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 2

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500, PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 3

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000, PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

4.3. Metode Mamdani

Metode Mamdani sering juga dikenal dengan nama Metode Max-Min. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975.

Untuk mendapatkan output, diperlukan 4 tahapan:

1. Pembentukan himpunan fuzzy
2. Aplikasi fungsi implikasi (aturan)
3. Komposisi aturan
4. Penegasan (defuzzifikasi)

Pembentukan himpunan fuzzy. Pada proses *fuzzifikasi* langkah yang pertama adalah menentukan variable *fuzzy* dan himpunan fuzzinya. Kemudian tentukan derajat kesepadanan (*degree of match*) antara data masukan *fuzzy* dengan himpunan *fuzzy* yang telah didefinisikan untuk setiap variabel masukan sistem dari setiap aturan

fuzzy. Pada metode mamdani, baik variabel input maupun variabel *output* dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*.

Aplikasi fungsi implikasi. Fungsi implikasi yang digunakan adalah *min*. Lakukan implikasi *fuzzy* berdasar pada kuat penyulutan dan himpunan *fuzzy* terdefinisi untuk setiap variabel keluaran di dalam bagian konsekuensi dari setiap aturan. Hasil implikasi *fuzzy* dari setiap aturan ini kemudian digabungkan untuk menghasilkan keluaran infrensi *fuzzy*.

Komposisi Aturan. Tidak seperti penalaran monoton, apabila sistem terdiri dari beberapa aturan, maka infrensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan. Ada 3 metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem *fuzzy*, yaitu: *max*, *additive* dan probabilistik OR.

a. Metode Max (Maximum)

- Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR(union).
- Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka output akan berisi suatu himpunan fuzzy yang merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proposisi.
- Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i

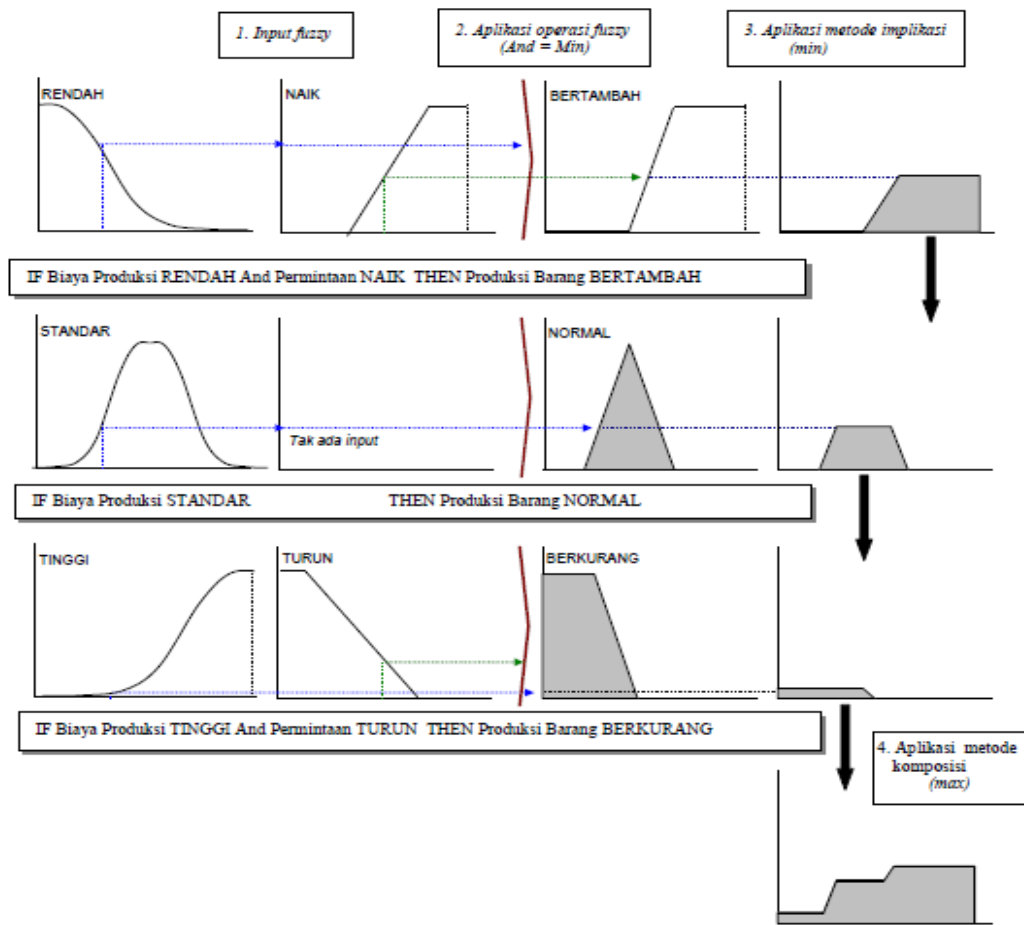
$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i

Misalkan ada 3 aturan (proposisi) sebagai berikut:

[R1] IF Biaya Produksi RENDAH And Permintaan NAIK THEN Produksi Barang BERTAMBAH

[R2] IF Biaya Produksi STANDAR THEN Produksi Barang NORMAL;

[R3] IF Biaya Produksi TINGGI And Permintaan TURUN THEN Produksi Barang BERKURANG;



b. Metode Additive (Sum)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan bounded-sum terhadap semua output daerah fuzzy.

Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

c. Metode Probabilistik OR (probor)

Pada metode ini, solusi himpunan fuzzy diperoleh dengan cara melakukan product terhadap semua output daerah fuzzy.

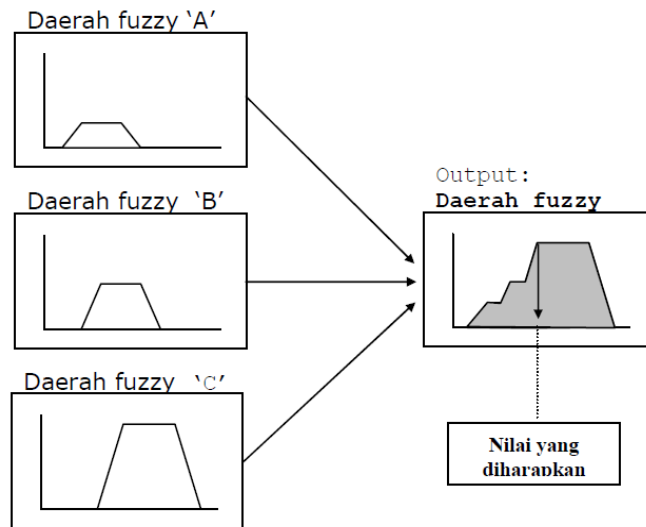
Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i;
 $\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen fuzzy aturan ke-i;

Penegasan (defuzzifikasi). Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat di ambil suatu nilai *crisp* tertentu sebagai output.



Ada beberapa metode defuzzifikasi pada komposisi aturan MAMDANI, antara lain:

a. Metode Centroid (Composite Moment)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z^*) daerah fuzzy.

Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int z \mu(z) dz}{\int \mu(z) dz} \qquad z^* = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)}$$

b. Metode Bisektor

Membagi 2 area dari derajat keanggotaan yang diperoleh. Akan diambil nilai z yang lebih besar dari hasil pembagian di atas. Misalkan ada data :

Rule	$\mu(z)$	Z
1	0,25	5750
2	0,25	5750
3	0,4	4000
4	0,6	5000
5	0,6	3000

- Sum $\mu(z) = 2,1$

- Sum $\mu(z)/2 = 1,05$

Ambil nilai z dari yang hasil penjumlahan $\mu(z) \geq 1,05$ maka $z = 5000$

c. Metode Mean of Maximum (MOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata dari derajat keanggotaan maksimum. Pada data seperti metode Bisektor diatas,

$$\text{Nilai SOM} = (5000+3000)/2 = 4000$$

d. Metode Largest of Maximum (LOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari derajat keanggotaan maksimum.

$$\text{Nilai LOM} = 5000$$

e. Metode Smallest of Maximum (SOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari derajat keanggotaan maksimum.

$$\text{Nilai SOM} = 3000$$

Contoh 4.2 :

Kasus seperti contoh yang sama (pada metode Tsukomoto).

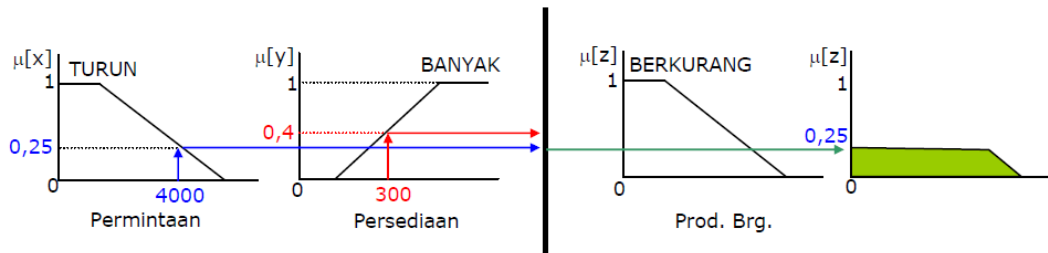
Penyelesaian

- Himpunan fuzzy pada setiap variabel juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut.
- Aplikasi fungsi implikasi pada ke-4 aturan :
[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\alpha_1 = \mu_{pmt}TURUN \cap \mu_{psd}BANYAK$$

$$= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])$$

$$= \min(0.25, 0.4) = 0.25$$

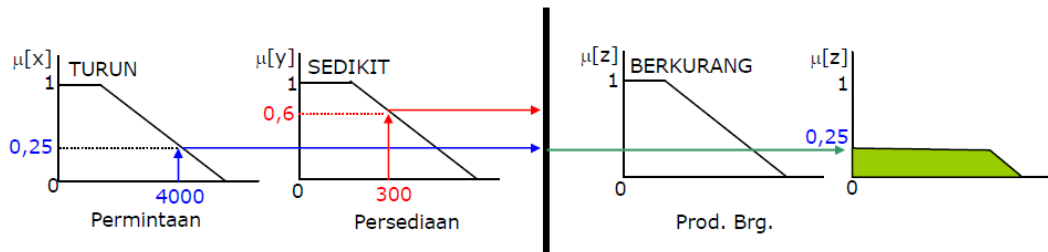


[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERKURANG;

$$\alpha_2 = \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}$$

$$= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300])$$

$$= \min(0.25, 0.6) = 0.25$$

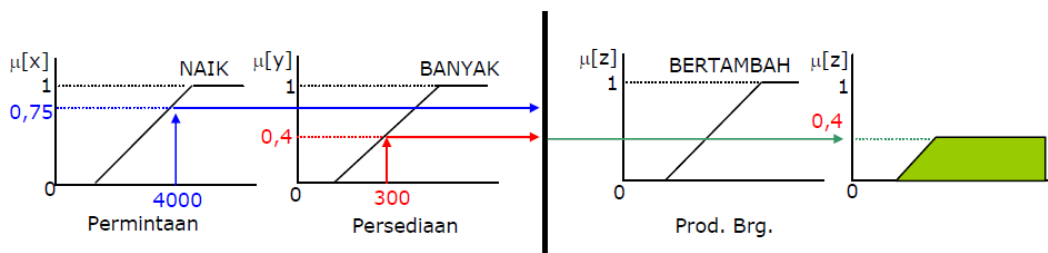


[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\alpha_3 = \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}$$

$$= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])$$

$$= \min(0.75, 0.4) = 0.4$$

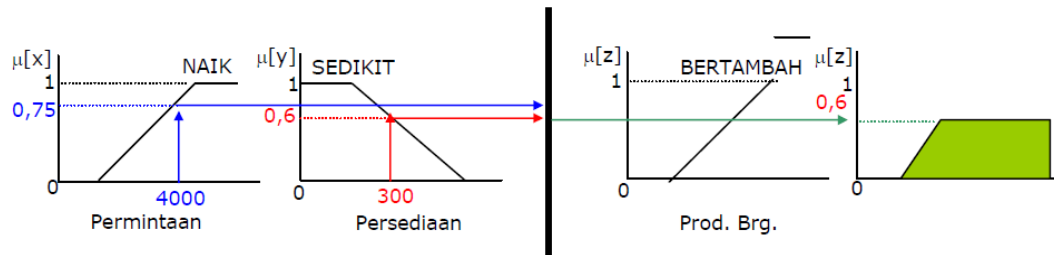


[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT THEN Produksi Barang BERTAMBAH;

$$\alpha_4 = \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}$$

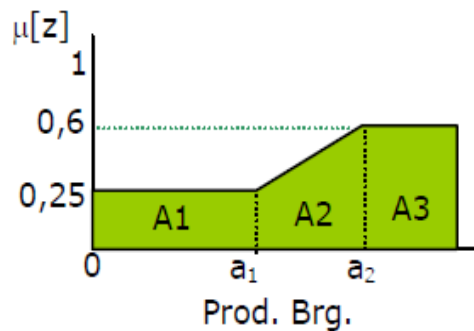
$$= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300])$$

$$= \min(0.75, 0.6) = 0.6$$



- Komposisi antar aturan

Dari hasil aplikasi fungsi implikasi dari tiap aturan, digunakan metode MAX untuk melakukan komposisi antar semua aturan.



Daerah hasil dibagi menjadi 3 bagian, yaitu A1, A2 dan A3. Cari nilai a_1 dan a_2 :

$$(a_1 - 2000)/5000 = 0,25$$

$$a_1 = 3250$$

$$(a_2 - 2000)/5000 = 0,60$$

$$a_2 = 5000$$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan untuk hasil komposisi ini adalah:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z \leq 3250 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 3250 < z < 5000 \\ 0.6 & , z \geq 5000 \end{cases}$$

- Penegasan (defuzzy)

Metode penegasan yang akan kita gunakan adalah metode centroid. Untuk itu, pertama-tama dihitung dulu momen untuk setiap daerah.

$$M1 = \int_0^{3250} 0.25z \, dz = 0.125z^2 \Big|_0^{3250} = 1320312.5$$

$$M_2 = \int_{3250}^{5000} \frac{z-2000}{5000} z dz = \int_{3250}^{5000} (0.0002z^2 - 0.4z) dz$$

$$= \left(0.000067z^3 - 0.2z^2 \right) \Big|_{3250}^{5000} = 3187515.625$$

$$M_3 = \int_{5000}^{7000} 0.6z dz = 0.3z^2 \Big|_{5000}^{7000} = 7200000$$

Kemudian hitung luas setiap daerah:

$$A_1 = (3250)(0,25) = 812.5$$

$$A_2 = (0,25+0,6) (5000-3250)/2 = 743.75$$

$$A_3 = (7000 - 5000)(0.6) = 1200$$

Titik pusat dapat diperoleh dari:

$$z = \frac{1320312.5 + 3187515.625 + 7200000}{812.5 + 743.75 + 1200}$$

$$= 4247.74$$

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak 4248 kemasan.

4.4. Metode Sugeno

Penalaran dengan metode SUGENO hampir sama dengan penalaran MAMDANI, hanya saja output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear.

Metode ini diperkenalkan oleh Takagi- Sugeno Kang pada tahun 1985.



Michio Sugeno

a. Model Fuzzy Sugeno Orde-Nol

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Nol adalah:

$$\text{IF } (x_1 \text{ is } A_1) \cdot (x_2 \text{ is } A_2) \cdot (x_3 \text{ is } A_3) \cdot \dots \cdot (x_n \text{ is } A_n) \text{ THEN } z = k$$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke- i sebagai anteseden, dan k adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

b. Model Fuzzy Sugeno Orde-Satu

Secara umum bentuk model fuzzy SUGENO Orde-Satu adalah:

IF $(x_1 \text{ is } A_1) \cdot (x_2 \text{ is } A_2) \cdot (x_3 \text{ is } A_3) \cdot \dots \cdot (x_n \text{ is } A_n)$

THEN $z = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n + k$

dengan A_i adalah himpunan fuzzy ke- i sebagai anteseden, dan p_i adalah suatu konstanta (tegas) ke- i dan q juga merupakan konstanta dalam konsekuen.

Apabila komposisi aturan menggunakan metode SUGENO, maka defuzzifikasi dilakukan dengan cara mencari nilai rata-rata terbobot.

Contoh 4.3

Seperti contoh yang sama (pada metode Tsukamoto).

Penyelesaian

- Himpunan fuzzy pada setiap variabel juga sama seperti penyelesaian pada contoh tersebut.
- Aturan yang digunakan sedikit dimodifikasi, sebagai berikut (dengan asumsi bahwa jumlah permintaan selalu lebih tinggi dibanding dengan jumlah persediaan):

[R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;

[R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang = Permintaan;

[R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang = Permintaan;

[R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;

- Cari α -predikat dan nilai z untuk setiap aturan:

□ [R1] IF Permintaan TURUN And Persediaan BANYAK
THEN Produksi Barang = Permintaan - Persediaan;

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25, 0.4) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Nilai z_1 : $z_1 = 4000 - 300 = 3700$

□ [R2] IF Permintaan TURUN And Persediaan SEDIKIT
THEN Produksi Barang = Permintaan;

$$\begin{aligned}
\alpha_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\
&= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\
&= \min(0.25, 0.6) \\
&= 0.25
\end{aligned}$$

Nilai z_2 : $z_2 = 4000$

□ [R3] IF Permintaan NAIK And Persediaan BANYAK

THEN Produksi Barang = Permintaan;

$$\begin{aligned}
\alpha_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\
&= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\
&= \min(0.75, 0.4) \\
&= 0.4
\end{aligned}$$

Nilai z_3 : $z_3 = 4000$

□ [R4] IF Permintaan NAIK And Persediaan SEDIKIT

THEN Produksi Barang = 1,25*Permintaan - Persediaan;

$$\begin{aligned}
\alpha_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\
&= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000], \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\
&= \min(0.75, 0.6) \\
&= 0.6
\end{aligned}$$

Nilai z_4 : $z_4 = (1.25)4000 - 300$
 $= 5000 - 300 = 4700$

- Nilai z diperoleh :

Jadi jumlah makanan kaleng jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak 4230 kemasan.

Rangkuman perbandingan Metode Tsukamoto, Mamdani dan Sugeno :

Metode	Input	Output	Defuzzifikasi
Tsukamoto	Himpunan Fuzzy	Himpunan Fuzzy	Weighed Average
Mamdani	Himpunan Fuzzy	Himpunan Fuzzy	Centroid Lom Som Mom Bisector
Sugeno	Himpunan Fuzzy	- Konstanta - Linear (orde 1)	Weighed Average

MODUL 5

JUDUL : FIS PADA MATLAB

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menganalisis FIS menggunakan *software* Matlab

Penyajian :

- *Project Based Learning*

5.1. Pengenalan Matlab dengan *Fuzzy*

Matlab menyediakan fungsi-fungsi khusus untuk perhitungan logika Fuzzy dimulai dari perhitungan fungsi keanggotaan sampai dengan inferensi Fuzzy.

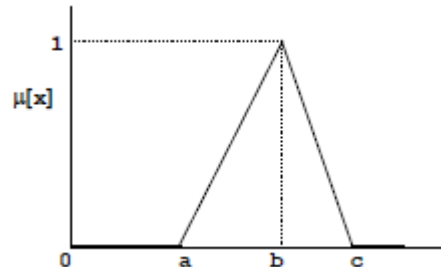
5.1.1 Fungsi Keanggotaan

1. Trimf

Fungsi ini untuk membuat fungsi keanggotaan kurva segitiga. Ada 3 parameter yang dapat digunakan, yaitu [a b c].

Untuk fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ (c-x)/(c-b); & b \leq x \leq c \\ 0; & x \geq c \end{cases}$$



Sintax :

```
y = trimf(x,params)
y = trimf(x,[a b c])
```

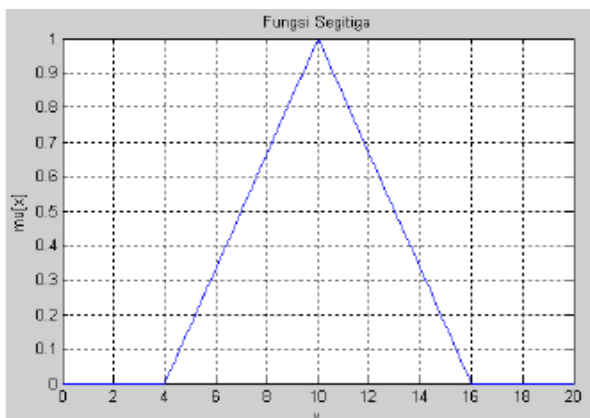
Contoh 5.1

```
x=0:0.1:20;
y=trimf(x,[4 10 16]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi Segitiga');
xlabel('x');
```

```
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai keanggotaan $x = 12$ dapat dituliskan:

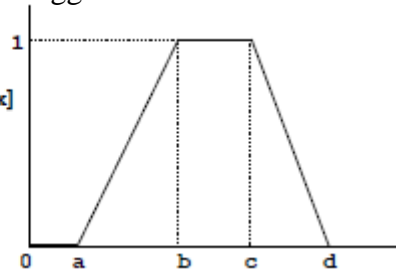
```
>> trimf(12, [4 10 16])
ans =
0.6667
```



2. Trapmf

Fungsi ini untuk membuat fungsi keanggotaan kurva trapesium. Ada 4 parameter yang dapat digunakan, yaitu [a b c d]. Fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 1; & b \leq x \leq c \\ (d-x)/(d-c); & c \leq x \leq d \\ 0; & x \geq d \end{cases} \mu[x]$$



Syntax

`y = trapmf(x, [a b c d])`

Contoh 5.2 :

```
x=0:0.1:16;
y=trapmf(x,[2 6 8 12]);
plot(x,y);
grid;
```

```
title('Fungsi Trapesium');
```

```
xlabel('x');
```

```
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai fungsi keanggotaan $x = 5$, dapat ditulis

```
>> trapmf(5,[2 6 8 12])
```

```
ans =
0.7500
```

3. Gbellmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$

Parameter: [a b c]

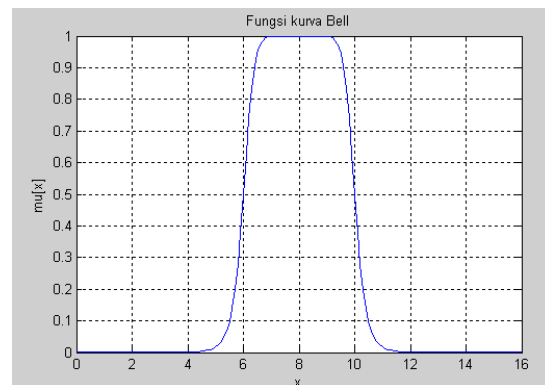
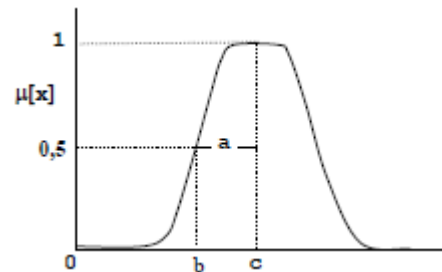
parameter b biasanya positif.

Syntax

`y = gbellmf(x, params)`

Contoh 5.3 :

```
x=0:0.1:16;
y=gbellmf(x,[2 5 8]);
plot(x,y);
grid;
title('Fungsi kurva Bell');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```



Untuk mencari nilai keanggotaan untuk $x = 3$, dapat dituliskan

```
>> gbellmf(3,[2 5 8])
```

```
ans =
1.0485e-004
```

4. Gaussmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x; \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

Parameter: $[\sigma \ c]$

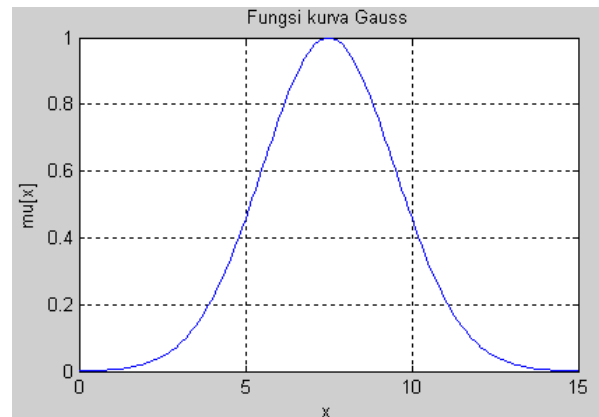
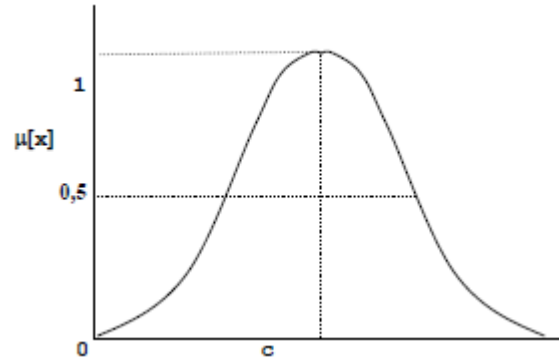
Syntax

```
y = gaussmf(x, [sig c])
```

Contoh 5.4 :

```
x=0:0.1:15;  
y=gaussmf(x, [2 7.5]);  
plot(x,y);  
grid;  
title('Fungsi kurva Gauss');  
xlabel('x');  
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai keanggotaan untuk $x = 5$, dapat dituliskan
>> gaussmf(5, [2 7.5])
ans =
0.4578



5. Pimf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, b, c, d) = \text{smf}(x; a, b) * \text{zmf}(x; c, d)$$

Parameter: $[a \ b \ c \ d]$

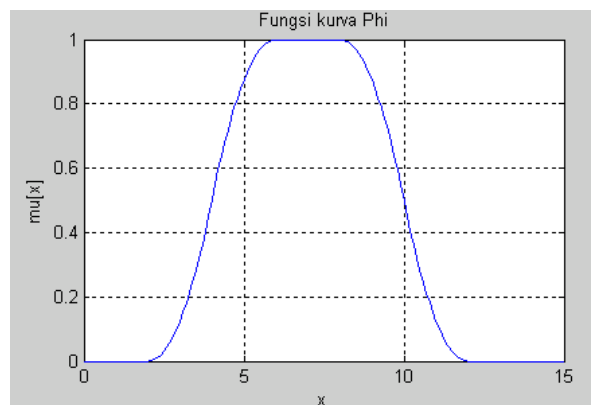
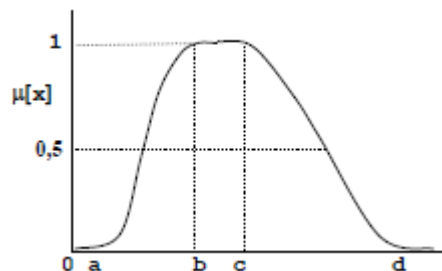
Syntax

```
y = pimf(x, [a b c d])
```

Contoh 5.5 :

```
x=0:0.1:15;  
y=pimf(x, [2 6 8 12]);  
plot(x,y);  
grid;  
title('Fungsi kurva Phi');  
xlabel('x');  
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai keanggotaan untuk $x = 10$, dapat dituliskan
>> pimf(10, [2 6 8 12])
ans =
0.5000



6. Sigmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

Parameter: [a c]

Parameter a dapat bernilai positif/negatif.

Syntax

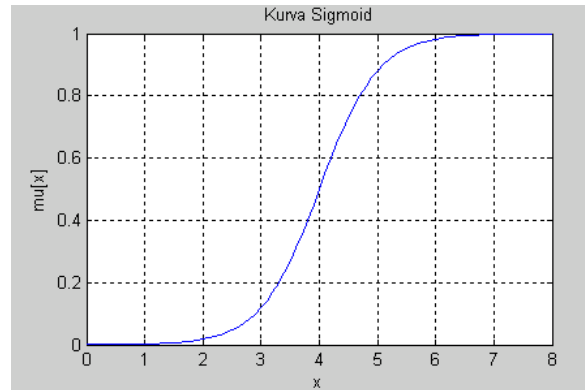
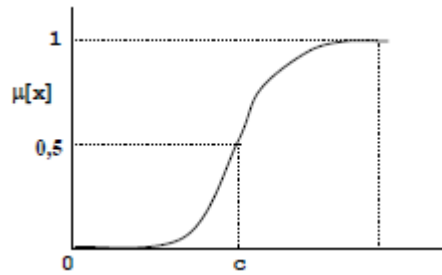
`y = sigmf(x, [a c])`

Contoh 5.6

```
x=0:0.1:8;
y=sigmf(x, [2 4]);
plot(x,y);
grid;
title('Kurva Sigmoid');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai keanggotaan untuk $x = 3$, dapat dituliskan

```
>> sigmf(3, [2 4])
ans =
0.1192
```



7. Smf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, b) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ 2[(x-a)/(b-a)]^2; & a \leq x \leq (a+b)/2 \\ 1-2[(b-x)/(b-a)]^2; & (a+b)/2 \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases}$$

Parameter: [a b]

Syntax

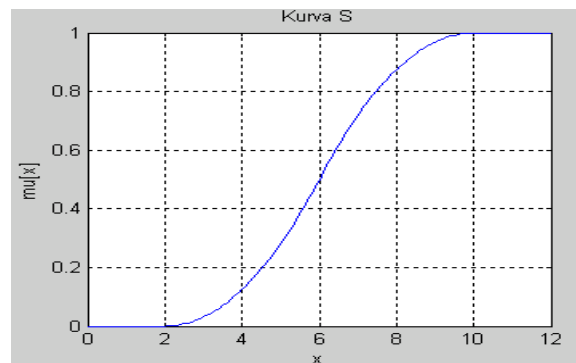
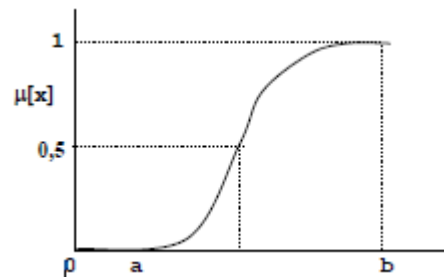
`y = smf(x, [a b])`

Contoh 5.7

```
x=0:0.1:12;
y=smf(x, [2 10]);
plot(x,y);
grid;
title('Kurva S');
xlabel('x');
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai keanggotaan untuk $x = 6$, dapat dituliskan

```
>> smf(6, [2 10])
ans =
0.5000
```



8. Zmf

Fungsi keanggotaan:

$$f(x; a, b) = \begin{cases} 1; & x \leq a \\ 1 - 2[(x-a)/(b-a)]^2; & a \leq x \leq (a+b)/2 \\ 2[(b-x)/(b-a)]^2; & (a+b)/2 \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases}$$

Parameter: [a b]

Syntax

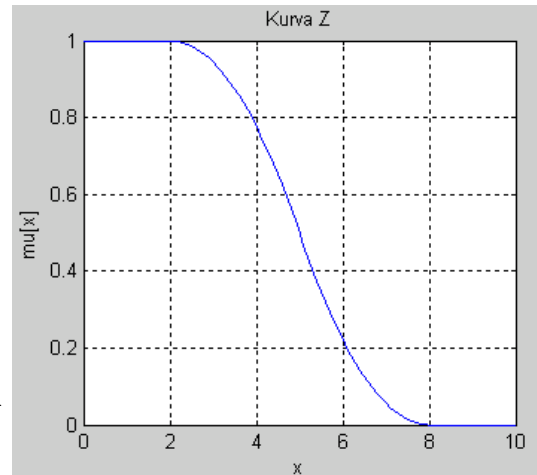
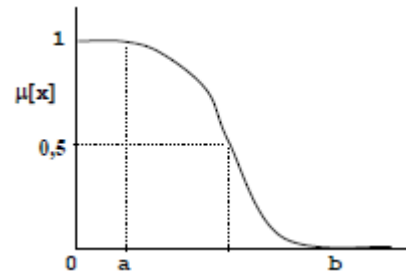
```
y = zmf(x, [a b])
```

Contoh 5.8

```
x=0:0.1:10;  
y=zmf(x, [2 8]);  
plot(x, y);  
grid;  
title('Kurva Z');  
xlabel('x');  
ylabel('mu[x]');
```

Untuk mencari nilai keanggotaan untuk $x = 5$, dapat dituliskan

```
>> zmf(5, [2 8])  
ans =  
0.5000
```

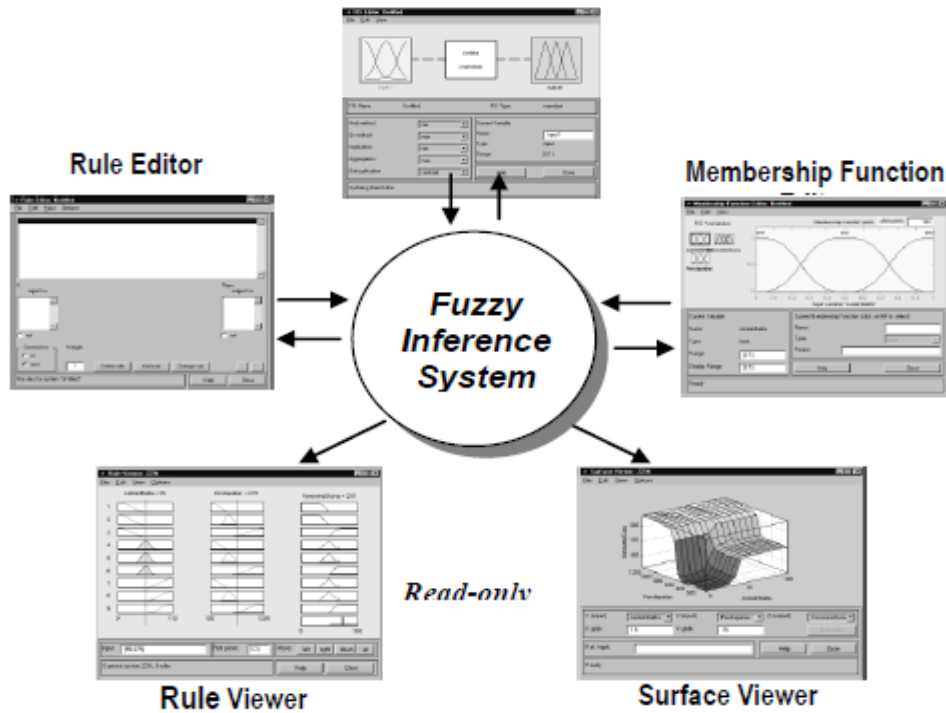


5.2. FIS pada Matlab

Matlab memberi kemudahan untuk membangun, mengedit, dan mengobservasi *fuzzy inference system* (FIS) atau sistem inferensi *fuzzy*, dengan cara memberikan fasilitas Graphical User Interface (GUI). Ada 5 GUI tools yang dapat digunakan, yaitu :

1. Fuzzy Inference System (FIS) Editor;
2. Membership Function Editor;
3. Rule Editor;
4. Rule Viewer;
5. Surface Viewer.

Pada (1-3) kita dapat membaca dan memodifikasi .fis data, sedangkan pada (4-5) kita hanya bisa membaca saja tanpa dapat memodifikasinya.



Contoh Kasus

Suatu Perusahaan akan melakukan perkiraan terhadap produksi suatu barang tiap bulan. Untuk menentukan jumlah barang yang diproduksi tersebut digunakan pendekatan *fuzzy*. Dalam kasus ini terdapat parameter masukan yaitu permintaan dan persediaan barang. Adapun parameter keluaran adalah jumlah barang yang akan diproduksi. Domain variabelnya dapat dinyatakan pada tabel berikut :

Fungsi	Nama Variabel	Rentang Nilai	Keterangan
Input	permintaan	[8 – 24]	jumlah permintaan per bulan per unit
	persediaan	[30 – 60]	Jumlan persediaan per bulan per unit
Output	jumlah produksi	[10 – 25]	Kapasitas produksi barang

Tabel berikut, memperlihatkan variabel *fuzzy* yang akan dibuat berikut domain permasalahanya.

Fungsi	Variabel	Himpunan	Rentang	Domain
INPUT	Permintaan	Sedikit	[8 – 24]	[8 11 14]
		Sedang		[13 16 19]
		Banyak		[18 21 24]
	Persediaan	Sedikit	[30 – 60]	[30 36 42]
		Sedang		[38 45 50]
		Banyak		[47 55 60]
OUTPUT	Jumlah_Produksi	Sedikit	[10 – 25]	[10 10 14 20]
		Banyak		[17 21 25 25]

Rule yang dibangun adalah :

1. IF permintaan sedikit AND persediaan sedikit THEN produksi sedikit
2. IF permintaan sedang AND persediaan sedikit THEN produksi sedikit
3. IF permintaan sedang AND persediaan banyak THEN produksi banyak
4. IF permintaan banyak AND persediaan sedikit THEN produksi sedikit
5. IF permintaan banyak AND persediaan sedang THEN produksi banyak
6. IF permintaan banyak AND persediaan banyak THEN produksi banyak

Pertanyaanya :

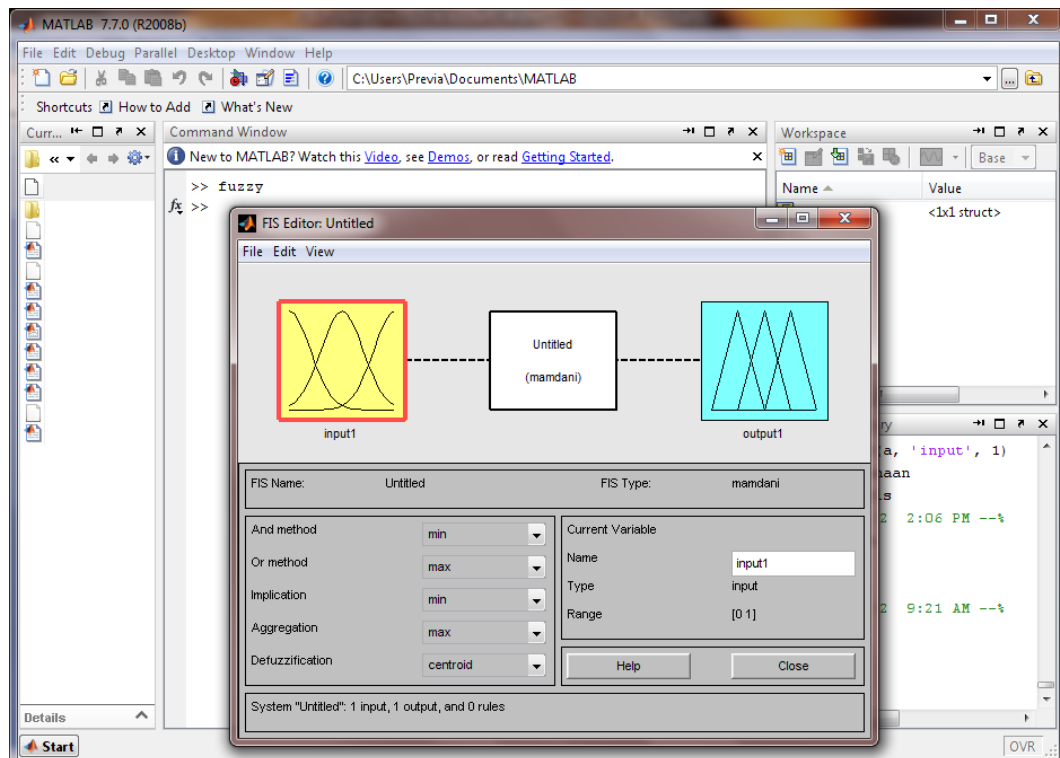
Tentukan jumlah barang yang harus diproduksi jika

- Permintaan 18 unit dan persediaan 38 unit
- Permintaan 20 unit dan persediaan 40 unit
- Permintaan 22 unit dan persediaan 52 unit.

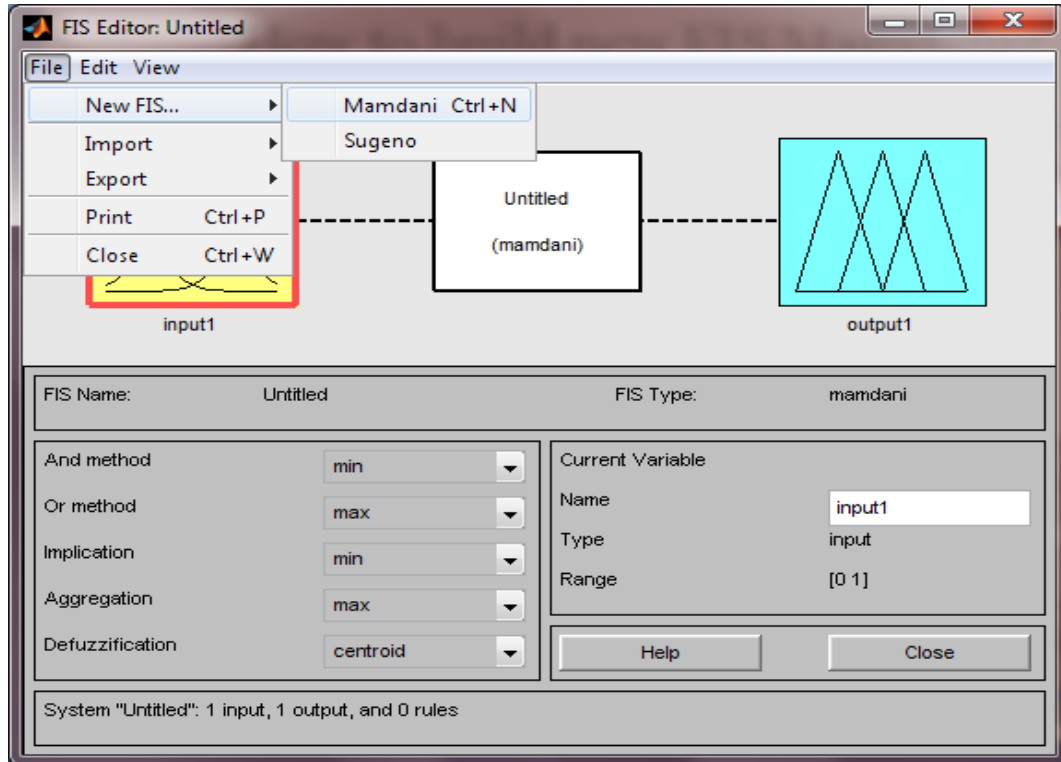
Cara penyelesaiannya menggunakan Matlab :



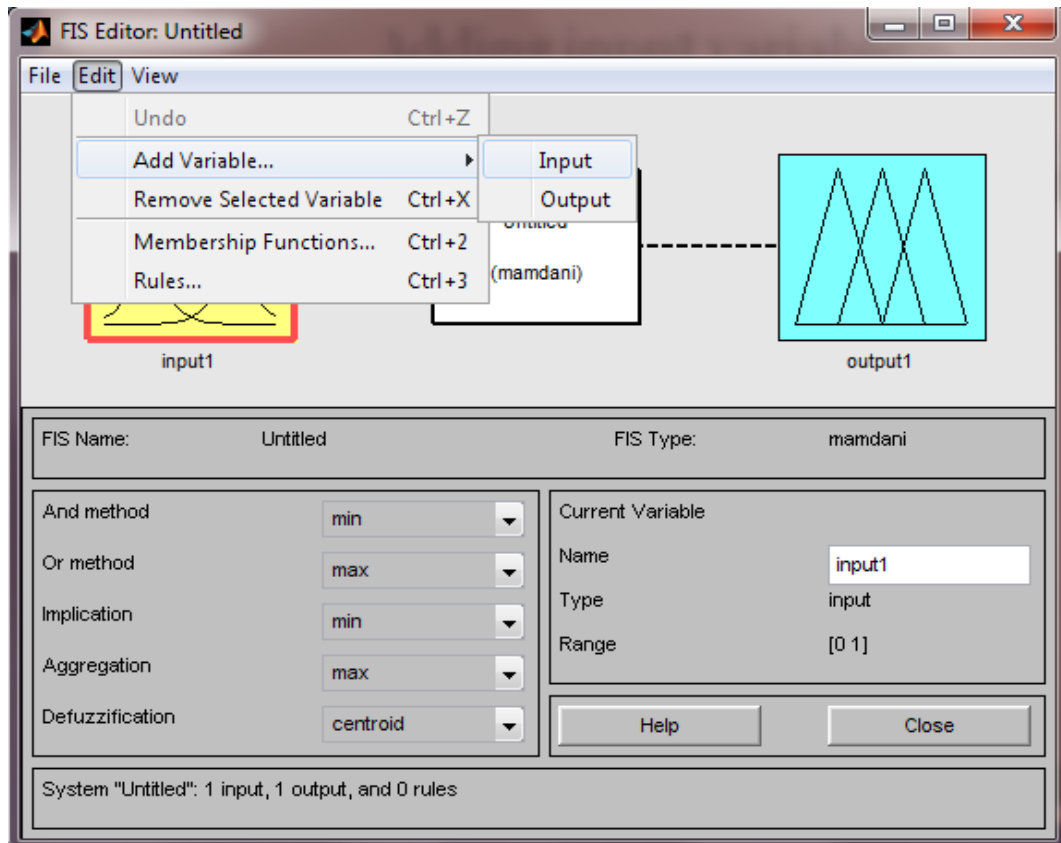
- Run Matlab :
- Ketik fuzzy pada *command windows*

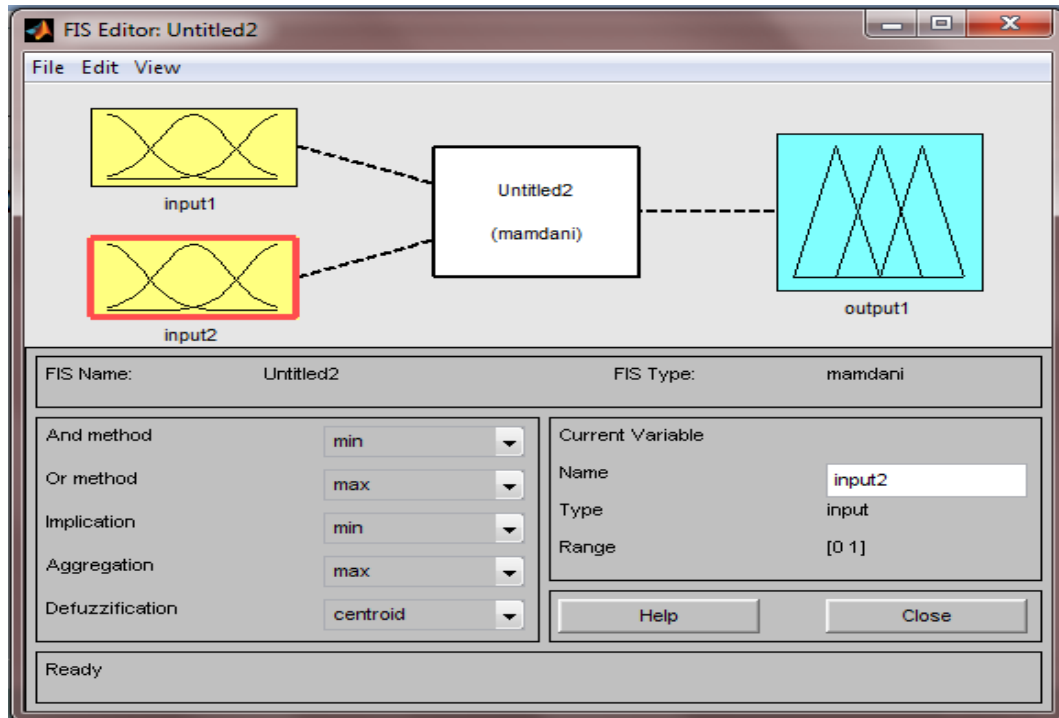


- Pilih File > New Fis > Mamdani/Sugeno

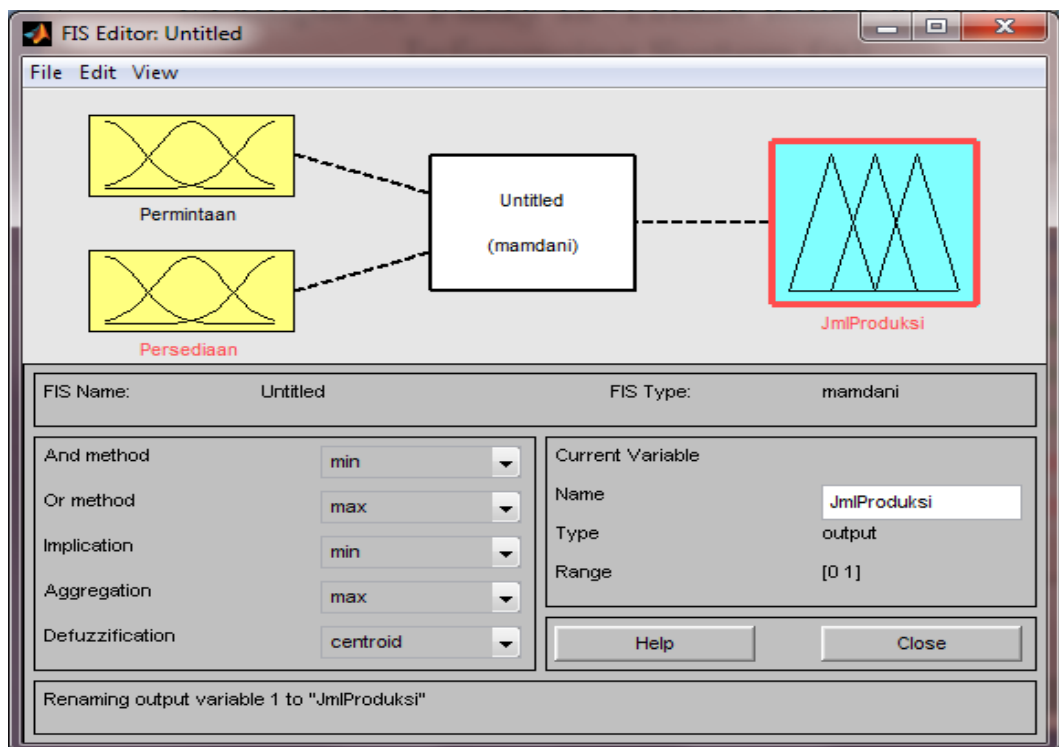


- Pilih Edit > Add Variable > Input/Output

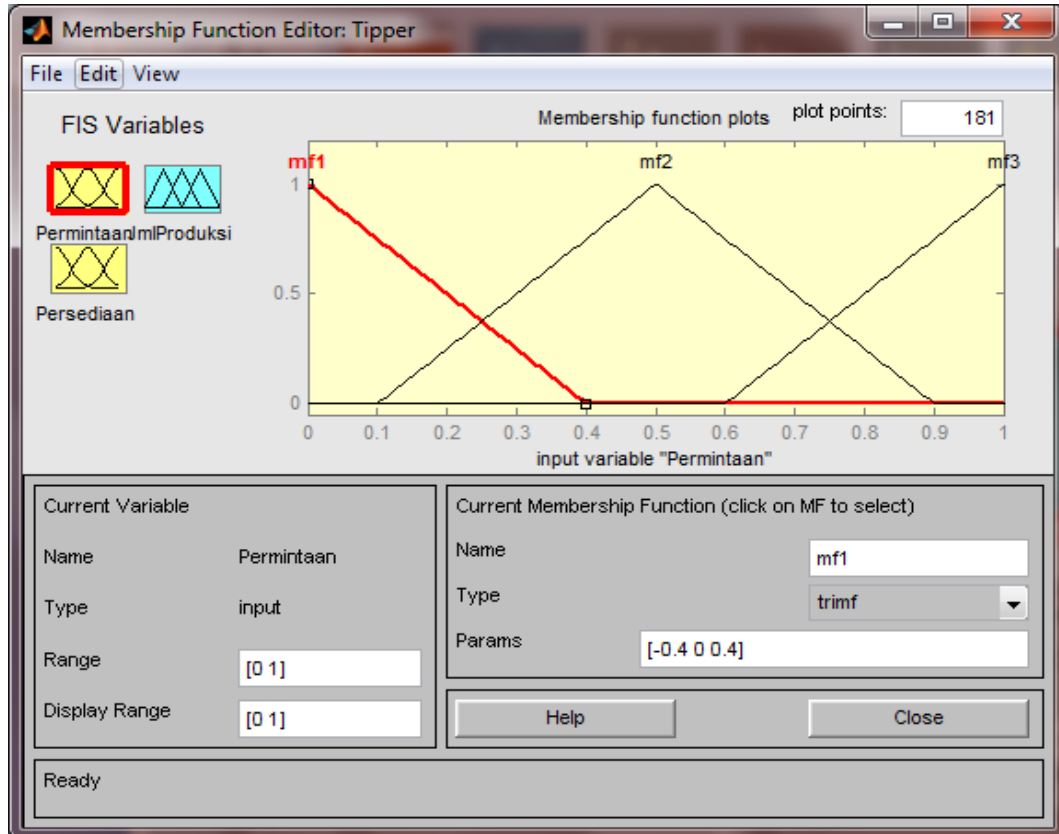
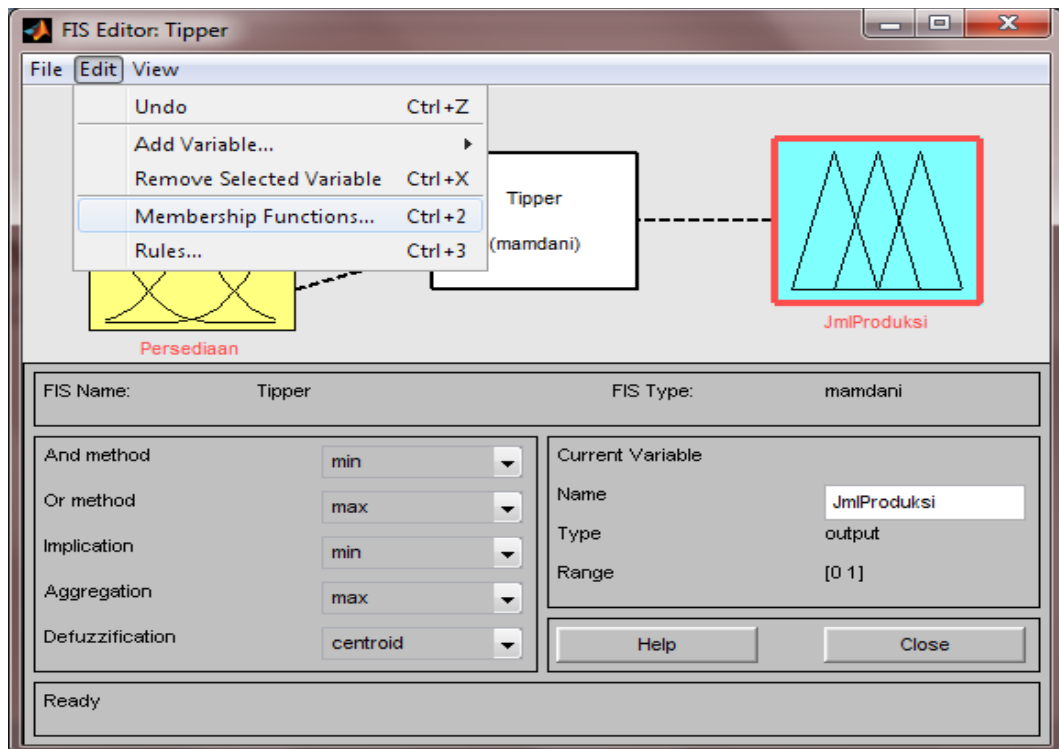




- Ubah nama variable input/output :
 - Klik **input1**, rename **input1** menjadi **permintaan**, enter
 - Klik **input2**, rename **input2** menjadi **persediaan**, enter
 - Klik Output1, rename **output1** menjadi jumlah_produksi, enter



- Definisikan fungsi keanggotaan
 - Edit > Membership Function > Nama & Type



These menu items allow you to save, open, or edit a fuzzy system using any of the five basic GUI tools.

This is the "Variable Palette" area. Click on a variable here to make it current and edit its membership functions.

This graph field displays all the membership functions of the current variable.

Click on a line to select it and you can change any of its attributes, including name, type and numerical parameters. Drag your mouse to move or change the shape of a selected membership

These text fields display the name and type of the current variable.

Table 0-1: This edit field lets you set the range of the

Table 0-1: This edit field lets you set the display range of the cur-

Table 0-1: This status line describes the most

This edit field lets you change the name of the current membership function.

This pop-up menu lets you change the type of the current membership function.

This edit field lets you change the numerical parameters for the current membership function.

Membership Function Editor: tipper

File Edit View

FIS Variables

service tip

food

Membership function plots plot points: 181

poor good excellent

input variable "service"

Current Variable

Name	service
Type	input
Range	[0 10]
Display Range	[0 10]

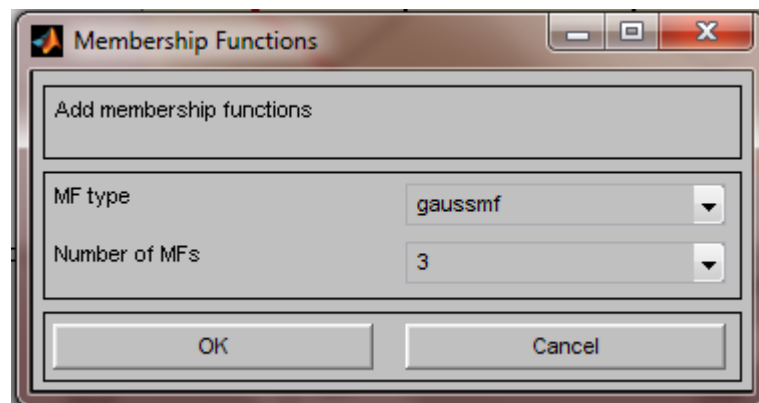
Current Membership Function (click on MF to select)

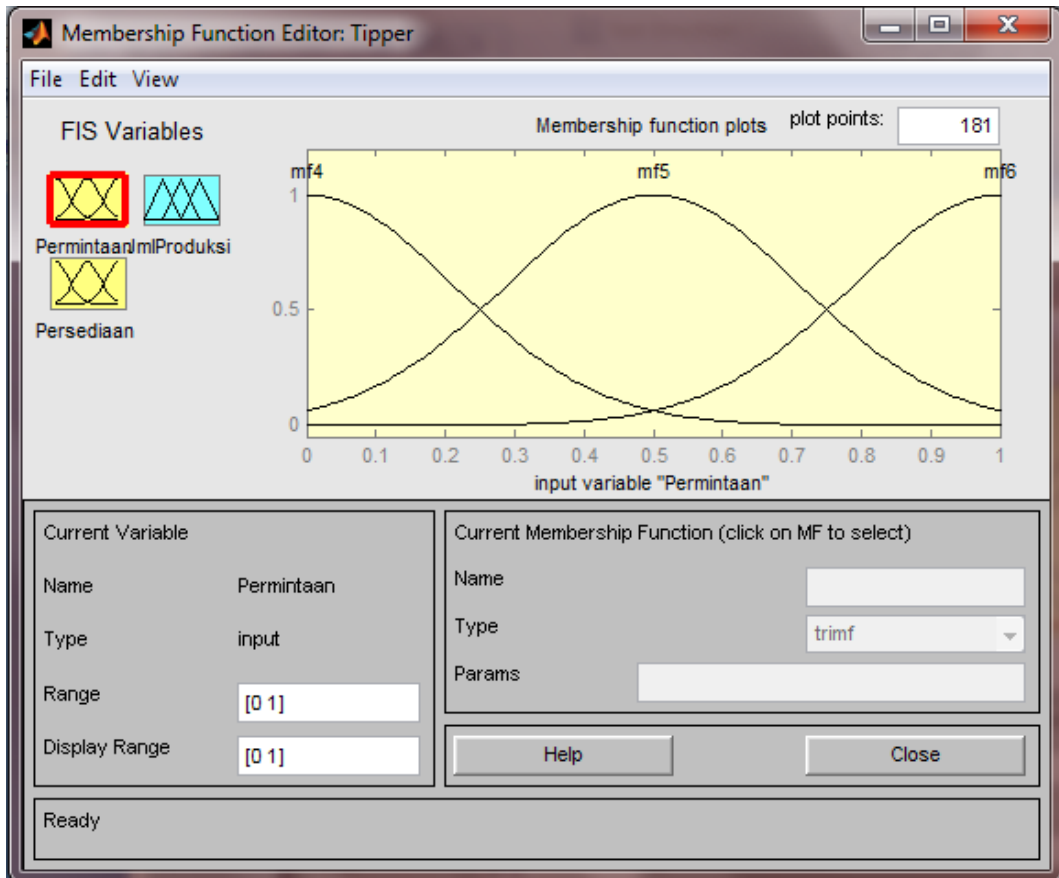
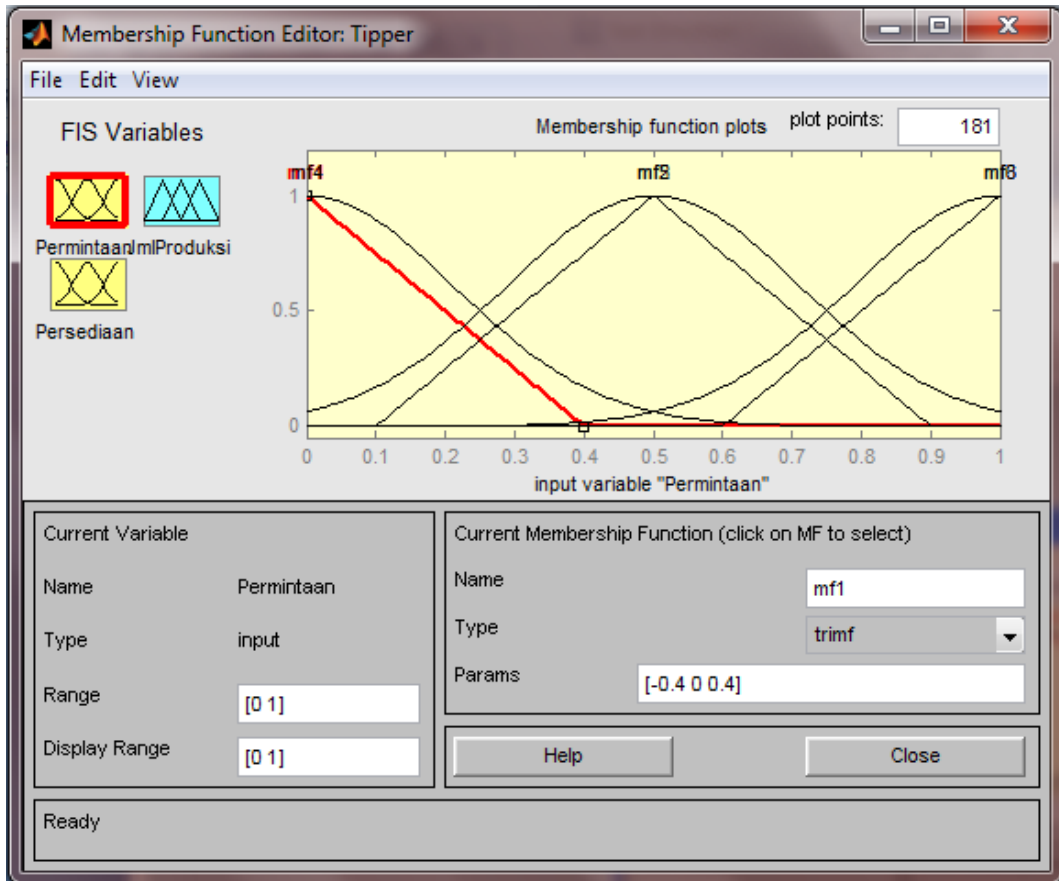
Name	good
Type	gaussmf
Params	[1.5 5]

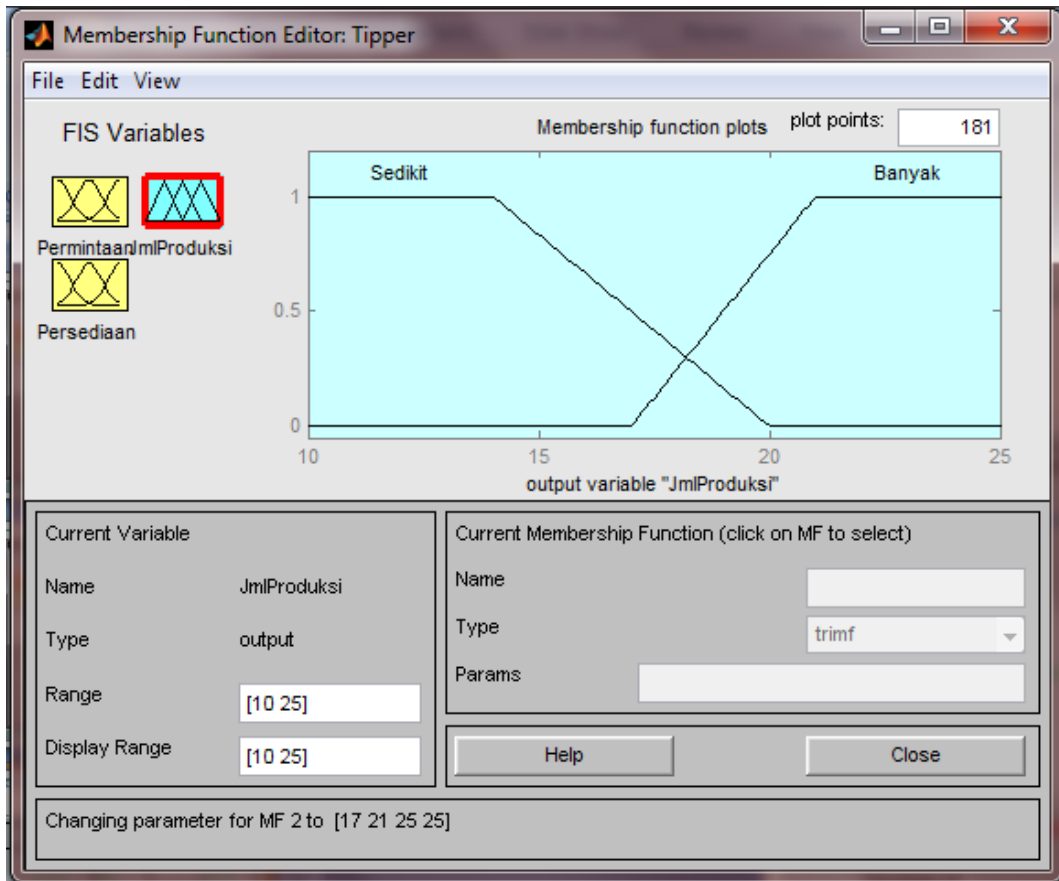
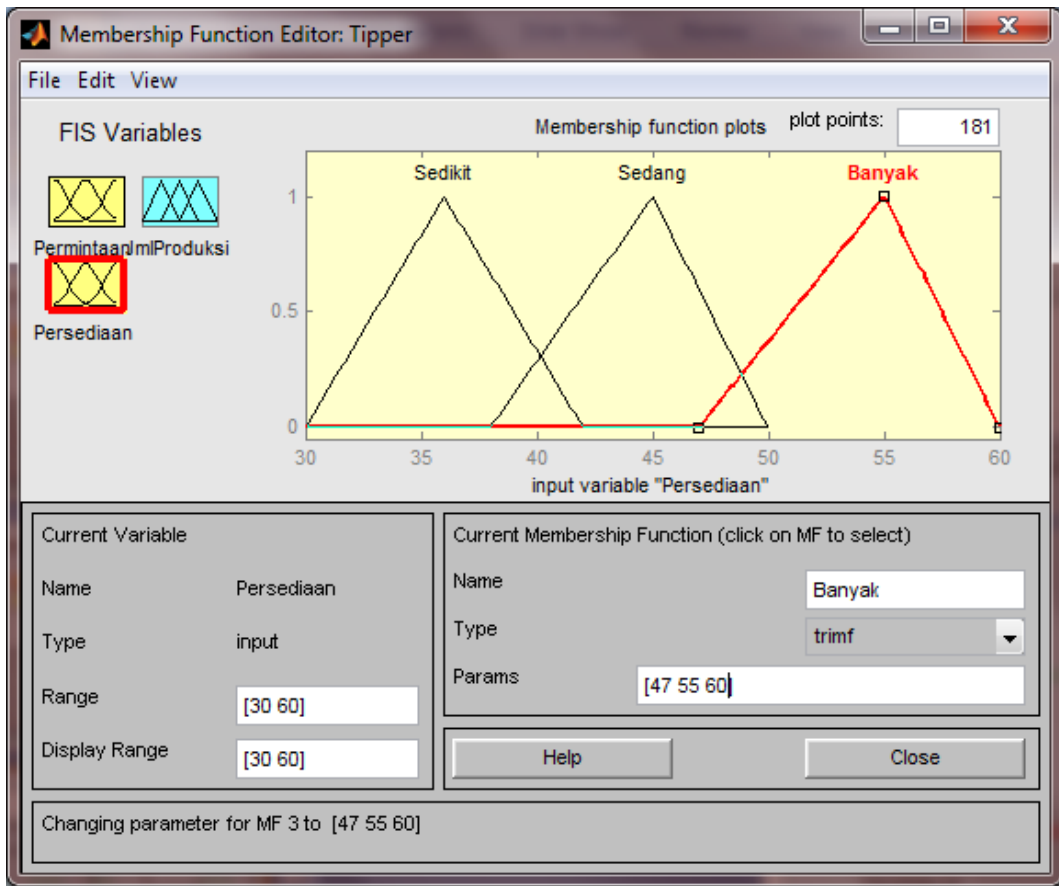
Help Close

Ready

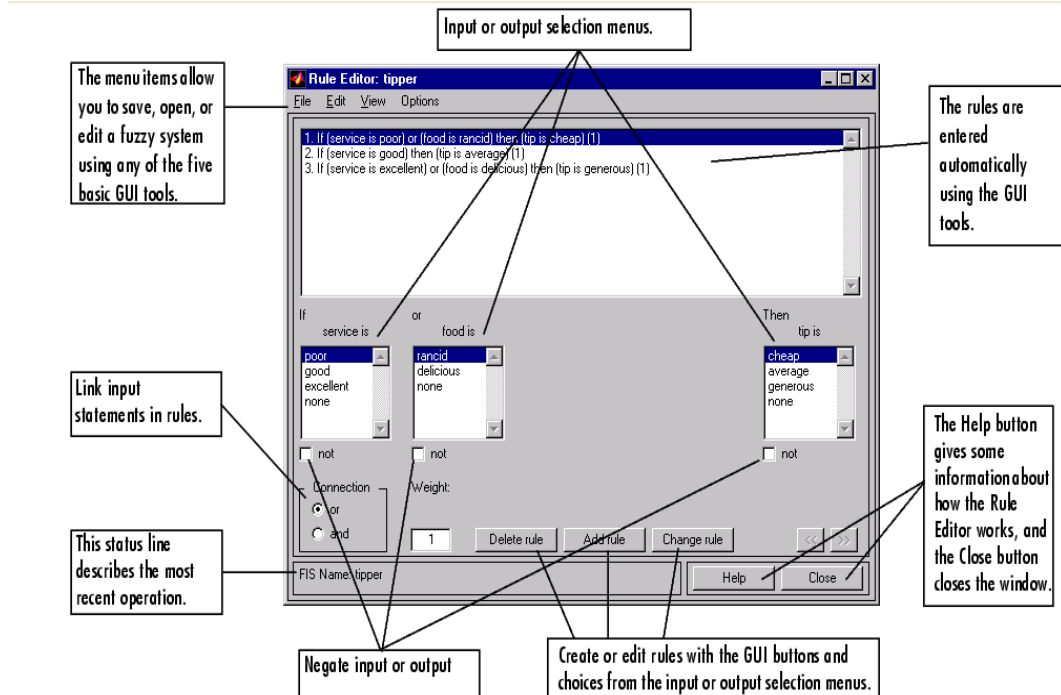
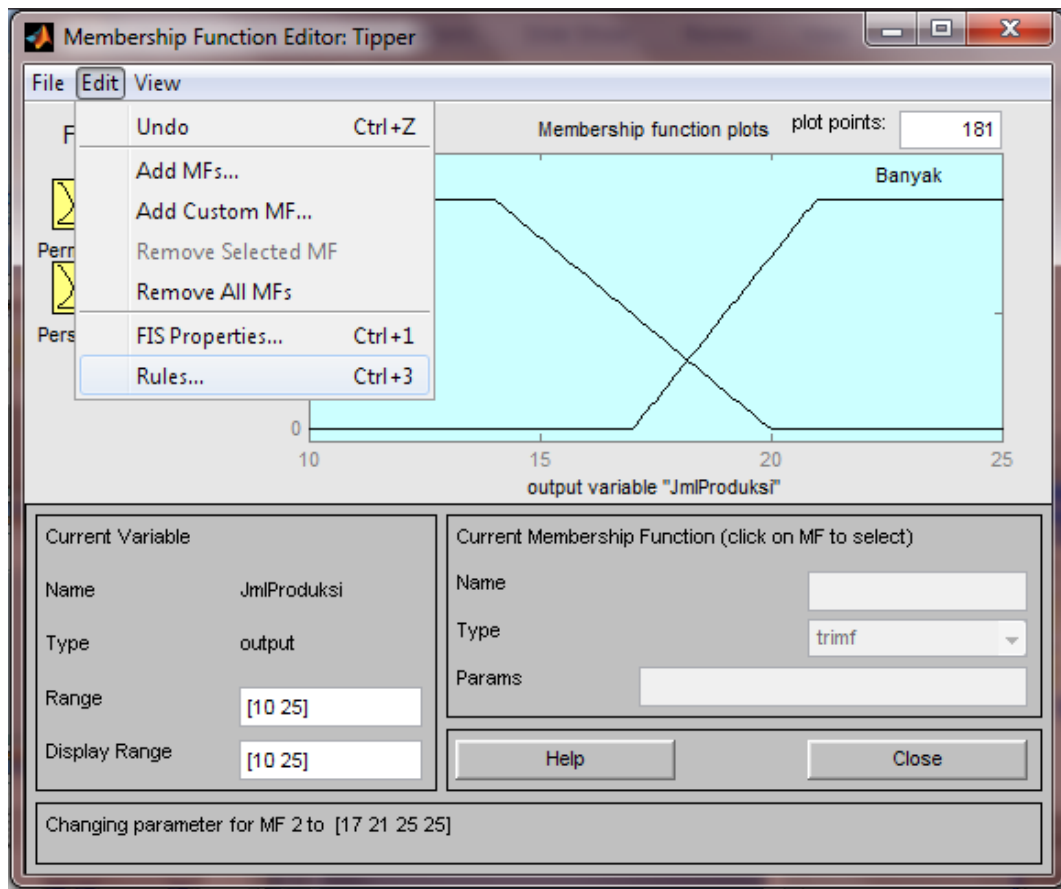
- Pilih input variable, **permintaan**, dan double-click.
- Atur **Range** dan **Display Range** pada [0 1].
- Pilih **Add MFs...** dari menu **Edit**. Akan muncul jendela berikut:

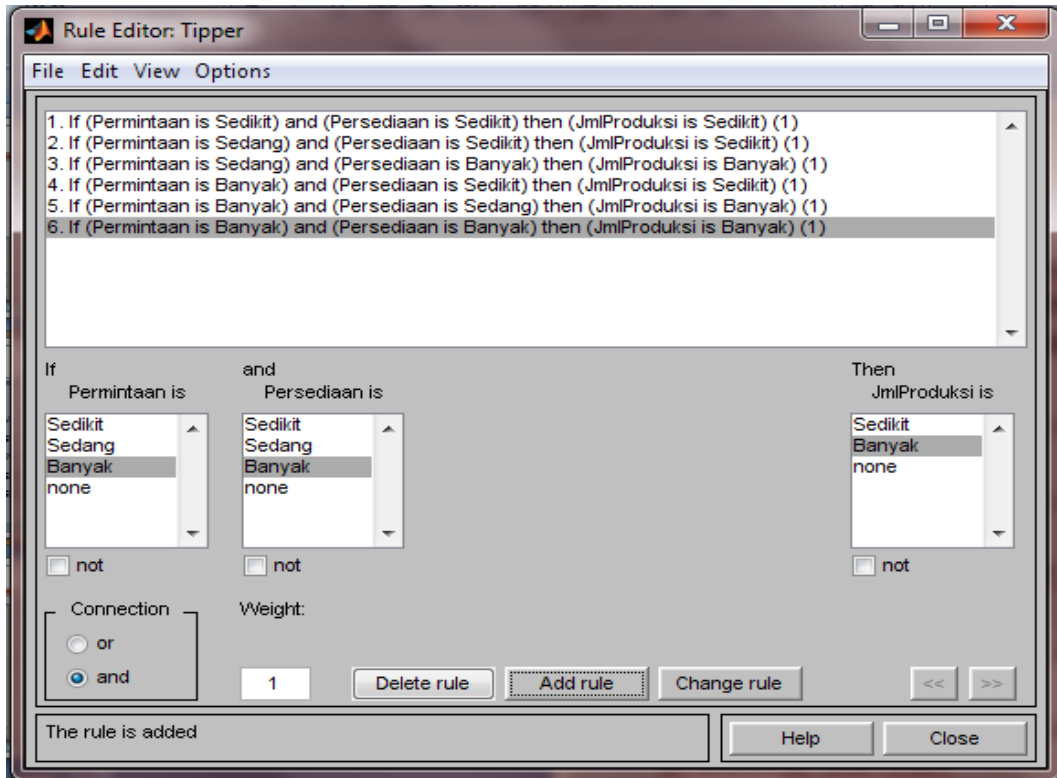




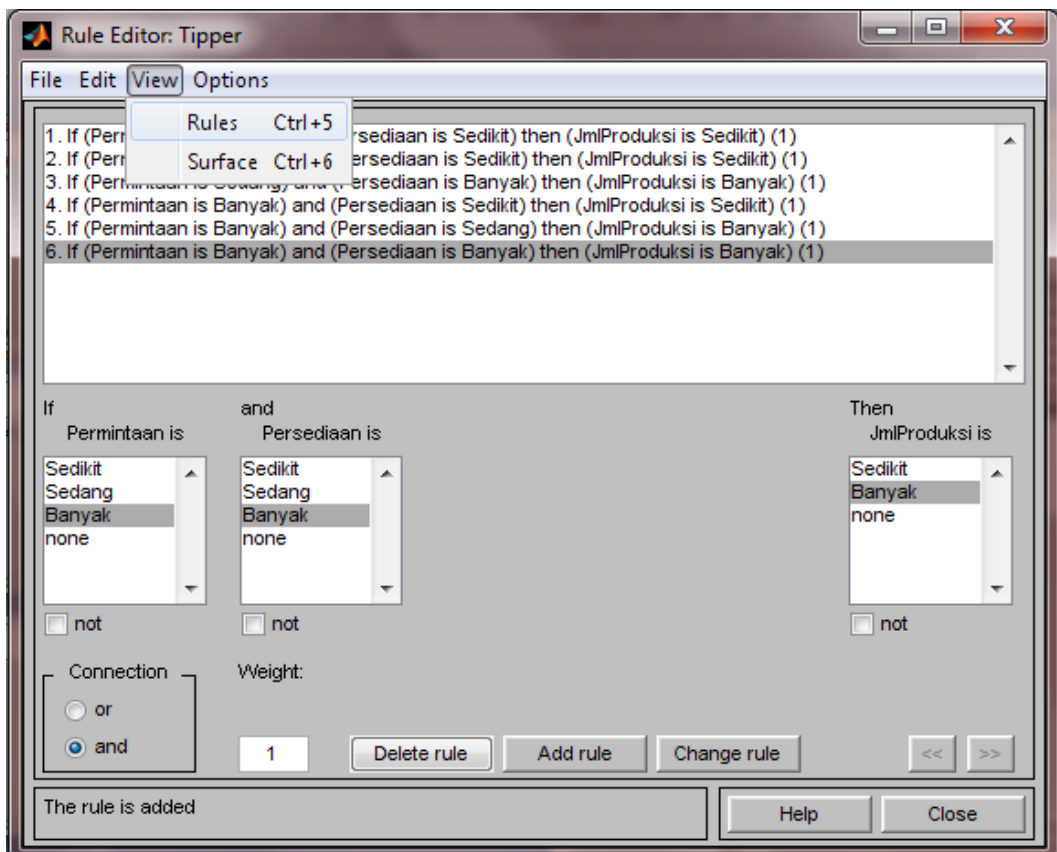


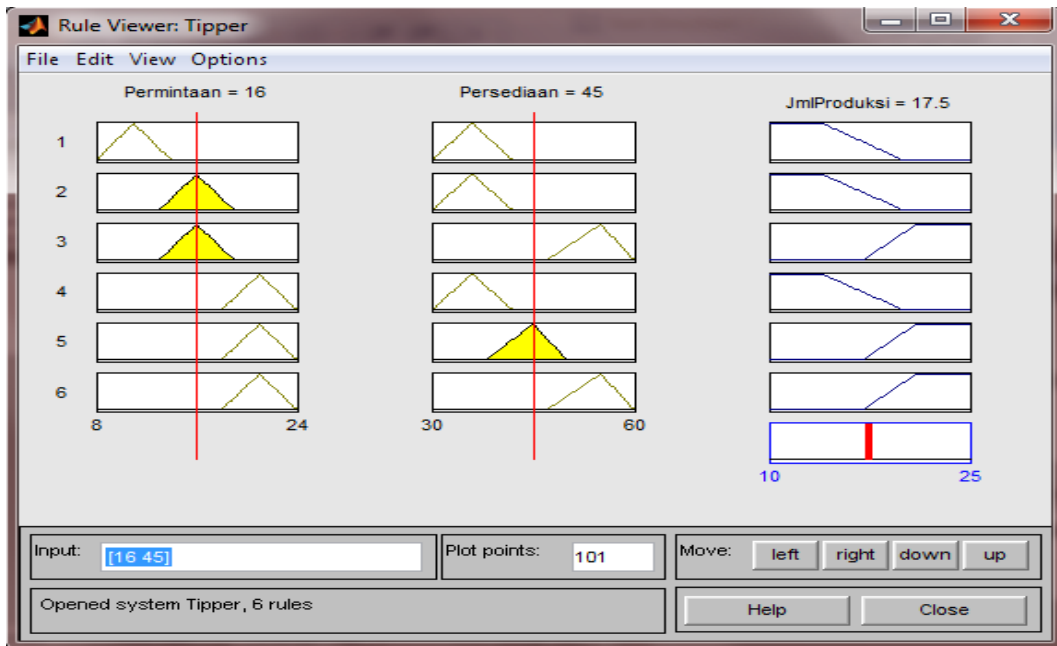
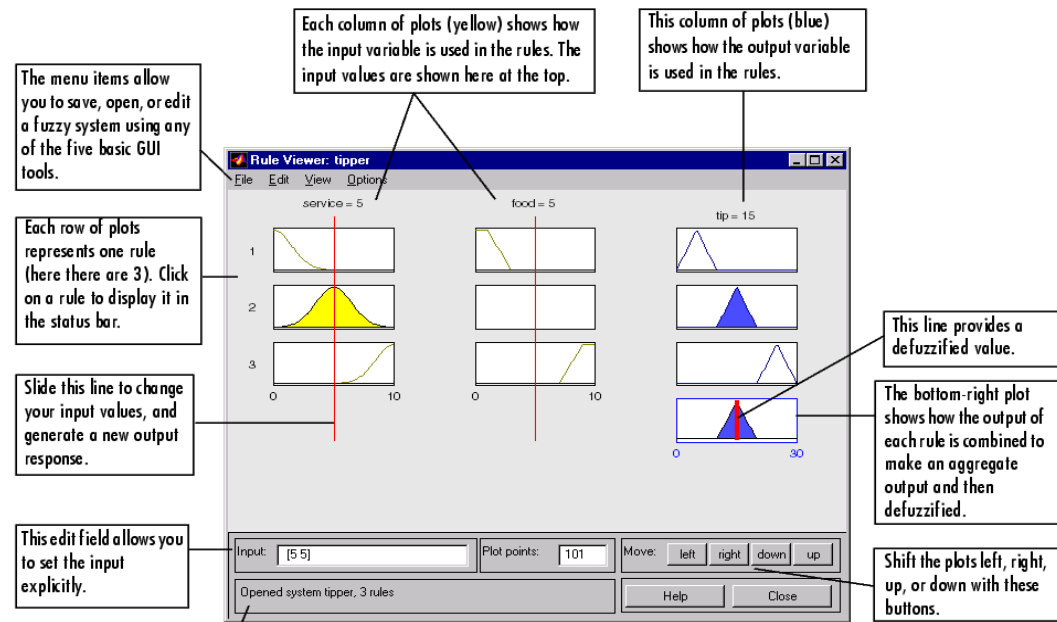
- Input rule-nya:
 - Edit > rules





- Untuk melihat hasil akhir analisisnya :
 - View > rules





- Hasil analisisnya :
 Jika permintaan sebesar 16 dan persediaan sebesar 45 maka jumlah produksinya 17.5.

Latihan

Tentukan jumlah barang yang harus diproduksi jika

- Permintaan 18 unit dan persediaan 38 unit
- Permintaan 20 unit dan persediaan 40 unit
- Permintaan 22 unit dan persediaan 52 unit.

MODUL 6

JUDUL : BASIS DATA *FUZZY*

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menganalisis basis data berbentuk *fuzzy*

Penyajian :

- *Small Group Discussion*

6.1. Konsep Basis Data *Fuzzy*

Basis Data adalah kumpulan dari data yang saling berhubungan satu dengan yang lainnya. Sistem basis data adalah suatu sistem informasi yang mengintegrasikan kumpulan data yang saling berhubungan dengan beberapa aplikasinya dalam suatu organisasi.

Query adalah kemampuan untuk menampilkan suatu data dari database namun tidak semua ditampilkan sesuai dengan yang diinginkan, antara lain:

- (1) *extracting* data dari suatu database dan menampilkannya untuk “pengolahan” lebih lanjut.
- (2) pertanyaan atau permintaan informasi tertentu dari sebuah basisdata yang ditulis dalam format tertentu.
- (3) perintah-perintah untuk mengakses data pada sistem basis data.

Sebagian besar basis data standar diklasifikasikan berdasarkan bagaimana data tersebut dipandang oleh user. Misalkan kita memiliki data karyawan yang tersimpan pada tabel DATA_KARYAWAN dengan field NIP, nama, tgl lahir, th masuk, dan gaji per bulan.

NIP	Nama	Tgl Lahir	Thn Masuk	Gaji/mgg (Rp)
01	Lia	03-06-1984	2008	750.000
02	Iwan	23-09-1966	1997	1.500.000
03	Sari	12-11-1978	2000	1.255.000

04	Andi	06-03-1977	2010	1.04.0000
05	Budi	04-12-1972	2002	950.000
06	Amir	18-11-1975	2001	1.600.000
07	Rian	28-05-1977	2009	1.250.000
08	Kiki	09-07-1983	2013	550.000
09	Alda	14-08-1979	2011	735.000
10	Yoga	17-09-1989	2012	860.000

Kemudian dari tabel DATA_KARYAWAN, kita olah menjadi suatu tabel temporer untuk menghitung umur karyawan dan masa kerjanya. Tabel tersebut kita beri nama dengan tabel KARYAWAN

NIP	Nama	Umur (thn)	Masa Kerja (thn)	Gaji/mgg (Rp)
01	Lia	30	6	750.000
02	Iwan	48	17	1.500.000
03	Sari	36	14	1.255.000
04	Andi	37	4	1.04.0000
05	Budi	42	12	950.000
06	Amir	39	13	1.600.000
07	Rian	37	5	1.250.000
08	Kiki	32	1	550.000
09	Alda	35	3	735.000
10	Yoga	25	2	860.000

Dengan menggunakan basisdata standar, kita dapat mencari data-data karyawan dengan spesifikasi tertentu dengan menggunakan query. Misal kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang usianya kurang dari 35 tahun, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur < 35)
```

sehingga muncul nama-nama Lia, Kiki, dan Yoga.

Apabila kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang gajinya lebih dari 1 juta rupiah, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA  
FROM KARYAWAN  
WHERE (Gaji > 1000000)
```

sehingga muncul nama-nama Iwan, Sari, Andi, Amir, dan Rian.

Apabila kita ingin mendapatkan informasi tentang nama-nama karyawan yang masa kerjanya kurang dari atau sama dengan 5 tahun tetapi gajinya sudah lebih dari 1 juta rupiah, maka kita bisa ciptakan suatu query:

```
SELECT NAMA  
FROM KARYAWAN  
WHERE (MasaKerja<=5) and (Gaji > 1000000)
```

sehingga muncul nama-nama Andi dan Rian.

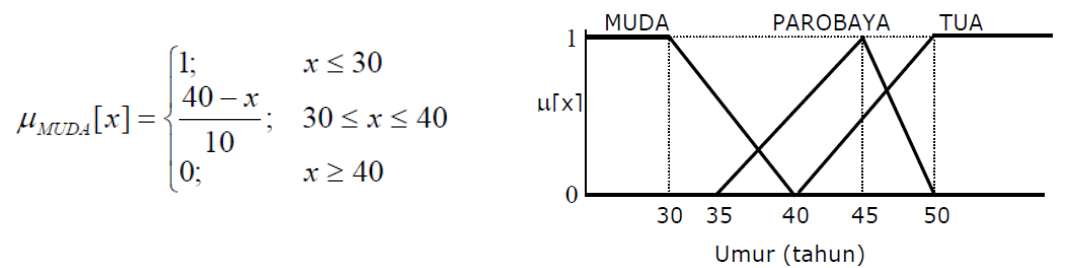
6.2. Model Tahani

Seseorang kadang membutuhkan informasi dari data-data yang bersifat ambiguous. Sistem relational database standar masih belum dapat menangani data-data dan query yang bersifat tidak tepat atau tidak pasti. Untuk itu dilakukan perluasan sistem database dengan menggunakan logika fuzzy, atau yang disebut sebagai fuzzy database. Salah satu diantaranya adalah MODEL TAHANI.

Fuzzy Tahani merupakan salah satu metode fuzzy yang menggunakan basis data standar. Pada basis data standar, data diklasifikasikan berdasarkan bagaimana data tersebut dipandang oleh user. Oleh karena itu pada basis data standar data yang ditampilkan akan keluar seperti data yang telah disimpan. Fuzzy database model Tahani masih menggunakan relasi standar, tetapi model Tahani ini menggunakan teori himpunan fuzzy pada suatu variabel untuk mendapatkan informasi pada querynya. Sehingga pada pencarian data menggunakan rumus dari derajat keanggotaan pada suatu variable himpunan fuzzy. Fuzzy database model Tahani mampu menangani query yang tidak tepat/ambigue pada relasi yang memiliki data-data yang tepat dengan menerapkan sistem himpunan fuzzy, istilah linguistik dan operasi-operasi dasar himpunan fuzzy.

Tahapan logika fuzzy model Tahani, yaitu pertama menggambarkan fungsi keanggotaan (*membership function*) untuk setiap kriteria atau variabel *fuzzy*, yaitu suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1, salah satu cara yang dapat digunakan adalah dengan pendekatan fungsi. Pendekatan fungsi keanggotaan berbentuk segitiga. Tahap kedua *Fuzzifikasi* yaitu fase pertama dari perhitungan fuzzy yaitu pengubahan nilai tegas ke nilai fuzzy. Dimana setiap variabel *fuzzy* dihitung nilai derajat keanggotaannya terhadap setiap himpunan *fuzzy*. Tahap ketiga *Fuzzifikasi Query* yaitu diasumsikan sebuah query konvensional (*nonfuzzy*) DBMS yang akan mencoba membuat dan menerapkan sebuah sistem dasar logika *fuzzyquery* atau disebut juga dengan pembentukan *query* dengan menggunakan relasi dasar.dengan pembentukan *query* dengan menggunakan relasi dasar.

Misalkan kita mengkategorikan usia karyawan pada kasus sebelumnya ke dalam himpunan: MUDA, PAROBAYA, dan TUA, dengan fungsi keanggotaan:



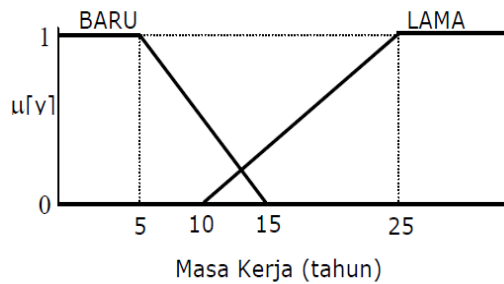
$$\mu_{PAROBAYA}[x] = \begin{cases} 0; & x \leq 35 \text{ atau } x \geq 50 \\ \frac{x-35}{10}; & 35 \leq x \leq 45 \\ \frac{50-x}{5}; & 45 \leq x \leq 50 \end{cases} \quad \mu_{TUA}[x] = \begin{cases} 0; & x \leq 40 \\ \frac{x-40}{10}; & 40 \leq x \leq 50 \\ 1; & x \geq 50 \end{cases}$$

Sehingga tabel karyawan berdasarkan umur menjadi sebagai berikut :

NIP	Nama	Umur	Derajat Keanggotaan ($\mu[x]$)		
			MUDA	PAROBAYA	TUA
01	Lia	30	1	0	0
02	Iwan	48	0	0,4	0,8
03	Sari	36	0,4	0,1	0
04	Andi	37	0,3	0,2	0
05	Budi	42	0	0,7	0,2
06	Amir	39	0,1	0,4	0
07	Rian	37	0,3	0,2	0
08	Kiki	32	0,8	0	0
09	Alda	35	0,5	0	0
10	Yoga	25	1	0	0

Variabel Masa Kerja bisa dikategorikan dalam himpunan: BARU dan LAMA, dengan fungsi keanggotaan :

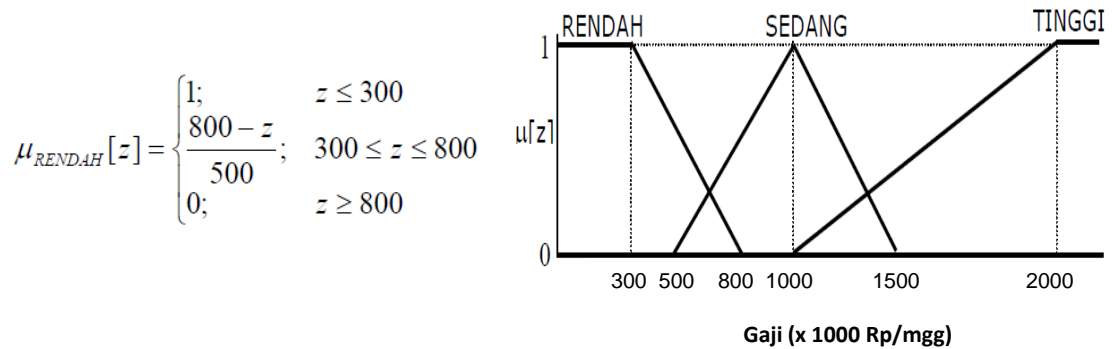
$$\mu_{BARU}[y] = \begin{cases} 1; & y \leq 5 \\ \frac{15-y}{10}; & 5 \leq y \leq 15 \\ 0; & y \geq 15 \end{cases} \quad \mu_{LAMA}[y] = \begin{cases} 0; & y \leq 10 \\ \frac{y-10}{15}; & 10 \leq y \leq 25 \\ 1; & y \geq 25 \end{cases}$$



Sehingga tabel karyawan berdasarkan masa kerja menjadi sebagai berikut :

NIP	Nama	Masa Kerja	Derajat Keanggotaan ($\mu[y]$)	
			BARU	LAMA
01	Lia	6	0,9	0
02	Iwan	17	0	0,467
03	Sari	14	0,1	0,267
04	Andi	4	1	0
05	Budi	12	0,3	0,133
06	Amir	13	0,2	0,200
07	Rian	5	1	0
08	Kiki	1	1	0
09	Alda	3	1	0
10	Yoga	2	1	0

Variabel Gaji bisa dikategorikan dalam himpunan: RENDAH, SEDANG, dan TINGGI, dengan fungsi keanggotaan :



$$\mu_{RENDAH}[z] = \begin{cases} 1; & z \leq 300 \\ \frac{800-z}{500}; & 300 \leq z \leq 800 \\ 0; & z \geq 800 \end{cases} \quad \mu_{SEDANG}[z] = \begin{cases} 0; & z \leq 500 \text{ atau } z \geq 1500 \\ \frac{z-500}{500}; & 500 \leq z \leq 1000 \\ \frac{1500-z}{500}; & 1000 \leq z \leq 1500 \end{cases} \quad \mu_{TINGGI}[z] = \begin{cases} 0; & z \leq 1000 \\ \frac{z-1000}{1000}; & 1000 \leq z \leq 2000 \\ 1; & z \geq 2000 \end{cases}$$

Sehingga tabel karyawan berdasarkan gaji menjadi sebagai berikut :

NIP	Nama	Gaji / bl	Derajat Keanggotaan ($\mu[z]$)		
			RENDAH	SEDANG	TINGGI
01	Lia	750.000	0,1	0,50	0
02	Iwan	1.255.000	0	0,49	0,255
03	Sari	1.500.000	0	0	0,500
04	Andi	1.040.000	0	0,92	0,040
05	Budi	950.000	0	0,90	0
06	Amir	1.600.000	0	0	0,600
07	Rian	1.250.000	0	0,50	0,250
08	Kiki	550.000	0,5	0	0
09	Alda	735.000	0,13	0	0
10	Yoga	860.000	0	0	0

Ada beberapa query yang bisa diberikan, misalkan:

□ Query1: Siapa saja-kah karyawan yang masih muda tapi memiliki gaji tinggi?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur ="MUDA") and (Gaji ="TINGGI")
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Sari (0.4), dan Rian(0.25).

NIP	NAMA	UMUR	GAJI	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	TINGGI	MUDA & TINGGI
03	Sari	36	1.500.000	0,4	0,5	0,4
07	Rian	37	1.250.000	0,3	0,25	0,25
06	Amir	39	1.600.000	0,1	0,6	0,1
04	Andi	37	1.040.000	0,3	0,04	0,04
01	Lia	30	750.000	1	0	0
02	Iwan	48	1.255.000	0	0,255	0
05	Budi	42	950.000	0	0	0
08	Kiki	32	550.000	0,8	0	0
09	Alda	35	735.000	0,5	0	0
10	Yoga	25	860.000	1	0	0

□ Query2: Siapa saja-kah karyawan yang masih muda atau karyawan yang memiliki gaji tinggi?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur ="MUDA") or (Gaji ="TINGGI")
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Lia (1), Yoga(1), dan Kiki(0.8).

NIP	NAMA	UMUR	GAJI	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	TINGGI	MUDA atau TINGGI
01	Lia	30	750.000	1	0	1
10	Yoga	25	860.000	1	0	1
08	Kiki	32	550.000	0,8	0	0,8
06	Amir	39	1.600.000	0,1	0,6	0,6
03	Sari	36	1.500.000	0,4	0,5	0,5
09	Alda	35	735.000	0,5	0	0,5
04	Andi	37	1.040.000	0,3	0,04	0,3
07	Rian	37	1.250.000	0,3	0,25	0,3
02	Iwan	48	1.255.000	0	0,255	0,255
05	Budi	42	950.000	0	0	0

□ Query3: Siapa saja-kah karyawan yang masih muda tapi masa kerjanya sudah lama?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur ="MUDA") and (MasaKerja ="LAMA")
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Sari (0.267) dan Amir(0.1), yang lain bernilai nol.

NIP	NAMA	UMUR	Masa Kerja	Derajat Keanggotaan		
				MUDA	LAMA	MUDA & LAMA
03	Sari	36	14	0,4	0,267	0,267
06	Amir	39	13	0,1	0,2	0,1
01	Lia	30	6	1	0	0
02	Iwan	48	17	0	0,467	0
04	Andi	37	4	0,3	0	0
05	Budi	42	12	0	0,133	0
07	Rian	37	5	0,3	0	0
08	Kiki	32	1	0,8	0	0
09	Alda	35	3	0,5	0	0
10	Yoga	25	2	1	0	0

□ Query4: Siapa saja-kah karyawan yang parobaya dan gajinya sedang, atau karyawan yang parobaya tapi masa kerjanya sudah lama?

```
SELECT NAMA
FROM KARYAWAN
WHERE (Umur ="PAROBAYA") and
[(Gaji="SEDANG") or (MasaKerja ="LAMA")]
```

Maka diperoleh yang mempunyai derajat keanggotaan terbesar adalah Budi (0.7) dan Iwan(0.4).

NIP	NAMA	Derajat Keanggotaan				
		SEDANG	LAMA	SEDANG atau LAMA	PAROBAYA	PAROBAYA & (SEDANG atau LAMA)
05	Budi	0,9	0,133	0,9	0,7	0,7
02	Iwan	0,49	0,467	0,49	0,4	0,4
04	Andi	0,92	0	0,92	0,2	0,2
06	Amir	0	0,2	0,2	0,4	0,2
07	Rian	0,5	0	0,5	0,2	0,2
03	Sari	0	0,267	0,267	0,1	0,1
01	Lia	0,5	0	0,5	0	0
08	Kiki	0	0	0	0	0
09	Alda	0	0	0	0	0
10	Yoga	0	0	0	0	0

6.3. Model Umano

Pada basisdata fuzzy Model Umano, data-data yang ambiguous diekspresikan dengan menggunakan distribusi posibilitas. Distribusi posibilitas merupakan nilai atribut dari suatu model relasi.

Misalkan terdapat tabel Karyawan sebagai berikut :

Nama	Umur	Nama Anak
<u>Ani</u>	35 th	Fitri
<u>Lia</u>	33 th	-
<u>Doni</u>	Muda	Tidak Tahu
<u>Sandra</u>	Tidak Tahu	Ningrum
<u>Riko</u>	56	{Nia, Ana} _P
<u>Dian</u>	{50,51} _P	Undefined

- Pada record pertama tidak ada data yang ambiguous, Ani berusia 35 th dan memiliki seorang anak yang bernama Fitri.
- Pada record kedua, juga tidak ada data yang ambiguous, Lia berusia 33 th dan belum mempunyai anak.
- Pada record ketiga, Doni tidak diketahui berapa umurnya, tapi dia masih muda. Umur Doni diekspresikan dengan distribusi posibilitas MUDA, misalkan MUDA merupakan himpunan dengan distribusi posibilitas sebagai berikut:

MUDA = {0,3/15; 0,6/17; 0,8/22; 1/25; 0,8/30; 0,7/33; 0,6/35; 0,2/40}

Doni memiliki anak, tapi kita tidak tahu siapa nama anaknya. Nama anak dari Doni diekspresikan dengan distribusi posibilitas tidak tahu, yang berarti siapapun mungkin (nilai posibilitas = 1).

- Pada record keempat, kita tidak mengetahui berapa umur Sandra. Umur Sandra diekspresikan dengan distribusi posibilitas tidak tahu, yang berarti berapapun mungkin (nilai posibilitas = 1). Sandra memiliki anak yang bernama Ningrum.
- Pada record kelima, Riko diketahui berumur 56 tahun. Riko memiliki seorang anak yang belum jelas siapa namanya, apakah Nia atau Ana. Nama anak Riko diekspresikan dengan distribusi posibilitas {Nia,Ana}_P, yang berarti Nia atau Ana. Misalkan distribusi posibilitas yang diberikan adalah:

{0,8/Nia; 0,5/Ana}

yang berarti bahwa anak Riko bernama Ana dengan posibilitas 0,8; atau bernama Ana dengan posibilitas 0,5. Nilai posibilitas Nia lebih besar dibanding dengan nilai posibilitas Ana.

- Pada record keenam, umur Dian diketahui 50 tahun atau 51 tahun. Umur Dian diekspresikan dengan distribusi posibilitas {50,51}_P, yang berarti umurnya 50 atau 51, misalkan distribusi posibilitas yang diberikan adalah:

{0,8/50; 0,4/51}

yang berarti bahwa nilai posibilitas Dian berumur 50 tahun adalah 0,8; dan nilai posibilitas Dian berumur 51 tahun adalah 0,4 tahun. Nilai posibilitas 50 th lebih besar dibanding dengan nilai posibilitas 51 tahun. Kita tidak tahu apakah Dian memiliki anak atau tidak. Nama anak Dian diekspresikan dengan distribusi posibilitas undefined, tidak jelas punya anak atau tidak (nilai posibilitas = 0).

Apabila ada suatu query:

“Siapa sajakah karyawan yang usianya lebih dari 36 tahun?”

Maka yang masuk dalam kategori ini adalah: Doni, Sandra, Riko, dan Dian.

- Doni termasuk dalam kategori ini, karena Doni masuk dalam kategori MUDA dimana usia 40 tahun (> 36 th) menjadi anggota himpunan MUDA meskipun nilai posibilitasnya cuma 0,2.

- Sandra termasuk dalam kategori ini, sebab kita tidak tahu umur Sandra, jadi berapapun umur yang diminta Sandra tetap masuk (nilai posibilitas = 1).
- Riko jelas masuk dalam kategori ini, sebab umurnya 56 th (> 36 th). Doni juga masuk dalam kategori ini, sebab 50 th maupun 51 th keduanya lebih dari 36 th.

MODUL 7

JUDUL : FUZZY QUANTIFICATION THEORY

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menganalisis data-data kuantitas menggunakan teori *fuzzy*

Penyajian :

- *Project Based Learning*

7.1. Konsep Kuantifikasi Data

Pada dasarnya metode kuantifikasi menggunakan data-data kasar seperti hasil evaluasi dan pendapat orang dimana kuantitas dan pemahaman tentang data-data tersebut tidak secara normal diekspresikan secara numeris. Biasanya, suatu pendapat atau evaluasi terhadap suatu aktifitas akan direpresentasikan dalam bentuk kualitatif secara linguistic seperti: baik, cukup, buruk, puas, tidak puas, dll. Padahal sebenarnya, untuk membandingkan pendapat atau evaluasi akan lebih mudah apabila ekspresi dalam bentuk kualitatif tersebut diganti dengan bentuk numeris. Untuk keperluan tersebut maka dibutuhkan metode kuantifikasi.

Fuzzy quantification theory adalah metode untuk mengendalikan data-data kualitatif dengan menggunakan teori himpunan fuzzy. Pengendalian disini lebih dimaksudkan untuk menjelaskan kejadian-kejadian fuzzy menggunakan nilai dalam rentang $[0,1]$ yang mengekspresikan pendapat-pendapat secara kualitatif.

Jika terdapat sampel data x_k ($k=1,2,\dots,n$), dengan derajat keanggotaan pada fuzzy grup B adalah $\mu_B[x_k]$, dan terdapat S fuzzy grup, maka dapat dicari total mean m dan mean m_{B_i} ($i=1,2,\dots,S$) sebagai berikut:

$$m = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^S \sum_{k=1}^n x_k \mu_{B_i}[x] \right\}$$

$$m_{B_i} = \frac{1}{N(B_i)} \left\{ \sum_{k=1}^n x_k \mu_{B_i}[x] \right\}$$

Dengan

$$N(B) = \sum_{k=1}^n \mu_B[x_k]$$

$$N = \sum_{k=1}^S N_{Bi}$$

Total varians T , varians antar fuzzy grup B dan varians dalam suatu fuzzy group E dapat ditentukan sebagai berikut :

$$T = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^S (x_k - m)^2 \mu_{Bi}[x_k]$$

$$B = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^S (m_{Bi} - m)^2 \mu_{Bi}[x_k]$$

$$E = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^S (x_k - m_{Bi})^2 \mu_{Bi}[x_k]$$

Dimana $T = B + E$

7.2. Fuzzy Quantification Theory I

Tujuan dari *FQTI* (analisis regresi kualitatif) adalah menentukan hubungan antara variabel kualitatif yang diberikan dengan nilai antara 0 dan 1, dan variable-variable numeris dalam fuzzy grup yang diberikan dalam sampel.

No (k)	External Data	Kategori $A_1, A_1, \dots, A_i, \dots, A_p$	Fuzzy group B
1	y_1	$\mu_1(1), \mu_2(1), \dots, \mu_i(1), \dots, \mu_p(1)$	$\mu_B(1)$
2	y_2	$\mu_1(2), \mu_2(2), \dots, \mu_i(2), \dots, \mu_p(2)$	$\mu_B(2)$
3	y_3	$\mu_1(3), \mu_2(3), \dots, \mu_i(3), \dots, \mu_p(3)$	$\mu_B(3)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
k	y_k	$\mu_1(k), \mu_2(k), \dots, \mu_i(k), \dots, \mu_p(k)$	$\mu_B(k)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	y_n	$\mu_1(n), \mu_2(n), \dots, \mu_i(n), \dots, \mu_p(n)$	$\mu_B(n)$

Pada tabel diatas, menunjukkan karakteristik FQT I. Pada tabel tersebut terdapat n buah sampel. External data (y) menunjukkan fungsi tujuan. y_k adalah fungsi tujuan dari sampel ke- k . $\mu_i(k)$ adalah derajat suatu tanggapan terhadap kategori kualitatif ke- i ($i = 1, 2, \dots, p$) pada sampel ke- k yang diberi nilai $[0, 1]$.

FQT I sama halnya menentukan suatu fungsi linear dari beberapa kategori:

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i \mu_i[k]$$

Dari persamaan ini, diharapkan variasi tujuan memberikan nilai error yang sangat kecil. Untuk keperluan tersebut, dapat disusun bentuk matriks :

$$y' = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]$$

$$G = \begin{pmatrix} \mu_B(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mu_B(n) \end{pmatrix}$$

$$X = [\mu_i(k)] = \begin{bmatrix} \mu_1(1) & \dots & \mu_i(1) & \dots & \mu_p(1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(k) & \dots & \mu_i(k) & \dots & \mu_p(k) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(n) & \dots & \mu_i(n) & \dots & \mu_p(n) \end{bmatrix}$$

$$a' = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$$

Dengan demikian, error variance σ_B^2 untuk fuzzy group B adalah

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{N(B)} (y - Xa)' G (y - Xa)$$

Dari

$$\frac{\partial \sigma_B^2}{\partial a} = -2X'Gy + 2X'GXa = 0$$

Bobot kategori a yang meminimumkan error variance diberikan dengan persamaan sebagai berikut:

$$a = (X'GX)^{-1}X'Gy$$

Untuk mendapatkan pengaruh setiap kategori pada variabel y, apabila perubahan pada kategori-kategori yang lain bersifat tetap dapat dilihat melalui koefisien korelasi parsial.

Fuzzy mean dan fuzzy covariance untuk kategori ke-i dan y(k) adalah sebagai berikut:

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}}$$

$$r_{iy} = \frac{\sigma_{iy}}{\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{yy}}}$$

Disini, $X_i(k) = a_i\mu_i(k)$. Dengan menggunakan covariance tersebut, koefisien korelasi fuzzy r_{ij} dan r_{iy} dapat dicari sebagai berikut:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \sum_{k=1}^n X_i(k) \mu_{Br}(k) \right\}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \sum_{k=1}^n y(k) \mu_{Br}(k) \right\}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \sum_{k=1}^n \left(X_i(k) - \bar{X}_i \right) \left(X_j(k) - \bar{X}_j \right) \mu_{Br}(k) \right\}$$

$$\sigma_{iy} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \sum_{k=1}^n \left(X_i(k) - \bar{X}_i \right) \left(y(k) - \bar{y} \right) \mu_{Br}(k) \right\}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \sum_{k=1}^n \left(y(k) - \bar{y} \right)^2 \mu_{Br}(k) \right\}$$

Dari sini dapat dibentuk metriks R dengan elemen-elemen sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1K} & r_{1y} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{12} & r_{2y} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ r_{K1} & r_{K2} & \cdots & 1 & r_{Ky} \\ r_{y1} & r_{y2} & \cdots & r_{yK} & 1 \end{bmatrix}$$

Invers dari metriks R adalah:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} r^{11} & r^{12} & \dots & r^{1K} & r^{1y} \\ r^{21} & r^{22} & \dots & r^{2K} & r^{2y} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ r^{K1} & r^{K2} & \dots & r^{KK} & r^{Ky} \\ r^{y1} & r^{y2} & \dots & r^{yK} & r^{yy} \end{bmatrix}$$

Kemudian variabel y dan koefisien korelasi parsialnya, r_{iy} dengan $i=1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, K$ adalah:

$$r^{iy} = \frac{-r^{iy}}{\sqrt{r^{ii}r^{yy}}}$$

Koefisien korelasi parsial ini menunjukkan pengaruh variabel ke- i pada variabel y apabila variabel lainnya tetap.

Contoh 7.1

Menganalisis hubungan antara penilaian kinerja dosen oleh mahasiswa, kehadiran dosen, dan nilai kelulusan mahasiswa.

Data yang digunakan adalah contoh data hasil evaluasi kinerja dosen, jumlah kehadiran, dan distribusi nilai akhir mahasiswa di semester genap. Data tersebut seperti pada tabel berikut:

No	Kode matakuliah	Kelas	Jumlah kehadiran	%Lulus >= B	Hasil penilaian mahasiswa*							
					N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
1	52300521	a	11	0,00	2,87	2,73	2,87	3,00	2,87	3,00	2,73	3,00
2	52300521	b	11	4,17	2,53	2,53	2,40	2,73	2,47	2,93	2,80	2,93
3	52300521	c	12	3,66	2,80	2,87	2,60	3,07	2,60	2,87	2,67	3,00
4	52300521	d	12	10,71	2,87	2,93	2,67	3,00	2,87	3,07	2,87	3,07
5	52300721	a	12	17,05	3,21	3,14	2,79	3,14	2,79	2,93	3,07	3,07
6	52300721	b	12	21,35	3,36	3,29	2,71	3,07	2,93	3,14	3,21	3,21
7	52300721	c	11	19,77	2,93	3,14	2,86	3,00	2,93	3,07	2,86	3,07
8	52300721	d	12	41,67	2,33	2,40	2,53	2,47	2,53	2,87	2,40	2,73
9	52303331	a	11	88,41	3,69	3,54	3,46	3,54	3,31	3,38	3,31	3,46
10	52303331	b	10	73,91	3,69	3,54	3,46	3,46	3,23	3,38	3,31	3,38
11	52303331	c	12	73,33	2,47	2,33	2,47	2,73	2,27	2,67	2,53	2,87
12	52303932	a	11	69,47	3,00	3,00	2,83	3,00	2,92	3,25	3,17	3,08
13	52000211	a	9	81,72	3,00	2,86	2,86	3,00	3,14	3,14	3,14	3,00
14	52000211	b	9	87,50	3,63	3,13	3,50	3,25	3,13	3,38	3,13	3,00
15	52000211	c	9	83,33	3,64	3,57	3,43	3,36	3,43	3,50	3,29	3,21
16	10000811	a	12	81,25	3,57	3,43	3,36	3,14	3,14	3,36	3,43	3,43
17	10000811	b	12	88,89	3,40	3,53	3,20	3,33	3,27	3,53	3,33	3,20
18	10000811	c	11	60,00	3,77	3,77	3,00	3,38	3,38	3,54	3,31	3,46
19	52303241	a	9	33,75	3,13	2,67	2,47	2,73	2,73	3,00	3,13	3,13
20	52303241	b	10	50,55	2,67	2,73	2,67	2,87	2,67	2,87	2,87	3,00
21	52303241	c	9	44,44	2,60	2,33	2,47	2,80	2,53	2,73	2,93	2,87

No	Kode matakuliah	Kelas	Jumlah kehadiran	%Lulus >= B	Hasil penulian mahasiswa*							
					N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
22	52303241	d	10	55,56	2,79	2,36	2,21	2,50	2,71	2,71	2,64	2,86
23	52301931	a	12	59,21	2,17	2,08	2,42	2,75	2,17	3,00	3,00	3,00
24	52301931	b	12	56,25	2,80	2,67	2,67	3,00	2,73	3,13	3,20	3,27
25	52301931	c	12	49,37	2,27	2,20	2,13	2,73	2,53	3,27	3,20	3,13
26	52301931	d	12	68,75	2,20	2,27	2,33	2,60	2,07	2,87	3,40	2,93
27	52304732	a	10	48,48	2,79	2,43	2,71	2,86	2,64	3,00	3,00	2,93
28	61100221	a	12	23,53	3,13	3,00	2,80	3,00	2,73	2,40	3,27	3,00
29	61100221	b	12	26,42	3,07	3,07	2,93	3,13	3,00	3,40	3,47	3,20
30	61100221	c	12	48,75	2,60	2,70	2,80	2,80	2,60	2,80	1,70	2,80
31	61100221	d	12	51,25	2,50	2,50	2,50	2,70	2,50	2,80	1,20	2,70
32	52304832	a	10	25,64	3,00	3,13	3,20	3,20	2,80	3,00	2,87	3,00
33	52304932	a	10	60,00	2,70	2,50	2,60	2,90	2,70	3,00	2,90	3,00
34	52304632	a	10	38,46	3,33	3,20	2,87	3,20	3,13	3,40	3,20	3,40
35	52301021	a	11	32,86	2,73	2,09	2,36	2,73	2,36	2,91	3,00	2,82
36	52301021	b	12	40,59	3,13	2,80	2,73	3,00	2,73	3,20	3,33	3,27
37	52301021	c	11	42,27	2,78	2,44	2,44	3,00	2,89	3,00	3,11	3,11
38	52300621	a	10	40,00	3,08	3,15	2,62	3,08	2,77	2,92	2,46	3,15
39	52300621	b	11	33,75	3,36	3,21	3,00	3,14	2,93	3,14	3,29	3,21
40	52300621	c	9	43,00	2,25	1,75	1,88	2,38	2,00	3,25	3,13	3,00
41	52300621	d	9	31,58	2,13	2,13	2,27	2,27	2,13	2,73	2,00	2,53
42	52300831	a	10	83,33	2,40	1,60	2,00	2,40	2,00	2,87	2,67	2,80
43	52300831	b	10	89,33	1,83	1,67	1,67	1,92	1,67	2,42	2,17	2,50
44	52300831	c	7	48,89	2,86	2,71	2,57	2,71	2,57	3,14	2,86	3,14
45	52300831	d	7	12,50	3,00	3,14	3,00	3,43	2,43	3,14	3,29	3,14
46	10001011	a	12	39,13	3,00	3,08	2,83	3,08	3,00	2,92	2,58	3,08
47	10001011	b	12	40,00	3,14	3,14	3,00	3,14	3,00	2,86	2,71	3,00
48	10001011	c	12	36,99	3,00	2,89	2,78	2,78	2,89	2,78	3,00	2,89
49	52303431	a	11	36,76	2,93	2,87	2,60	3,13	2,47	3,07	2,60	3,13
50	52303431	b	11	22,22	3,07	2,93	2,79	3,07	2,93	3,14	2,93	2,93
51	52303431	c	12	56,94	3,13	2,93	2,60	3,07	2,87	3,27	2,80	3,13
52	52303431	d	11	36,99	3,14	3,14	2,86	3,07	2,86	3,29	3,29	3,21
53	52302131	a	10	52,17	3,07	2,73	3,07	3,07	2,80	3,00	2,67	3,13
54	52302131	b	12	55,41	3,00	3,07	3,13	2,93	2,80	3,13	2,87	3,00
55	52302131	c	10	48,57	2,93	2,80	3,00	2,87	2,80	2,80	2,67	2,87
56	52302131	d	10	55,71	3,27	3,33	3,20	2,87	2,87	3,33	2,87	3,13
57	52302331	a	8	93,00	2,93	2,73	2,67	3,07	2,67	2,87	3,00	2,93
58	52302021	a	12	9,33	2,63	2,50	2,88	3,00	2,13	3,00	3,25	3,00
59	52302021	b	12	5,00	2,53	2,47	2,20	2,93	2,47	3,07	3,60	3,07
60	52302021	c	12	11,94	3,15	2,69	2,46	3,15	2,69	3,46	3,69	3,31
61	52302021	d	11	41,18	3,50	3,42	3,00	3,08	3,08	3,25	3,17	3,17
62	52305032	a	10	53,76	2,80	2,67	2,73	2,53	2,47	2,73	2,73	3,00
63	52305232	a	9	28,99	3,07	2,60	2,53	3,20	2,93	3,27	3,20	3,27
64	52305132	a	10	42,11	3,10	3,00	2,80	3,10	2,90	3,00	3,10	2,90
65	52305332	a	10	60,00	2,82	2,82	2,73	3,00	2,55	2,91	2,45	2,82
66	52301731	a	9	39,47	2,27	2,20	2,20	1,93	2,13	2,80	2,07	2,60
67	52301731	b	8	62,65	2,63	2,50	2,38	3,00	2,50	3,00	2,63	3,13
68	52301731	c	8	57,14	2,71	2,43	2,71	3,00	2,43	3,00	3,00	3,14
69	52301731	d	9	24,05	2,85	2,77	3,00	3,08	2,92	3,23	2,85	3,31
70	52304232	a	6	43,14	2,87	2,53	2,53	3,13	2,40	2,73	2,40	2,73
71	52304132	a	11	48,31	3,14	3,00	2,79	3,07	2,79	3,07	3,00	2,93
72	52304432	a	11	27,03	2,92	3,00	2,58	2,67	2,92	2,83	2,67	2,92
73	52304032	a	9	16,00	2,40	2,53	2,27	2,87	2,33	3,07	2,87	2,87
74	52304332	a	12	82,42	3,43	3,29	2,93	3,07	2,71	3,14	3,79	2,93
75	52301831	a	10	48,0519	2,92	2,67	2,75	3,00	2,50	3,00	2,92	3,08
76	52301831	b	11	56,6265	2,86	2,86	2,86	3,07	2,86	3,36	3,00	3,21
77	52301831	c	10	45,679	2,90	2,60	3,20	3,00	2,70	3,00	3,00	3,10
78	52301831	d	10	49,3827	2,69	2,75	2,88	3,06	2,44	2,75	2,50	2,94

Keterangan:

*) Rata-rata hasil penilaian mahasiswa melalui kuisioner, dengan skala 1 (buruk) sampai 4 (sangat baik), yang meliputi faktor-faktor:

N1 : Kejelasan dan semangat dosen dalam memberikan kuliah

N2 : Kemampuan dosen menguasai kelas

N3 : Kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif

N4 : Tanggapan dan kejelasan dosen menjawab pertanyaan mahasiswa

N5 : Kemampuan dosen memotivasi mahasiswa untuk belajar

N6 : Hubungan contoh soal dan tugas dengan materi yg diberikan

N7 : Disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan

N8 : Kesesuaian materi kuliah dengan silabus/Satuan Acara Perkuliahan (SAP)

Untuk membentuk tabel tersebut, nilai y_k diperoleh dari %Lulus $\geq B$ untuk data ke- k ; nilai $\mu_i(k)$ pada setiap kategori ke- i (dalam kasus ini hanya menggunakan 1 kategori, yaitu kehadiran dosen) diperoleh dari persamaan berikut:

$$\mu_1(k) = \frac{Hadir(k)}{12}$$

Sedangkan nilai $\mu_B(k)$ pada setiap fuzzy group ke- j ($j=1,2,\dots,8$) diperoleh dari persamaan berikut:

$$\mu_B(k) = \frac{N_{Bj}(k)}{12}$$

Penyelesaian

Dengan menggunakan regresi linear bisa diperoleh hubungan antara kehadiran dosen mengajar (x) dengan nilai kelulusan mahasiswa $\geq 'B'$ (y) tanpa mempertimbangkan faktor-faktor lainnya, sebagai:

$$y = -27,3988 \mu[x] + 69,8126 \quad (28)$$

atau

$$y = -2,2832 x + 69,8126$$

Dengan koefisien korelasi sebesar -0,142; yang berarti bahwa banyaknya kehadiran dosen tidak berkorelasi dengan nilai kelulusan mahasiswa $\geq 'B'$.

Untuk setiap fuzzy group ke- i ($i=1,2,\dots,8$), diperoleh vektor y' yang merupakan hasil transpos dari vector baris y (nilai kelulusan mahasiswa $\geq 'B'$). Matriks G , merupakan matriks bujursangkar berukuran 78×78 dengan elemen-elemen diagonalnya berisi $\mu_B(k)$, nilai keanggotaan data ke- k pada fuzzy group B ke- i dan elemen-elemen lainnya nol. Matriks X , hanya berukuran 78×1 dengan elemen baris ke- k adalah $\mu_1(k)$ berisi derajat keanggotaan sampel ke- k pada kehadiran dosen mengajar. Sedangkan y , adalah h vektor berukuran 78×1 dengan elemen baris ke- k adalah nilai kelulusan mahasiswa $\geq 'B'$.

Vektor bobot kategori (a) hanya berisi satu elemen, diperoleh seperti disajikan di tabel berikut ini

Fuzzy group	Bobot kategori	
	sebagai koefisien $\mu[x]$	sebagai koefisien x
Kejelasan dan semangat dosen dalam memberikan kuliah	51,1883	4,2657
Kemampuan dosen menguasai kelas	50,8074	4,2339
Kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif	51,3311	4,2776
Tanggapan dan kejelasan dosen menjawab pertanyaan mahasiswa	50,6966	4,2247
Kemampuan dosen memotivasi mahasiswa untuk belajar	50,9738	4,2478
Hubungan contoh soal dan tugas dengan materi yg diberikan	51,0274	4,2522
Disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan	50,6831	4,2236
Kesesuaian materi kuliah dengan silabus/Satuan Acara Perkuliahan (SAP)	50,7656	4,2305

Sehingga, dari persamaan (1) diperoleh nilai eksternal data (y_i) untuk setiap fuzzy group ke-i:

$$y_1 = 51,1883 \mu[x]; \text{ atau } y_1 = 4,2657 x;$$

$$y_2 = 50,8074 \mu[x]; \text{ atau } y_2 = 4,2339 x;$$

$$y_3 = 51,3311 \mu[x]; \text{ atau } y_3 = 4,2776 x;$$

$$y_4 = 50,6966 \mu[x]; \text{ atau } y_4 = 4,2247 x;$$

$$y_5 = 50,9738 \mu[x]; \text{ atau } y_5 = 4,2478 x;$$

$$y_6 = 51,0274 \mu[x]; \text{ atau } y_6 = 4,2522 x;$$

$$y_7 = 50,6831 \mu[x]; \text{ atau } y_7 = 4,2236 x;$$

$$y_8 = 50,7656 \mu[x]; \text{ atau } y_8 = 4,2305 x;$$

Koefisien korelasi antara nilai eksternal data pada setiap fuzzy group (y_i) dengan nilai kelulusan mahasiswa \geq 'B' sama dengan 1, yang berarti bahwa setiap fuzzy group memiliki korelasi yang sangat kuat dengan nilai kelulusan mahasiswa \geq 'B'. Pada tabel tersebut terlihat bahwa bobot kategori terbesar terjadi pada factor kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif. Hal ini berarti bahwa faktor kemampuan dosen mendorong mahasiswa untuk berperan aktif memiliki pengaruh yang paling tinggi diantara faktor-faktor yang lainnya dalam kaitannya dengan pengaruh antara kehariran dosen mengajar dengan nilai kelulusan mahasiswa \geq 'B'. Sedangkan bobot kategori terkecil terjadi pada factor disiplin

dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan. Hal ini berarti bahwa faktor disiplin dosen terhadap alokasi waktu yang diberikan memiliki pengaruh yang paling rendah diantara faktor-faktor yang lainnya dalam kaitannya dengan pengaruh antara keharisan dosen mengajar dengan nilai kelulusan mahasiswa \geq 'B'.

Untuk setiap fuzzy group, titik potong nilai eksternal data mendekati titik (0,89; 45). Hal ini berarti bahwa setiap fuzzy group akan memberikan pengaruh yang sangat berarti apabila jumlah kehadiran dosen mengajar lebih dari $(0,89 \times 12) = 10$ kali. Untuk jumlah kehadiran lebih dari 10 kali, maka setiap fuzzy group akan memberikan korelasi positif dengan prosentase nilai kelulusan mahasiswa \geq 'B' mencapai angka lebih dari 45%.

7.2. Fuzzy Quantification Theory II

Tujuan *Fuzzy Quantification Theory II* menurut *Watada et al* yang dikutip Terano (1992) sebagai berikut:

“The object of Fuzzy Quantification Theory II is to express several fuzzy groups in terms of qualitative descriptive variables. These qualitative descriptive variables take the form of values (membership values) on [0,1].”

Dari kutipan di atas metode ini mengekspresikan beberapa *fuzzy group* ke dalam suatu nilai (derajat keanggotaan) yang direpresentasikan dengan nilai dalam rentang [0,1]. Berikut ini adalah tabel yang menunjukkan karakteristik data yang ditangani oleh *Fuzzy Quantification Theory II*.

No	<i>Fuzzy External Standard</i>	Kategori
ω	$B_1 \dots B_r \dots B_M$	$A_1 \dots A_i \dots A_K$
1	$\mu_{B_1}(1) \dots \mu_{B_M}(1)$	$\mu_1(1) \dots \mu_i(1) \dots \mu_K(1)$
2	$\mu_{B_1}(2) \dots \mu_{B_M}(2)$	$\mu_1(2) \dots \mu_i(2) \dots \mu_K(2)$
\vdots	\vdots	\vdots
ω	$\mu_{B_1}(\omega) \dots \mu_{B_M}(\omega)$	$\mu_1(\omega) \dots \mu_i(\omega) \dots \mu_K(\omega)$
\vdots	\vdots	\vdots
n	$\mu_{B_1}(n) \dots \mu_{B_M}(n)$	$\mu_1(n) \dots \mu_i(n) \dots \mu_K(n)$

Dari tabel pada *Fuzzy Quantification Theory II*, *external standard* direpresentasikan sebagai *fuzzy group*. Tujuan dari *Fuzzy Quantification Theory II* diekspresikan dengan menggunakan persamaan linear dari bobot kategori untuk kategori, sebagai berikut:

$$y(\omega) = \sum_{i=1}^K a_i \mu_i(\omega), \quad \omega = 1, \dots, n$$

Bobot kategori a_i adalah nilai yang memberikan pemisahan yang paling baik untuk setiap external standard *fuzzy group*. Derajat pemisahan yang paling baik untuk grup-grup *fuzzy* ini didefinisikan dengan menggunakan *variance ratio* (η^2) yaitu rasio dari variasi total (T) dan variasi antar *fuzzy group* (B) berikut:

$$\eta^2 = \frac{B}{T}$$

Dengan memaksimalkan *fuzzy variance ratio* η^2 , akan diperoleh nilai a_i untuk persamaan $y(\omega)$.

Untuk menentukan nilai pada persamaan linear $y(\omega)$, tentukan terlebih dahulu *fuzzy mean* \bar{y}_{B_r} dalam *fuzzy group* (B_r) dan total *fuzzy mean* (\bar{y}) dengan:

$$\bar{y}_{B_r} = \frac{1}{N(B_r)} \left\{ \sum_{\omega=1}^n y(\omega) \mu_{B_r}(\omega) \right\}; \quad r = 1, \dots, M$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \bar{y}_{B_r} N(B_r) \right\}$$

Kemudian untuk nilai keanggotaan dari kategori A_i , *fuzzy mean* $\bar{\mu}_i^r$ dalam setiap *fuzzy group* (B_r) dan total *fuzzy mean* ($\bar{\mu}_i$) dapat dicari dengan:

$$\bar{\mu}_i^r = \frac{1}{N(B_r)} \left\{ \sum_{\omega=1}^n \mu_i(\omega) \mu_{B_r}(\omega) \right\}; \quad i = 1, \dots, K \quad r = 1, \dots, M$$

$$\bar{\mu}_i = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=1}^M \bar{\mu}_i^r N(B_r) \right\}, \quad i = 1, \dots, K$$

Selanjutnya dibentuk matriks A , \bar{A}_G , dan \bar{A} dengan elemen-elemen $\mu_i(\omega)$, $\bar{\mu}_i^r$, dan $\bar{\mu}_i$ yang berukuran $M_n \times K$, sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} \mu_1(1) & \dots & \mu_i(1) & \dots & \mu_K(1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(j) & \dots & \mu_i(j) & \dots & \mu_K(j) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(n) & \dots & \mu_i(n) & \dots & \mu_K(n) \\ \mu_1(1) & \dots & \mu_i(1) & \dots & \mu_K(1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mu_1(n) & \dots & \mu_i(n) & \dots & \mu_K(n) \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_G = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_1^1 & \dots & \bar{\mu}_i^1 & \dots & \bar{\mu}_K^1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1^2 & \dots & \bar{\mu}_i^2 & \dots & \bar{\mu}_K^2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1^M & \dots & \bar{\mu}_i^M & \dots & \bar{\mu}_K^M \end{bmatrix} \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{\mu}_1 & \dots & \bar{\mu}_i & \dots & \bar{\mu}_K \end{bmatrix}$$

Vektor baris a dengan dimensi K untuk bobot kategori a_i dan matriks diagonal G berukuran $M_n \times M_n$ yang berisi nilai keanggotaan μ_{B_r} dapat dibentuk sebagai berikut:

$$a' = [a_1 \dots a_i \dots a_K]$$

$$G = \begin{bmatrix} \mu_{B_1}(1) & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \mu_{B_1}(n) & & & 0 \\ & & & \mu_{B_2}(1) & & \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & & & \mu_{B_M}(n) \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan matriks di atas, variasi total (T) dan variasi antar *fuzzy group* (B) dapat ditulis sebagai sebagai berikut:

$$T = a'(A - \bar{A})' G(A - \bar{A})a$$

$$B = a'(\bar{A}_G - \bar{A})' G(\bar{A}_G - \bar{A})a$$

Jika disubstitusikan persamaan ini ke dalam persamaan sebelumnya dan di diferensial secara parsial terhadap a , maka diperoleh:

$$\left\{ G^{\frac{1}{2}}(\bar{A}_G - \bar{A}) \right\}' G^{\frac{1}{2}}(\bar{A}_G - \bar{A})a = \eta^2 \left\{ G^{\frac{1}{2}}(A - \bar{A}) \right\}' \left\{ G^{\frac{1}{2}}(A - \bar{A}) \right\} a$$

Sehingga dibentuk matriks S_G dan S yang berukuran $K \times K$ sebagai berikut:

$$S_G = \left\{ G^{\frac{1}{2}}(\bar{A}_G - \bar{A}) \right\}' G^{\frac{1}{2}}(\bar{A}_G - \bar{A})a$$

$$S = \left\{ G^{\frac{1}{2}}(A - \bar{A}) \right\}' \left\{ G^{\frac{1}{2}}(A - \bar{A}) \right\} a$$

Jika matriks S_G dan S sudah terbentuk, maka matriks S didekomposisi menjadi matriks segitiga atas Δ sedemikian sehingga $S = \Delta' \Delta$, dan akan diperoleh:

$$[(\Delta')^{-1} S_G \Delta^{-1}] \Delta a = \eta^2 \Delta a$$

Setelah matriks S didekomposisi menjadi matriks segitiga atas Δ , maka akan diperoleh matriks γ berikut:

$$\gamma = [(\Delta')^{-1}S_G\Delta^{-1}]$$

Sehingga bobot kategori a_i dapat dicari dari vektor eigen Δa yang memaksimalkan nilai eigen η^2 dari matriks γ . Dengan demikian, diperoleh bobot kategori a_i yang memaksimalkan fuzzy variance ratio η^2 .

Adapun algoritma *Fuzzy Quantification Theory II* adalah sebagai berikut:

1. Membentuk matriks A , dengan elemen-elemen $\mu_i(\omega)$, $i = 1, 2, \dots, K$ dan $\omega = 1, 2, \dots, n$ yang diulang sebanyak M kali berukuran $M_n \times K$.
2. Membentuk matriks \bar{A}_G , dengan elemen-elemen $\bar{\mu}_i^r$, $i = 1, 2, \dots, K$ dan $r = 1, 2, \dots, M$ yang diulang sebanyak n kali untuk suatu nilai berukuran $M_n \times K$.
3. Membentuk matriks \bar{A} , dengan elemen-elemen $\bar{\mu}_i$, $i = 1, 2, \dots, K$ yang diulang sebanyak M_n kali berukuran $M_n \times K$.
4. Mencari matriks S_G dan S yang berukuran $K \times K$.
5. Mendekomposisikan matriks S menjadi matriks Δ .
6. Mencari matriks γ .
7. Menentukan bobot kategori a_i dengan memaksimalkan fuzzy variance ratio η^2 yang dicari melalui vektor eigen Δa yang memaksimalkan nilai eigen η^2 dari matriks γ .
8. Menentukan persamaan regresi linear $y(\omega)$, $\omega = 1, 2, \dots, n$
9. Membentuk hubungan antara $y(\omega)$ dengan *external standard* secara grafis.
10. Menentukan hasil regresi linear masing-masing *external standard*.
11. Melakukan pengujian terhadap hasil regresi linier yang sudah didapatkan.
12. Membandingkan bobot dari hasil regresi linier masing-masing *external standard*.

MODUL 8

JUDUL : *FUZZY ASSOCIATIVE MEMORY (FAM)*

Tujuan Pembelajaran :

- Mampu menganalisis data-data kuantitas menggunakan teori *fuzzy*

Penyajian :

- *Small Group Discussion*

8.1. Konsep *Fuzzy Associative Memory (FAM)*

Fuzzy Associatif Memory atau Memori Asosiatif *Fuzzy* (MAF) pertama kali diperkenalkan oleh Bart Kosko. FAM merupakan suatu sistem *fuzzy* yang memetakan himpunan-himpunan *fuzzy* ke himpunan-himpunan *fuzzy* lainnya. FAM merupakan versi *fuzzy* dari *Bidirectional Associative Memory* (BAM).

Bidirectional associative memory menyimpan sekumpulan pola dengan cara menjumlahkan matriks korelasi bipolar (matriks outer product berukuran $n \times m$ untuk setiap pola). Arsitektur jaringan yang digunakan terdiri dari 2 lapis. *Bidirectional associative memory* senantiasa dapat menerima input dari lapisan yang lainnya. Karena bobot-bobot dalam jaringan ini memiliki 2 arah dari satu lapisan ke lapisan yang lain, sehingga akan lebih tepat dikatakan suatu lapisan sebagai X (bukan lapisan input), dan lapisan lain sebagai Y (lapisan output). Matriks bobot W , diperoleh apabila sinyal input diterima dari lapisan X dan dikirim ke lapisan Y; sedangkan matriks bobot, $\square\square$, diperoleh apabila sinyal input diterima dari lapisan Y dan dikirim ke lapisan X.

FAM sederhana akan memetakan suatu aturan *fuzzy* atau himpunan pasangan (A_i, B_j) yang menghubungkan himpunan *fuzzy* B_j ke himpunan *fuzzy* A_i . Dengan demikian, suatu sistem FAM bisa terdiri atas beberapa kumpulan MAF yang berbeda: $(A_1, B_1), (A_2, B_2), \dots, (A_p, B_p)$.

Misal suatu MAF tunggal dengan pasangan himpunan *fuzzy* (A, B) , dengan A merupakan suatu himpunan dengan anggota x , dimana $x \in X$ dan B merupakan suatu himpunan dengan anggota y , dimana $y \in Y$. Sebagai contoh, misalkan pada sistem pengendali lalu lintas, pasangan (A, B) adalah (PADAT, LAMA). X adalah

variabel yang jumlah kendaraan, sedangkan Y adalah variabel lama waktu lampu hijau menyala. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, dan $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$. Misalkan: $x_1 = 0$ kendaraan; $x_2 = 5$ kendaraan; $x_3 = 8$ kendaraan;; $x_n = 50$ kendaraan; sedangkan $y_1 = 3$ detik; $y_2 = 10$ detik; $y_3 = 15$ detik; ... $y_p = 1$ menit. A dan B menunjukkan fungsi keanggotaan μ_A dan μ_B yang memetakan elemen x_i dari X ke y_j dari Y. Nilai keanggotaan menunjukkan seberapa besar derajat keberadaan x_i di A dan y_j di B. Misalkan $a_i = \mu_A[x_i]$ dan $b_j = \mu_B[y_j]$ maka: $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ dan $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$.

8.2. Fuzzy Hebb FAM

Untuk mengkodekan kumpulan fuzzy $(A, B) = ((a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n))$ ke bentuk matriks FAM secara numeris, bisa digunakan aturan pembelajaran Hebb. Ada 2 aturan pembelajaran, yaitu pengkodean korelasi minimal (*correlation-minimum encoding*) dan pengkodean korelasi perkalian (*correlation-product encoding*).

a. Pengkodean korelasi minimal

Bentuk pengkodean korelasi minimal akan menghasilkan hasil akhir berbentuk fuzzy:

$$M = A^T B \quad (8.1)$$

dengan:

$$m_{ij} = \min(a_i, b_j) \quad (8.2)$$

dimana m_{ij} adalah bobot dari node input ke-i ke node output ke-j dari BAM.

Contoh 8.1:

Misalkan $A = (0.3, 0.1, 0.9)$ dan $B = (0.2, 0.7)$ maka dapat diperoleh matriks M berdasarkan pengkodean korelasi minimal sebagai berikut:

$$M = A^T B = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} [0.2 \quad 0.7] = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Pada pengkodean korelasi minimal akan memotong himpunan B, dengan demikian himpunan-himpunan fuzzy $a_i \wedge B$ akan memiliki nilai keanggotaan mendatar pada atau di atas nilai a_i .

Diasumsikan A dan B adalah himpunan *fuzzy* normal, dengan $H(A) = \max_i a_i$ dan $H(B) = \max_i b_i$, sedangkan A' dan B' sebarang anggota vector di I^n akan diperoleh;

Teorema 8.1: Korelasi Minimal Hebb

Jika $M = A^T B$, maka:

- (i) $A M = B$, jika dan hanya jika $H(A) \geq H(B)$,
- (ii) $B M^T = A$, jika dan hanya jika $H(B) \geq H(A)$,
- (iii) $A' M \subset B$, untuk setiap A',
- (iv) $B' M^T \subset A$, untuk setiap B'

Bukti:

- (i) Diketahui $M = A^T B$, $A M = B \leftrightarrow H(A) \geq H(B)$

- Akan dibuktikan bahwa $A M = B \rightarrow H(A) \geq H(B)$

$$M = A^T B$$

$$A A^T = \max_i a_i \wedge a_i = \max_i a_i = H(A)$$

$$A M = A (A^T B) = (A A^T) B = H(A) B$$

$$\text{Diketahui } A M = B \rightarrow H(A) B = B$$

$$\text{Karena } H(A) B = B \rightarrow H(A) \geq H(B)$$

Jadi terbukti bahwa $A M = B \rightarrow H(A) \geq H(B)$.

- Akan dibuktikan bahwa $A M = B \leftarrow H(A) \geq H(B)$

$$H(A) \geq H(B) \rightarrow H(A) B = B$$

$$= (A A^T) B$$

$$= A (A^T B)$$

$$= A M = B$$

Jadi terbukti bahwa $H(A) \geq H(B) \rightarrow A M = B$.

- (ii) Diketahui $M^T = B^T A$, akan dibuktikan $B M^T = A \leftrightarrow H(B) \geq H(A)$

- Akan dibuktikan bahwa $B M^T = A \rightarrow H(B) \geq H(A)$

$$M^T = B^T A$$

$$B B^T = \max_i b_i \wedge b_i = \max_i b_i = H(B)$$

$$B M^T = B (B^T A) = (B B^T) A = H(B) A$$

$$\text{Diketahui } B M^T = A \rightarrow H(B) A = A$$

$$\text{Karena } H(B) A = A \rightarrow H(B) \geq H(A)$$

Jadi terbukti bahwa $B M^T = A \rightarrow H(B) \geq H(A)$.

- Akan dibuktikan $B M^T = A \leftarrow H(B) \geq H(A)$

$$\begin{aligned} H(B) \geq H(A) &\rightarrow H(B) A = A \\ &= (B B^T) A \\ &= B (B^T A) \\ &= B M^T = A \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa $H(B) \geq H(A) \rightarrow B M^T = A$. \square

(iii) Diketahui $M = A^T B$, akan dibuktikan $A' M \subset B$ untuk setiap A' .

$$A' M = (A' A^T) B \subset H(A) B \subset B, \text{ dan karena } A' A^T \leq H(A).$$

Jadi terbukti bahwa $A' M \subset B$ untuk setiap A' .

(iv) Diketahui $M^T = B^T A$, akan dibuktikan $B' M^T \subset B'$ untuk setiap B' .

$$(B^T A) = (B' B^T) A \subset H(B) A \subset A \text{ dan karena } B' B^T \leq H(B).$$

Jadi terbukti bahwa $B' M^T \subset B'$ untuk setiap B' .

b. Pengkodean korelasi perkalian

Bentuk pengkodean algoritma pembelajaran Hebb lainnya adalah pengkodean korelasi perkalian. Bentuk ini akan menghasilkan hasil akhir berbentuk *fuzzy*:

$$M = A^T B \tag{8.3}$$

dengan

$$m_{ij} = a_i * b_j \tag{8.4}$$

Contoh 8.2:

Misalkan pada contoh 8.1, diketahui $A = (0.3, 0.1, 0.9)$ dan $B = (0.2, 0.7)$ maka dapat diperoleh matriks M berdasarkan pengkodean korelasi perkalian sebagai berikut:

$$M = A^T B = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} [0.2 \quad 0.7] = \begin{bmatrix} 0.06 & 0.21 \\ 0.02 & 0.07 \\ 0.18 & 0.63 \end{bmatrix}$$

Misal diasumsikan A dan B adalah himpunan *fuzzy* normal, dengan $H(A)$ merupakan tinggi himpunan *fuzzy* A dan $H(B)$ merupakan tinggi himpunan *fuzzy* B , akan diperoleh;

Teorema 8.2: Korelasi Perkalian Hebb

Jika $M = A^T B$, dengan A dan B adalah vektor tak nol, maka:

- (i) $A M = B$, jika dan hanya jika $H(A) = 1$,
- (ii) $B M^T = A$, jika dan hanya jika $H(B) = 1$,
- (iii) $A' M \subset B$, untuk setiap A' ,
- (iv) $B' M^T \subset A$, untuk setiap B' .

Bukti

- (i) Diketahui $M = A^T B$, $AM = B \leftrightarrow H(A) = 1$

- Akan dibuktikan bahwa $AM = B \rightarrow H(A) = 1$

$$M = A^T B$$

$$AM = A (A^T B) = (A A^T) B = H(A) B$$

Diketahui $AM = B \rightarrow H(A) B = B$, B bukan himpunan kosong.

$$\text{Karena } H(A) B = B \rightarrow H(A) = 1$$

Jadi terbukti bahwa $AM = B \rightarrow H(A) = 1$.

- Akan dibuktikan bahwa $AM = B \leftarrow H(A) = 1$

$$H(A) = 1 \Rightarrow H(A) B = B$$

$$\Rightarrow (A A^T) B = A (A^T B) = A M = B$$

Jadi terbukti bahwa $H(A) = 1 \rightarrow AM = B$.

- (ii) Diketahui $M^T = B^T A$, akan dibuktikan $BM^T = A \leftrightarrow H(B) = 1$.

- Akan dibuktikan bahwa $BM^T = A \rightarrow H(B) = 1$

$$M^T = B^T A$$

$$B M^T = B (B^T A) = (B B^T) A = H(B) A$$

$$\text{Diketahui } B M^T = A \rightarrow H(B) A = A$$

$$\text{Karena } H(B) A = A \rightarrow H(B) = 1$$

Jadi terbukti bahwa $B M^T = A \rightarrow H(B) = 1$.

- Akan dibuktikan $B M^T = A \leftarrow H(B) = 1$.

$$H(B) = 1 \rightarrow H(B) A = A$$

$$= (B B^T) A$$

$$= B (B^T A)$$

$$= B M^T = A$$

Jadi terbukti bahwa $H(B) = 1 \rightarrow B M^T = A$.

- (iii) Diketahui $M = A^T B$, akan dibuktikan $A' M \subset B$, untuk setiap A' .

- Misal $AM = B$ merupakan matriks trivial & jika B himpunan kosong, maka untuk sebarang anggota vektor A' di I^n , berlaku

$A' M = (A' A^T) B \subset H(A)B \subset B$, dan karena $A' A \leq H(A)$.

(iv) Diketahui $M^T = B^T A$, akan dibuktikan $A' M \subset B$, untuk setiap B' ,

- Misal $B M^T = A$ merupakan matrik trivial jika A merupakan himpunan kosong, maka untuk sebarang anggota vektor B' di I^n , berlaku

$B' M^T = (B' B^T) A \subset H(B) A \subset A$, dan karena $B' B \leq H(B)$.

8.3. Relasi Komposisi

Apabila nilai matriks M didapat, maka matriks B dapat diperoleh menggunakan relasi komposisi dari A dan M . demikian juga, matriks A dapat diperoleh menggunakan komposisi dari M dan B . selanjutnya akan dibahas relasi komposisi maks-min dan maks-perkalian.

a. Relasi Komposisi Maks-Min

Pada relasi komposisi maks-min, matriks B dapat diperoleh dengan menggunakan komposisi dari A dan M sebagai berikut:

$$B = A M \quad (8.5)$$

$$b_j = \max_{1 \leq i \leq n} \min(a_i, m_{ij}) \quad (8.6)$$

dengan menggunakan contoh 8.1, dapat diperoleh matriks B menggunakan persamaan 3.6, sebagai berikut :

$$b_1 = \max \{ \min(0,3; 0,2); \min(0,1; 0,1); \min(0,9; 0,2) \}$$

$$= \max(0,2; 0,1; 0,2) = 0,2$$

$$b_2 = \max \{ \min(0,3; 0,3); \min(0,1; 0,1); \min(0,9; 0,7) \}$$

$$= \max(0,3; 0,1; 0,7) = 0,7$$

atau

$$B = A M = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,1 \\ 0,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,7 \end{bmatrix}$$

Sedangkan matriks A dapat diperoleh dengan menggunakan komposisi dari B dan M^T sebagai berikut:

$$A = B M^T \quad (8.7)$$

$$a_i = \max_{1 \leq j \leq n} \min(b_j, m_{ji}) \quad (8.8)$$

Dengan menggunakan contoh 3.1, dapat diperoleh matriks A menggunakan persamaan 3.8, sebagai berikut:

$$a_1 = \max\{\min(0,2; 0,2); \min(0,7; 0,3)\} = \max(0,2; 0,3) = 0,3$$

$$a_2 = \max\{\min(0,2; 0,1); \min(0,7; 0,1)\} = \max(0,1; 0,1) = 0,1$$

$$a_3 = \max\{\min(0,2; 0,2); \min(0,7; 0,7)\} = \max(0,2; 0,7) = 0,7$$

atau

$$A = B M^T = [0,2 \quad 0,7] \begin{bmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,1 & 0,7 \end{bmatrix} = [0,3 \quad 0,1 \quad 0,7]$$

Pada arah yang berlawanan ini, tidak bisa didapatkan nilai A dengan tepat, yaitu $B M^T \neq A$. Hal ini telah dijelaskan pada Teorema 8.1.

b. Relasi Komposisi Maks-Perkalian

Pada relasi komposisi maks-perkalian, matriks B dapat diperoleh dengan menggunakan komposisi dari A M sebagai berikut:

$$B = AM \tag{3.9}$$

$$b_j = \max_{1 \leq i \leq n} \min(a_i^*, m_{ij}) \tag{3.10}$$

Dengan menggunakan contoh 8.2, dapat diperoleh matriks B dengan menggunakan persamaan 3.10 tersebut, sebagai berikut:

$$b_1 = \max\{(0,3*0,06); (0,1*0,02); (0,9*0,18)\}$$

$$= \max(0,018; 0,002; 0,162) = 0,162$$

$$b_2 = \max\{(0,3*0,21); (0,1*0,07); (0,9*0,63)\}$$

$$= \max(0,036; 0,007; 0,567) = 0,567$$

atau

$$B = AM = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,1 \\ 0,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,06 & 0,21 \\ 0,02 & 0,07 \\ 0,18 & 0,63 \end{bmatrix} = [0,162 \quad 0,567]$$

Sedangkan matrik A dapat diperoleh dengan komposisi BM^T sebagai berikut:

$$A = BM^T \tag{3.11}$$

$$a_i = \max_{1 \leq j \leq n} \min(b_j^*, m_{ij}) \tag{3.12}$$

Dengan menggunakan contoh 8.2, diperoleh matriks A menggunakan persamaan 3.12 tersebut, sebagai berikut:

$$a_1 = \max\{(0,2*0,06); (0,7*0,21)\}$$

$$= \max(0,012; 0,147)$$

$$= 0,147$$

$$a_2 = \max\{(0,2*0,02); (0,7*0,07)\}$$

$$= \max(0,004; 0,049)$$

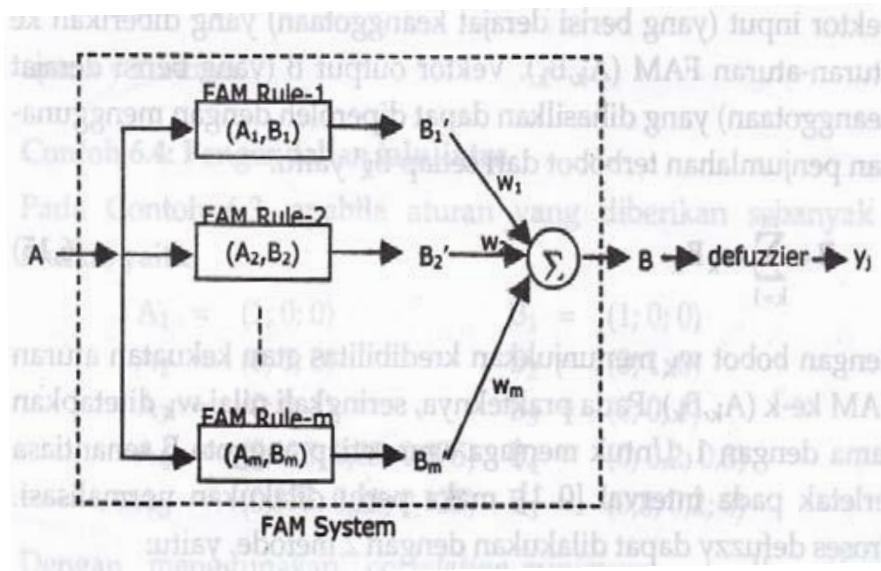
$$\begin{aligned}
&= 0,049 \\
a_3 &= \max\{(0,2*0,18); (0,7*0,63)\} \\
&= \max(0,036; 0,441) \\
&= 0,441
\end{aligned}$$

atau

$$A = BM^T = [0,2 \quad 0,7] \begin{bmatrix} 0,06 & 0,02 & 0,18 \\ 0,21 & 0,07 & 0,63 \end{bmatrix} = [0,147 \quad 0,049 \quad 0,441]$$

8.4. Pembentukan aturan MAF (*Superimposing FAM Rules*)

Misalkan suatu sistem MAF berisi m kelompok MAF yang berbeda, yaitu (A_1, B_1) , (A_2, B_1) , ..., (A_m, B_m) seperti terlihat pada gambar berikut :



Dengan menggunakan aturan pembelajaran Hebb, dapat diperoleh m matriks MAF M_1, M_2, \dots, M_m . Fuzzy Hebbian yang digunakan untuk mengkodekan m matriks MAF (M_1, M_2, \dots, M_m) adalah persamaan (8.1) untuk korelasi minimal atau persamaan (8.3) untuk korelasi perkalian. Dari m kelompok (A_k, B_k) ini, dapat ditentukan vektor B_k' sebagai:

$$B_k' = AM_k = A(A_k^T M), \text{ dengan } k=1, 2, \dots, m. \quad (8.13)$$

Untuk komposisi maks-min, dan

$$B_k' = AM_k = A(A_k^T M), \text{ dengan } k=1, 2, \dots, m. \quad (8.14)$$

Untuk komposisi maks-perkalian, dengan A adalah vektor input yang diberikan ke aturan-aturan MAF (A_k, B_k) . Sedangkan vektor output B yang dihasilkan dapat diperoleh menggunakan penjumlahan terbobot dari setiap B_k' yaitu:

$$B = \sum_{k=1}^m W_k B_k \quad 3.15$$

dengan bobot W_k menunjukkan kredibilitas atau kekuatan aturan MAF ke-k (A_k, B_k). Pada prakteknya, seringkali nilai W_k ditetapkan sama dengan 1. Untuk menjaga agar setiap anggota B senantiasa terletak pada interval $[0, 1]$, maka perlu dilakukan normalisasi. Adapun proses defuzzy yang digunakan adalah *Winner take all (maximum-membership defuzzification)* yaitu menjadikan nilai terbesar menjadi solusi terbaik.

8.5. Aplikasi MAF

Pada bagian ini akan dibahas aplikasi MAF dalam mencari jumlah produksi telur berdasarkan pengaruh faktor suhu, kebisingan, dan pencahayaan, sehingga diharapkan jumlah produk telur yang dihasilkan dapat memperoleh hasil yang maksimal.

Dalam contoh ini ada 30 pekerja, yang masing-masing melakukan 27 kali percobaan dengan kombinasi suhu ($^{\circ}\text{C}$), kebisingan (dB), dan pencahayaan (lux) yang berbeda untuk menghasilkan sejumlah produk telur. Dengan demikian banyaknya data yang diperoleh sejumlah 30×27 data = 810 data. Dari ketigapuluh data untuk setiap kombinasi diambil nilai rata-ratanya, sehingga data yang akan diolah tinggal 27 data saja seperti terlihat pada tabel berikut :

No	Suhu	Kebisingan	Pencahayaan	Rata-Rata Jumlah Produk	Standar Deviasi
1	22	55	150	148.00	4.71
2	22	55	300	150.90	4.78
3	22	55	500	146.50	4.90
4	22	75	150	143.10	4.90
5	22	75	300	146.53	4.58
6	22	75	500	142.73	5.42
7	22	90	150	136.73	4.49
8	22	90	300	140.77	4.49
9	22	90	500	135.97	4.75
10	26	55	150	149.73	4.43
11	26	55	300	153.27	5.59
12	26	55	500	152.13	5.04
13	26	75	150	148.00	5.15
14	26	75	300	150.63	5.06
15	26	75	500	147.63	4.84
16	26	90	150	141.47	5.69
17	26	90	300	145.67	4.81
18	26	90	500	140.20	4.76
19	32	55	150	142.10	4.28
20	32	55	300	146.53	5.38
21	32	55	500	142.17	4.53
22	32	75	150	138.70	4.84
23	32	75	300	141.40	4.95
24	32	75	500	138.30	5.12
25	32	90	150	133.33	4.71
26	32	90	300	138.53	4.51
27	32	90	500	133.77	4.83

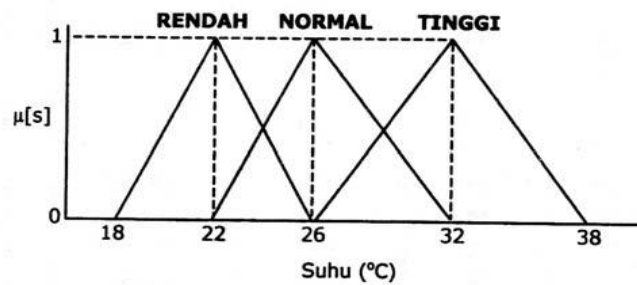
Selanjutnya, suhu akan diwakili dengan variabel S, kebisingan akan diwakili dengan variabel G, pencahayaan akan diwakili dengan variabel C, dan rata-rata jumlah produk akan diwakili dengan variabel P.

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas, akan dilakukan beberapa langkah sebagai berikut;

1. Pembentukan Fungsi Keanggotaan

Dari tabel contoh masalah ini, ada sebanyak 27 pasangan data, yaitu suhu ke-i (S_i), kebisingan ke-i (G_i), dan pencahayaan ke-i (C_i), dengan rata-rata jumlah produk ke-i (P_i), ($i=1, 2, \dots, 27$).

Pada variabel suhu (S), data yang dimiliki adalah 22°C , 26°C , dan 32°C , dengan demikian pada variabel ini bisa dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu RENDAH, NORMAL, dan TINGGI. Himpunan fuzzy RENDAH akan memiliki domain [18, 26], dengan derajat keanggotaan RENDAH tertinggi (=1) terletak pada nilai 22. Apabila suhu semakin kurang dari 22°C , maka kondisi suhu sudah semakin mendekati SANGAT RENDAH, dan keluar dari semesta pembicaraan dari data penelitian. Namun apabila suhu semakin melebihi 22°C , maka kondisi suhu sudah semakin mendekati NORMAL. Himpunan *fuzzy* RENDAH direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila suhu semakin mendekati 22°C . Grafik fungsi keanggotaannya seperti pada gambar berikut :



Fungsi keanggotaan untuk himpunan RENDAH seperti terlihat pada gambar dan persamaan 3.18.

$$\mu_{RENDAH}[s] = \begin{cases} 0, & s \leq 18 \text{ atau } s \geq 26 \\ (s-18)/4, & 18 \leq s \leq 22 \\ (26-s)/4, & 22 \leq s \leq 26 \end{cases} \quad (3.18)$$

Himpunan *fuzzy* NORMAL akan memiliki domain [22, 32], dengan derajat keanggotaan NORMAL tertinggi (=1) terletak pada nilai 26°C. Apabila suhu semakin kurang dari 26°C dan mendekati 22°C, maka kondisi suhu sudah semakin RENDAH, sehingga derajat keanggotaannya pada himpunan NORMAL akan semakin berkurang sedangkan derajat keanggotaannya pada himpunan RENDAH akan semakin bertambah. Namun apabila suhu semakin melebihi 26°C, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati TINGGI. Himpunan *fuzzy* NORMAL direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila suhu semakin mendekati 26°C. Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL seperti terlihat pada gambar dan persamaan 3.19.

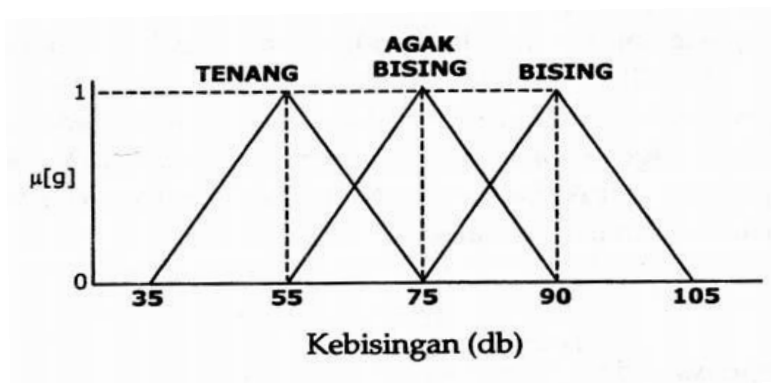
$$\mu_{NORMAL}[s] = \begin{cases} 0, & s \leq 22 \text{ atau } s \geq 32 \\ (s-22)/4, & 22 \leq s \leq 26 \\ (26-s)/4, & 26 \leq s \leq 32 \end{cases} \quad (3.19)$$

Himpunan *fuzzy* TINGGI akan memiliki domain [26, 38], dengan derajat keanggotaan NORMAL tertinggi (=1) terletak pada nilai 32. Apabila suhu semakin kurang dari 32°C dan mendekati 26°C, maka kondisi suhu sudah semakin NORMAL, sehingga derajat keanggotaannya pada himpunan TINGGI akan semakin berkurang sedangkan derajat keanggotaannya pada himpunan NORMAL akan semakin bertambah. Namun apabila suhu semakin melebihi 32°C, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati SANGAT TINGGI dan keluar dari pembicaraan data penelitian. Himpunan *fuzzy* TINGGI direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila suhu semakin mendekati 32°C. Fungsi keanggotaan untuk himpunan TINGGI seperti terlihat pada gambar dan persamaan (3.20).

$$\mu_{TINGGI}[s] = \begin{cases} 0, & s \leq 26 \text{ atau } s \geq 38 \\ (s-26)/6, & 26 \leq s \leq 32 \\ (38-s)/6, & 32 \leq s \leq 38 \end{cases} \quad (3.20)$$

Pada variabel kebisingan (G), data yang dimiliki adalah 55 dB, 75 dB, dan 90 dB, dengan demikian pada variabel ini bisa dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu

TENANG, AGAK BISING, dan BISING. Himpunan fuzzy TENANG akan memiliki domain [35, 75], dengan derajat keanggotaan TENANG tertinggi (=1) terletak pada nilai 55. Apabila tingkat kebisingan semakin kurang dari 55 dB, maka kondisi kebisingan sudah semakin mendekati SANGAT TENANG, dan keluar dari semesta pembicaraan dari data penelitian. Namun apabila tingkat kebisingan semakin melebihi 55 dB, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati AGAK BISING. Himpunan fuzzy TENANG direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat kebisingan semakin mendekati 55 dB, Fungsi keanggotaan untuk himpunan TENANG seperti terlihat pada gambar dan persamaan (3.21).



$$\mu_{TENANG}[g] = \begin{cases} 0, & g \leq 35 \text{ atau } g \geq 75 \\ (g-35)/20, & 35 \leq g \leq 55 \\ (75-g)/20, & 55 \leq g \leq 75 \end{cases} \quad (3.21)$$

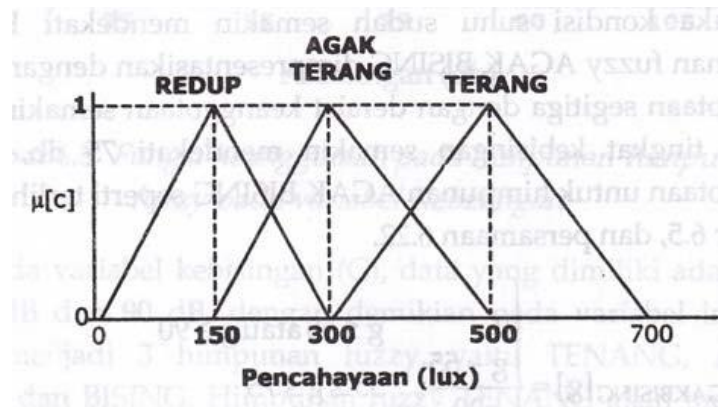
Himpunan fuzzy AGAK BISING akan memiliki domain [55, 90], dengan derajat keanggotaan AGAK BISING tertinggi (=1) terletak pada nilai 75. Apabila tingkat kebisingan semakin kurang dari 75 dB, maka kondisi kebisingan sudah semakin mendekati TENANG. Namun apabila tingkat kebisingan semakin melebihi 75 dB, maka kondisi suhu sudah semakin mendekati BISING. Himpunan fuzzy AGAK BISING direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat kebisingan semakin mendekati 75 dB. Fungsi keanggotaan untuk himpunan AGAK BISING seperti terlihat pada gambar, dan persamaan 3.22.

$$\mu_{AGAK\ BISING}[g]= \begin{cases} 0, & g \leq 55 \text{ atau } g \geq 90 \\ (g-55)/20, & 55 \leq g \leq 75 \\ (90-g)/20, & 75 \leq g \leq 90 \end{cases} \quad (3.22)$$

Himpunan *fuzzy* BISING akan memiliki domain [75, 105], dengan derajat keanggotaan BISING tertinggi (=1) terletak pada nilai 90. Apabila tingkat kebisingan semakin kurang dari 90 dB, maka kondisi kebisingan sudah semakin mendekati AGAK BISING. Namun apabila tingkat kebisingan semakin melebihi 90 dB, maka tingkat kebisingan sudah SANGAT BISING dan akan keluar dari semesta pembicaraan dan data penelitian. Himpunan *fuzzy* BISING direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat kebisingan semakin mendekati 90 dB. Fungsi keanggotaan untuk himpunan BISING seperti terlihat pada gambar dan persamaan 3.23.

$$\mu_{BISING}[g]= \begin{cases} 0, & g \leq 75 \text{ atau } g \geq 105 \\ (g-75)/15, & 75 \leq g \leq 90 \\ (105-g)/15, & 90 \leq g \leq 105 \end{cases} \quad (3.23)$$

Pada variabel pencahayaan (C), data yang dimiliki adalah 150 lux, 300 lux, dan 500 lux, dengan demikian pada variabel ini bisa dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy*, yaitu REDUP, AGAK TERANG, dan TERANG. Himpunan *fuzzy* REDUP akan memiliki domain [0, 300], dengan derajat keanggotaan REDUP tertinggi (=1) terletak pada nilai 150. Apabila tingkat pencahayaan semakin melebihi 150 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati AGAK TERANG. Himpunan *fuzzy* REDUP direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat pencahayaan semakin mendekati 150 lux. Fungsi keanggotaan untuk himpunan REDUP seperti terlihat pada gambar dan persamaan 3.24.



$$\mu_{REDUP}[c] = \begin{cases} 0, & c \leq 0 \text{ atau } c \geq 300 \\ c/150, & 0 \leq c \leq 150 \\ (300-c)/150, & 150 \leq c \leq 300 \end{cases} \quad (3.24)$$

Himpunan fuzzy AGAK TERANG akan memiliki domain [150, 500], dengan derajat keanggotaan AGAK TERANG tertinggi (=1) terletak pada nilai 300. Apabila tingkat pencahayaan semakin kurang dari 300 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati REDUP. Namun apabila tingkat pencahayaan semakin melebihi 300 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati TERANG. Himpunan fuzzy AGAK TERANG direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat pencahayaan semakin mendekati 300 lux. Fungsi keanggotaan untuk himpunan AGAK TERANG seperti terlihat pada gambar dan persamaan 3.25.

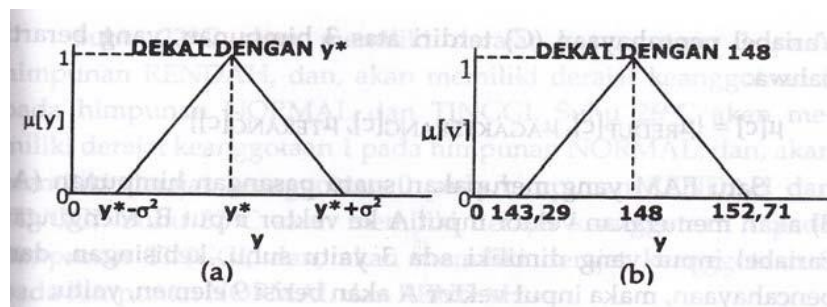
$$\mu_{AGAKTERANG}[c] = \begin{cases} 0, & c \leq 150 \text{ atau } c \geq 500 \\ (c-150)/150, & 150 \leq c \leq 300 \\ (500-c)/200, & 300 \leq c \leq 500 \end{cases} \quad (3.25)$$

Himpunan fuzzy TERANG akan memiliki domain [300, 700], dengan derajat keanggotaan TERANG tertinggi (=1) terletak pada nilai 500. Apabila tingkat pencahayaan semakin kurang dari 500 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati AGAK TERANG. Namun apabila tingkat pencahayaan semakin melebihi 500 lux, maka kondisi pencahayaan sudah semakin mendekati

SANGAT TERANG dan keluar dari semesta pembicaraan data penelitian. Himpunan *fuzzy* TERANG direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga dengan derajat keanggotaan semakin tinggi apabila tingkat pencahayaan semakin mendekati 50C lux. Fungsi keanggotaan untuk himpunan TERANG seperti terlihat pada gambar dan persamaan 3.26.

$$\mu_{TERANG}[c] = \begin{cases} 0, & c \leq 300 \text{ atau } c \geq 700 \\ (c-300)/200, & 300 \leq c \leq 500 \\ (700-c)/200, & 500 \leq c \leq 700 \end{cases} \quad (3.26)$$

Untuk variabel rata-rata jumlah produksi akan dibagi menjadi 27 himpunan dengan setiap himpunan mewakili bilangan *fuzzy* rata-rata jumlah produksi. Misal: pada data pertama, rata-rata jumlah produksi adalah 148 dengan standart deviasi 4,71; maka bilangan *fuzzy* DEKAT DENGAN 148 dapat direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga seperti pada gambar. Secara umum, fungsi keanggotaan himpunan DEKAT DENGAN y^* terlihat pada gambar dan Persamaan 3.27.



$$\mu_{DEKAT\ DENGAN\ y^*}[y] = \begin{cases} 0, & y \leq (y^* - \sigma^2) \text{ atau } y \geq (y^* + \sigma^2) \\ (y - (y^* - \sigma^2)) / \sigma^2, & 0 \leq c \leq 150 \\ ((y^* + \sigma^2) - y) / \sigma^2, & y^* \leq y \leq (y^* + \sigma^2) \end{cases} \quad (3.27)$$

Fungsi keanggotaan untuk rata-rata jumlah produk ini hanya akan digunakan pada saat rata-rata jumlah produk digunakan sebagai input, sedangkan apabila rata-rata jumlah produk digunakan sebagai output, fungsi ini tidak digunakan.

2. Pembentukan Matriks A dan B

Setelah fungsi keanggotaan ditentukan, maka akan diperoleh derajat keanggotaan setiap data pada setiap himpunan dalam variabel suhu, kebisingan, dan pencahayaan. Variabel suhu (S) terdiri atas 3 himpunan, yang berarti bahwa:

$$\mu[S] = \{\mu_{\text{RENDAH}} [S], \mu_{\text{NORMAL}} [S], \mu_{\text{TINGGI}} [S]\}$$

Variabel kebisingan (G) terdiri atas 3 himpunan, yang berarti bahwa:

$$\mu[g] = \{\mu_{\text{TENANG}} [S], \mu_{\text{AGAK BISING}} [S], \mu_{\text{BISING}} [S]\}$$

Variabel pencahayaan (C) terdiri atas 3 himpunan, yang berarti bahwa:

$$\mu[C] = \{\mu_{\text{REDUP}} [S], \mu_{\text{AGAK TERANG}} [S], \mu_{\text{TERANG}} [S]\}$$

Satu MAF yang merupakan suatu pasangan himpunan (A, B) akan memetakan vektor input A ke vektor output B. Mengingat variabel input yang dimiliki ada 3 yaitu suhu, kebisingan, dan pencahayaan, maka input vektor A akan berisi 9 elemen, yaitu:

$$A = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9).$$

$$A = (\mu_{\text{RENDAH}} [S], \mu_{\text{NORMAL}} [S], \mu_{\text{TINGGI}} [S], \mu_{\text{TENANG}} [S], \mu_{\text{AGAK BISING}} [S], \mu_{\text{BISING}} [S], \mu_{\text{REDUP}} [S], \mu_{\text{AGAK TERANG}} [S], \mu_{\text{TERANG}} [S])$$

Contoh untuk suhu 22°C, kebisingan 55 dB, dan pencahayaan 150 lux, vector input yang terbentuk:

$$A_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$$

Sedangkan vektor output B akan terdiri atas 27 elemen (sesuai dengan jumlah data). Elemen ke-j akan bernilai 1 untuk aturan ke-j. Semua elemen selain elemen ke-j akan bernilai 0 untuk aturan ke-j. Contoh untuk aturan ke-1:

$$B_1 = (1, 0)$$

3. Pembentukan Sistem MAF

Sistem MAF terdiri atas 27 aturan (*superimposing FAM rules*). Pada setiap aturan akan memuat 27 pasangan (A_k, B_k) dengan $k=1, 2, \dots, 27$. Vektor input A_k berisi derajat keanggotaan suhu ke-k pada himpunan RENDAH, NORMAL, TINGGI; derajat keanggotaan kebisingan ke-k pada himpunan TENANG, AGAK BISING, BISING; dan derajat keanggotaan pencahayaan ke-k pada himpunan REDUP, AGAK TERANG, TERANG.

Suhu 22°C akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan RENDAH dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan NORMAL dan TINGGI. Suhu 26°C akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan NORMAL dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan RENDAH dan TINGGI. Suhu 32°C akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan TINGGI dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan NORMAL dan RENDAH.

Kebisingan 55 dB akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan TENANG dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan AGAK BISING dan BISING. Kebisingan 75 dB akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan AGAK BISING dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan TENANG dan BISING. Kebisingan 90 dB akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan BISING dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan AGAK BISING dan TENANG. Pencahayaan 150 lux akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan REDUP dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada AGAK TERANG dan TERANG. Pencahayaan 300 lux akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan AGAK TERANG dan akan memiliki derajat keanggotaan 0 pada himpunan REDUP dan TERANG. Sedangkan pencahayaan 500 lux akan memiliki derajat keanggotaan 1 pada himpunan TERANG dan 0 pada himpunan REDUP dan AGAK TERANG.

Dari sini, akhirnya diperoleh vektor input A_k untuk setiap aturan ke-k ($k=1, 2, 3, \dots, 27$) sebagai berikut:

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| $A_1 = (1,0,0,1,0,0,1,0,0);$ | $A_{15} = (0,1,0,0,1,0,0,0,1);$ |
| $A_2 = (1,0,0,1,0,0,0,1,0);$ | $A_{16} = (0,1,0,0,0,1,1,0,0);$ |
| $A_3 = (1,0,0,1,0,0,0,0,1);$ | $A_{17} = (0,1,0,0,0,1,0,1,0);$ |
| $A_4 = (1,0,0,0,1,0,1,0,0);$ | $A_{18} = (0,1,0,0,0,1,0,0,1);$ |
| $A_5 = (1,0,0,0,1,0,0,1,0);$ | $A_{19} = (0,0,1,1,0,0,1,0,0);$ |
| $A_6 = (1,0,0,0,1,0,0,0,1);$ | $A_{20} = (0,0,1,1,0,0,0,1,0);$ |
| $A_7 = (1,0,0,0,0,1,1,0,0);$ | $A_{21} = (0,0,1,1,0,0,0,0,1);$ |
| $A_8 = (1,0,0,0,0,1,0,1,0);$ | $A_{22} = (0,0,1,0,1,0,1,0,0);$ |
| $A_9 = (1,0,0,0,0,1,0,0,1);$ | $A_{23} = (0,0,1,0,1,0,0,1,0);$ |
| $A_{10} = (0,1,0,1,0,0,1,0,0);$ | $A_{24} = (0,0,1,0,1,0,0,0,1);$ |
| $A_{11} = (0,1,0,1,0,0,0,1,0);$ | $A_{25} = (0,0,1,0,0,1,1,0,0);$ |
| $A_{12} = (0,1,0,1,0,0,0,0,1);$ | $A_{26} = (0,0,1,0,0,1,0,1,0);$ |
| $A_{13} = (0,1,0,0,1,0,1,0,0);$ | $A_{27} = (0,0,1,0,0,1,0,0,1);$ |
| $A_{14} = (0,1,0,0,1,0,0,1,0);$ | |

4. Pengujian

Pengujian dilakukan pada data yang ikut dalam aturan dan data bebas yang tidak ikut dalam aturan. Selain itu pengujian juga dilakukan dengan 2 arah, yaitu: pertama, menentukan rata-rata jumlah produk (B) berdasarkan input suhu, kebisingan, dan pencahayaan (A), dan yang kedua, menentukan kombinasi suhu, kebisingan, dan pencahayaan (A) berdasarkan input rata-rata jumlah produk (B). Pengujian dilakukan dengan mengambil nilai setiap bobot $w_k=1(k= 1, 2, \dots, 27)$ dengan metode *defuzzy winner take all*. Matriks B_k' tidak digunakan baik komposisi maks-min maupun komposisi maks-produk, namun digunakan perkalian matriks. Dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all*, penggunaan komposisi ini dilakukan sebagai upaya untuk mencegah adanya *flat area* pada daerah solusi. Komposisi untuk setiap aturan digunakan metode *maks*, artinya dalam semua aturan diambil nilai terbesar dari setiap elemen.

a. Pengujian 1

Pada pengujian pertama ini digunakan input: suhu, kebisingan, pencahayaan; output: rata-rata jumlah produk; dan dikenakan pada data yang ikut dijadikan sebagai aturan.

(i)Tes-1: Input: suhu = 22°C, kebisingan = 75 dB, pencahayaan = 300 lux. Output rata-rata jumlah produk adalah 146.53. Data ini memberikan suatu vektor input:

$$A = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0);$$

Dengan menggunakan komposisi perkalian matriks, matriks B_k' untuk $k= 1, 2, \dots, 27$; diperoleh dari:

$$B_k' = A * M_k$$

Setelah diperoleh matriks B_k' , akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan B_k' , yaitu:

$$B = (1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 1, 0, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 2, 1, 0, 1, 1, 0)$$

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-5 (= 3), dengan menggunakan metode *defuzzy winter take all* diperoleh nilai $y = 146.53$. Dengan demikian pengujian ini benar.

(ii)Tes-2: Input: suhu = 26°C, kebisingan = 90 dB, pencahayaan = 150 lux. Output rata-rata jumlah produk adalah 141.47. Data ini memberikan suatu vektor input:

$$A = (0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0);$$

Seperti halnya penyelesaian pada tes-1, akan didapat matriks B sebagai berikut;

$$B = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 1, 1)$$

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-16 (=3), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $y = 141.47$. Dengan demikian pengujian ini benar.

(iii) Tes-3: Input: suhu = 32°C, kebisingan = 55 dB, pencahayaan = 500 lux. Output rata-rata jumlah produk adalah 142.17. Data ini memberikan suatu vektor input:

$$A = (0,0,1,1,0,0,0,1);$$

Seperti halnya penyelesaian pada tes-1, akan didapat matriks B sebagai berikut; B_k' , yaitu:

$$B = (1, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 1, 2)$$

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-21 (= 3), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $y=142,17$. Dengan demikian pengujian ini benar. Pengujian telah dilakukan semua pada data yang digunakan sebagai aturan, dan memberikan hasil yang benar untuk semua data.

b. Pengujian 2

Pada pengujian kedua ini digunakan input: suhu, kebisingan, pencahayaan; output: rata-rata jumlah produk; dan dikenakan pada data yang tidak ikut dijadikan sebagai aturan.

(i)Tes-1: Input: suhu = 25°C, kebisingan = 60 dB, pencahayaan = 200 lux. Untuk mendapatkan vektor input A sebelumnya perlu dicari terlebih dahulu derajat keanggotaan nilai tiap variabel dalam setiap himpunan.

$$\begin{aligned} a_1 &= \mu_{\text{RENDAH}} [25] &= (26-25)/4 &= 0,25 \\ a_2 &= \mu_{\text{NORMAL}} [25] &= (25-22)/4 &= 0,75 \\ a_3 &= \mu_{\text{TINGGI}}[25] &= 0 \\ a_4 &= \mu_{\text{TENANG}} [60] &= (75-60)/20 &= 0,75 \\ a_5 &= \mu_{\text{AGAKBISING}} [60] &= (60-55)/20 &= 0,25 \\ a_6 &= \mu_{\text{BISING}}[60] &= 0 \\ a_7 &= \mu_{\text{REDUP}} [200] &= (300-200)/150 &= 0,66 \\ a_8 &= \mu_{\text{AGAKTERANG}} [200] &= (200-150)/150 &= 0,33 \\ a_9 &= \mu_{\text{TERANG}}[200] &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Vektor input A: } A = (0,25; 0,75; 0; 0,75; 0,25; 0; 0,66; 0,33; 0)$$

Dengan menggunakan komposisi penjumlahan perkalian (*sum-product*) nilai setiap B_k' untuk $k=1, 2, \dots, 27$; diperoleh dari:

$$B_k' = A * M_k$$

Setelah diperoleh nilai B_k' , akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan B_k' yaitu:

$$B = (1,6667; 1,3333; 1,0000; 1,1667; 0,8333; 0,5000; 0,9167; 0,5833; 0,2500; 2,1666; 1,833; 1,5000; 1,6667; 1,333; 1,0000; 1,4167; 1,0833; 0,7500; 1,467; 1,0833; 0,7500; 0,9167; 0,5833; 0,2500; 0,6667; 0,3333; 0,0000)$$

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-10 (= 2,1667), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $y = 149,73$.

(ii) Tes-2: Input: suhu = 30°C, kebisingan = 80 dB, pencahayaan = 400 lux.

Untuk mendapatkan vektor input A sebelumnya perlu dicari terlebih dahulu derajat keanggotaan nilai tiap variabel dalam setiap himpunan.

$$\begin{aligned} a_1 = \mu_{RENDAH} [30] &= 0 \\ a_2 = \mu_{NORMAL} [30] &= (32-30)/4 = 0,50 \\ a_3 = \mu_{TINGGI} [30] &= (30-26)/6 = 0,66 \\ a_4 = \mu_{TENANG} [80] &= 0 \\ a_5 = \mu_{AGAK BISING} [80] &= (90-80)/20 = 0,5 \\ a_6 = \mu_{BISING} [80] &= (80-75)/15 = 0,33 \\ a_7 = \mu_{REDUP} [400] &= 0 \\ a_8 = \mu_{AGAK TERANG} [400] &= (500-400)/200 = 0,50 \\ a_9 = \mu_{TERANG} [400] &= (400-300)/200 = 0,50 \end{aligned}$$

$$\text{Vektor input A: } A = (0; 0,50; 0,66; 0; 0,50; 0,33; 0; 0,50; 0,50)$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap B_k' untuk $k=1,2,\dots,27$; diperoleh dari:

$$B_k' = A * M_k$$

Setelah diperoleh nilai B_k' , akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan B_k' , yaitu:

$$B = (0; 0,5000; 0,5000; 0,5000; 1,0000; 1,0000; 0,3333; 0,8333; 0,8333; 0,5000; 1,0000; 1,0000; 1,0000; 1,5000; 1,5000; 0,8333; 1,3333; 1,3333; 0,6667; 1,1667; 1,1667; 1,1667; 1,6667; 0,9999; 1,4999; 1,4999)$$

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-24 (=1,6777), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $y = 138,30$.

(iii) Tes-3: Input: suhu = 35°C, kebisingan = 100 dB, pencahayaan = 600 lux. Untuk mendapatkan vektor input A sebelumnya perlu dicari terlebih dahulu derajat keanggotaan nilai tiap variabel dalam setiap himpunan.

$$\begin{aligned} a_1 = \mu_{RENDAH} [35] &= 0 \\ a_2 = \mu_{NORMAL} [35] &= 0 \\ a_3 = \mu_{TINGGI} [35] &= (38-35)/6 = 0,50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_4 &= \mu_{\text{TENANG}} [100] &= 0 \\
a_5 &= \mu_{\text{AGAK BISING}} [100] &= 0 \\
a_6 &= \mu_{\text{BISING}} [100] &= (105-100)/15 = 0,33 \\
a_7 &= \mu_{\text{REDUP}} [600] &= 0 \\
a_8 &= \mu_{\text{AGAK TERANG}} [600] &= 0 \\
a_9 &= \mu_{\text{TERANG}} [600] &= (700-600)/200 = 0,50
\end{aligned}$$

Vektor input A: $A = (0; 0; 0,50; 0; 0; 0,33; 0; 0; 0,50)$

Dengan menggunakan komposisi *sumproduct*, nilai setiap B_k' untuk $k=1,2,\dots,27$; diperoleh dari: $B_k' = A * M_k$

Setelah diperoleh nilai B_k' , akan didapat nilai vektor B dari penjumlahan $\square\square\square$, yaitu:

$$\begin{aligned}
B &= (0; 0; 0,5000; 0; 0; 0,5000; 0,3333; 0,3333; 0,8333; 0; 0; 0,5000; 0,3333; \\
&0,3333; 0,5000; 0,3333; 0,3333; 0,8333; 0,5000; 0,5000; 1,0000; 0,5000; \\
&0,5000; 1,0000; 0,8333; 0,8333; 1,3333)
\end{aligned}$$

Elemen terbesar dari vektor B adalah elemen ke-27 (=1,3333), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $y=133,77$.

c. Pengujian 3

Pada pengujian ketiga ini digunakan input: rata-rata jumlah produk; output: suhu, kebisingan, pencahayaan; dan dikenakan pada data yang ikut dijadikan sebagai aturan.

(i) Tes-1: Input: rata-rata jumlah produk = 142,10. Output yang bersesuaian adalah suhu = 32°C, kebisingan = 55 dB, dan pencahayaan = 150 lux.

Diperoleh vektor input;

$$\begin{aligned}
B &= (0; 0; 0,102; 0,796; 0,033; 0,884; 0; 0,703; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,889; \\
&0,258; 0,600; 1; 0,176; 0,861; 0,298; 0,859; 0,2579; 0; 0,208; 0)
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk $k=1,2,\dots,27$; diperoleh dari

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan matriks A_k' , yaitu: $A = (0,884; 0,889; 1; 1; 0,884; 0,889; 1; 0,859; 0,861)$

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $s=32$. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $g=55$. Elemen ke-7

sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai c=150. Sehingga benar bahwa suhu = 32°C, kebisingan = 55 db, dan pencahayaan = 150 lux.

(ii) Tes-2: Input: rata-rata jumlah produk= 133,33.

Output yang bersesuaian adalah suhu = 32°C, kebisingan = 90 dB, dan pencahayaan = 150 lux. Diperoleh vektor input B:

$$B = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,243; 0; 0,444; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,029; 1; 0; 0,909)$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk k=1,2,... 27; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k' yaitu:

$$A = (0,444; 0; 1; 0; 0,029; 1; 1; 0; 0,909)$$

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai s=32. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai g=90. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all*.

diperoleh nilai c=150. Sehingga benar bahwa suhu = 32°C, kebisingan = 90 db, dan pencahayaan = 150 lux.

(iii) Tes-3: Input: rata-rata jumlah produk = 153,27.

Output yang bersesuaian adalah suhu = 26°C, kebisingan = 55 dB, dan pencahayaan = 300 lux; Diperoleh vektor input B:

$$B = (0; 0,504; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,201; 1; 0,774; 0; 0,478; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk K=1,2,...27; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k' , yaitu:

$$A = (0,504; 1; 0; 1; 0,478; 0; 0,201; 1; 0,774)$$

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $s=26$. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1, dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $g=55$. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=1), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $c=150$.

d. Pengujian 4

Pada pengujian keempat ini digunakan input: rata-rata jumlah produk; output: suhu, kebisingan, pencahayaan; dan dikenakan pada data yang tidak ikut dijadikan sebagai aturan.

(i) Tes-1: Input: rata-rata jumlah produk = 150. Diperoleh vektor input B:

$$B = (0,5756; 0,8117; 0,2863; 0; 0,2430; 0; 0; 0; 0; 0,9390; 0,4149; 0,5776; 0,6119; 0; 8755; 0,5102; 0; 0,0996; 0; 0; 0,3550; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk $k=1,2,\dots,27$; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k' , yaitu:

$$A = (0,8117; 0,9390; 0,3550; 0,9390; 0,8755; 0,0996; 0,9390; 0,8755; 0,5776)$$

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=0,9390), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $s=26$. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=0,9390), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $g=55$. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=0,9390), dengan menggunakan metode *defuzzy winner take all* diperoleh nilai $c=150$. Sehingga didapat hasil: suhu= 26°C , kebisingan= 55 db, dan pencahayaan= 150 lux. Apabila ditinjau dari data sebenarnya, rata-rata produk untuk kombinasi ini adalah 149,73 dengan standart deviasi 4,43. Nilai 150 masih berada pada range kombinasi tersebut. ($145,3 < 150 < 154,16$).

(ii) Tes-2: Input: rata-rata jumlah produk = 133. Diperoleh vektor input B:

$$B = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,1702; 0; 0,3741; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,9299; 0; 0; 0,8404)$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' untuk $k=1,2,\dots,27$; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k' , yaitu:

$$A = (0,3741; 0; 0,9299; 0; 0; 0,9299; 0,9299; 0; 0,8404)$$

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=0,9299), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai $s=32$. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=0,9299), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai $g=90$. Elemen ke-7 sampai Ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-1 (=0,9299), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai $c=150$. Sehingga didapat hasil: suhu=32°C, kebisingan=90 dB, dan pencahayaan=150 lux. Apabila ditinjau dari data sebenarnya, rata-rata produk untuk kombinasi ini adalah 133,33 dengan standart deviasi 4,71. Nilai 133 masih berada pada range kombinasi tersebut ($128,62 < 133 < 138,04$).

(iii)Tes-3: Input: rata-rata jumlah produk = 145. Diperoleh vektor input B:

$$B = (0,3633; 0; 0,6941; 0,6123; 0,6662; 0,5812; 0; 0,0569; 0; 0; 0; 0; 0,4178; 0; 0,4565; 0,3792; 0,8607; 0; 0,3221; 0,7156; 0,3758; 0; 0,2720; 0; 0; 0; 0)$$

Dengan menggunakan komposisi *sum-product*, nilai setiap A_k' = untuk $k=1, 2, \dots, 27$; diperoleh dari:

$$A_k' = B * M_k^T$$

Setelah diperoleh nilai A_k' , akan didapat nilai vektor A dari penjumlahan A_k' ,

$$A = (0,6941; 0,8607; 0,7156; 0,7156; 0,6662; 0,8607; 0,6123; 0,8607; 0,6941)$$

Elemen ke-1 sampai ke-3 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=0,8607), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai $s=26$. Elemen ke-4 sampai ke-6 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-3 (=0,8607), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai $g=90$. Elemen ke-7 sampai ke-9 dari vektor B yang terbesar adalah elemen ke-2 (=0,8607), dengan menggunakan metode defuzzy winner take all diperoleh nilai $c=300$. Sehingga didapat hasil: suhu=26°C, kebisingan=90 dB, dan pencahayaan=300 lux. Apabila ditinjau dari data sebenarnya, rata-rata produk untuk kombinasi ini adalah 145,67 dengan standart deviasi 4,81. Nilai 145 masih berada pada range kombinasi tersebut ($140,86 < 145 <$

150,48). Hasil pengujian terhadap beberapa rata-rata jumlah produksi telur seperti terlihat pada tabel berikut.

No	Rata-Rata Jumlah Produk	Suhu	Kebisingan	Pencahayaan
1	134	32	90	500
2	137	22	90	150
3	139	32	75	150
4	140	26	90	500
5	142	32	55	150
6	144	22	75	150
7	146	26	90	300
8	147	32	55	300
9	149	26	55	150
10	151	22	55	300