Bidang Fokus/Unggulan : Teknologi Informasi
Fakultas : MIPA

LAPORAN AKHIR

RISET TERAPAN UNGGULAN UNSRAT (RTUU)

IMPLEMENTASI KONSEP REKURSIF PADA DESAIN MOTIF BATIK MINAHASA BERBASIS HIMPUNAN JULIA

TIM PENGUSUL

Ketua Peneliti
Jullia Titaley, S.Pd, M.Si - 0018077204

Anggota Peneliti
Prof. Dr. Benny Pinontoan, M.Sc - 0004066603
Tohap Manurung, S.Si, M.Si - 0024127901

UNIVERSITAS SAM RATULANGI
NOVEMBER 2018

Dibiayai dari Daftar Isian Pelaksanaan Anggaran (DIPA)
Nomor : SP DIPA – 042.01.2.400959/2018 tanggal 5 Desember 2017
5742.003.053.525119

HALAMAN PENGESAHAN

RISET TERAPAN UNGGULAN UNSRAT (RTUU)

Judul *Implementasi Konsep Rekursi Pada Desain Motif Batik Minahasa Berbasis Himpunan Julia*

Peneliti/Pelaksana

Nama Lengkap	: JULLIA TITALEY
Perguruan Tinggi	: Universitas Sam Ratulangi
NIP/NIK	: 197207182000032001
NIDN	: 0018077204
Jabatan / Golongan	: Lektor - III/c
Fakultas / Program Studi	: Fakultas Matematika dan ilmu pengetahuan alam - Matematika
Nomor HP	: 081342580024
Alamat surel(e-mail)	: july.titaley@gmail.com
Tahun Pelaksanaan	: Tahun ke 1 dari rencana 2 Tahun
Biaya Yang Diusulkan	: Rp. 52,500,000
Biaya Maksimum	: Rp. 60,000,000

Anggota

Anggota (1)

Nama	: BENNY PINONTOAN
NIDN	: 0004066603
Perguruan Tinggi	: Universitas Sam Ratulangi

Anggota (2)

Nama	: TOHAP MANURUNG
NIDN	: 0024127902
Perguruan Tinggi	: Universitas Sam Ratulangi

Mengetahui
Dekan Fakultas Matematika dan ilmu pengetahuan alam,

(Prof.Dr. Benny Pinontoan, M.Sc)
NIP/NIK : 196606041995121001

Manado, 24 September 2018
Ketua,

(JULLIA TITALEY, S.PD.,M.SI)
NIP/NIK : 197207182000032001

Menyetujui,
Ketua LPPM UNSRAT

(Prof.Dr.Ir. Charles L. Kaunang, MS)
NIP/NIK : 195910181986031002

RINGKASAN

Rekursif adalah suatu proses bias memanggil dirinya sendiri. Menurut definisi dalam Microsoft Bookshelf, Rekursif adalah kemampuan suatu rutin untuk memanggil dirinya sendiri. Dalam rekursif sebenarnya terkandung pengertian prosedur dan fungsi. Perbedaannya adalah bahwa rekursif bias memanggil ke dirinya sendiri, tetapi prosedur dan fungsi harus dipanggil lewat pemanggil prosedur dan fungsi.

Dominasi modernitas dan kepraktisan seringkali menggerus nilai-nilai tradisional yang sesungguhnya memiliki nilai budaa tinggi. Dengan motif yang dihasilkan dari fungsi matematika yang sangat bervariasi, bukan hal yang tidak mungkin motif tradisional batik Minahasa akan mulai berkurang dan akhirnya ditinggalkan. Oleh karena itu perpaduan antara motif batik Minahasa dengan konsep rekursif dan Motif berbasis *Julia Set* akan penulis terapkan demi konservasi budaya dan perkembangan budaya itu sendiri. Tanpa menghilangkan ciri khas batik Minahasa, yang menunjukkan sumber ragam hias daerah ini, motif batik berbasis *Julia Set* akan mampu menjadikan batik tampak lebih modern tanpa kehilangan makna aslinya sebagai batik Minahasa yang motifnya telah dikenal dengan keindahan dan keunikannya.

PRAKATA

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Kuasa atas berkat dan rahmatNya sehingga seluruh rangkaian kegiatan Penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.

Kegiatan Riset Terapan Unggulan Universitas Sam Ratulangi (RDUU) dapat dilaksanakanberkat adanya bantuan dan kerjasama yang sangat baik dari semua pihak yang terlibat. Pada kesempatan ini kami mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada :

1. Universitas Sam Ratulangi yang telah memberikan dana untuk pelaksanaan kegiatan penelitian ini
2. Ketua LPPM Unsrat yang telah memberikan persetujuan untuk melaksanakan kegiatan penelitian ini
3. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan namanya satu persatu, yang telah membantu terlaksananya penelitian ini.

Kami menyadari bahwa apa yang telah kami lakukan dan hasilkan selama melaksanakan kegiatan penelitian ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kami mengharapkan saran dan kritik yang konstruktif dari semua pihak demi penyempurnaan laporan akhir penelitian ini.

Manado, November 2018

Tim Peneliti

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebuah seni warisan nenek moyang yang hingga kini masih tetap bertahan dengan banyaknya mode pakaian keluaran terbaru yang modern. Batik diminati tidak hanya oleh masyarakat Minahasa (Sulawesi Utara) saja, melainkan masyarakat yang berada diluar Sulawesi Utara juga memiliki keterkaitan terhadapnya. Beberapa kota seperti, Bandung, Bali dan beberapa kota di di wilayah Barat Indonesia telah berhasil mengembangkan batik dengan ciri khas motif masing-masing. Ketertinggalan dalam hal teknologi membuat sebuah kemungkinan buruk yang akan membuat batik Minahasa kalah bersaing dengan batik-batik produksi luar yang memiliki variasi motif dan diproduksi dengan teknologi tinggi.

Demi menjaga eksistensi batik Minahasa, salah satu caranya yaitu menambah variasi motif yang unik dan menarik. Motif batik yang bersumber dari Matematika akan sangat menarik tentunya. Dengan kompleksnya ilmu matematika, banyak yang tidak menyangka bahwa matematika memiliki sebuah sisi keindahan.

Dalam kehidupan sehari-hari kita dapat menemukan kegiatan yang dilakukan berulangkali untuk mencapai suatu tujuan tertentu. Kegiatan yang dilakukan berulang-ulang hingga mencapai suatu tujuan tertentu disebut kegiatan yang rekursif. Di bidang matematika, terdapat juga suatu fungsi yang memanggil fungsi itu sendiri atau dengan kata lain, fungsi tersebut dikerjakan beruang-ulang yang dinamakan rekursif. Rekursifitas juga berperan penting di dalam ilmu computer. Ada banyak sekali algoritma-algoritma komputasi yang digunakan untuk mencari solusi suatu permasalahan.

Pada penelitian sebelumnya, peneliti telah membuat variasi batik baru yang merupakan gabungan antara motif batik Minahasa (asli) dan motif yang dibangkitkan dari fungsi iterasi (IFS) dan Himpunan Julia. Pada penelitian ini akan diterapkan konsep rekursifitas pada batik Minahasa kemudian digabungkan dengan variasi motif batik berbasis Julia Set.

Dominasi modernitas dan kepraktisan seringkali menggerus nilai-nilai tradisional yang sesungguhnya memiliki nilai budaa tinggi. Dengan motif yang dihasilkan dari fungsi matematika yang sangat bervariasi, bukan hal yang tidak mungkin motif tradisional batik Minahasa akan mulai berkurang dan akhirnya ditinggalkan. Oleh karena itu perpaduan antara motif batik Minahasa hasil rekursif dan Motif batik berbasis *Julia Set* akan penulis terapkan demi konservasi budaya dan perkembangan budaya itu sendiri. Tanpa menghilangkan ciri khas batik Minahasa, yang menunjukkan sumber ragam hias daerah ini, motif batik ini akan mampu menjadikan batik tampak lebih modern tanpa kehilangan makna aslinya sebagai batik Minahasa yang motifnya telah dikenal dengan keindahan dan keunikannya.

1.2 Tujuan Khusus

Secara spesifik penelitian ini bertujuan sebagai berikut :

Menerapkan konsep rekursifitas dalam variasi motif batik Minahasa berbasis Julia Set.

1.2 Target Luaran

Akhir dari penelitian diharapkan dapat dipergunakan oleh pembatik lokal untuk menambah kreasi motif batik yang baru. Selain itu target luaran lain yang ingin dicapai diakhir penelitian ini disajikan pada tabel 1.1 dibawah ini:

Tabel 1. Target Luaran

No	Luaran	Target dicapai pada bulan “November 2018”
1	Publikasi Ilmiah di Jurnal Internasional (ber-ISSN)	Review
2	Pemakalah dalam International Conference	Sudah dilaksanakan
3	Karya Seni	Produk
4	HKI	draft

BAB 2
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Batik Minahasa

Batik Minahasa adalah batik yang menggunakan motif tradisional atau motif kreasi dari tanah adat Minahasa. Menggunakan Batik tradisional sudah berarti menegaskan bahwa kain atau busana yang diproses dengan menggunakan perintang warna lilin ini dibuat dengan menempatkan ragam hias yang berdasarkan nilai-nilai filosofi masyarakat Minahasa.

Salah satu sumber variasi motif batik Minahasa adalah waruga, yaitu kubur khas wilayah setempat. Pada waruga didapati berbagai ragam hias yang khas, antara lain adalah manusia kangkang. Secara umum ada beberapa sumber variasi motif bati Minahasa yakni :

1. Situs-situs purbakala seperti Waruga
2. Tanaman/tumbuhan khas Minahasa seperti tawang, tuis, gedi, edelweis dll.
3. Hewan (Resouan) seperti burung Manguni, burung Pisok, Yaki, Tarsius dll.
4. Geometris (Pakarisan) atau simbol-simbol bentuk garis yang membentuk pola tertentu.(Hamidin, Asep; 2010)

2.2 Konsep Rekursif

Sebuah objek dikatakan rekursif (recursive) jika objek tersebut didefinisikan dalam terminology dirinya sendiri. Proses mendefinisikan objek dalam terminology dirinya sendiri disebut rekursi (recursion). Fungsi rekursif merupakan fungsi yang memanggil dirinya sendiri. Terdapat 2 (dua) komponen penting dalam fungsi rekursif yaitu kondisi kapan berhentinya fungsi (Basis) dan pengurangan atau pembagian data ketika fungsi memanggil dirinya sendiri (rekurens). Aplikasi rekursif dalam bidang informatika adalah fractal, dimana bentuk-bentuk geometris yang terdiri atas bagian-bagian kecil, dimana tiap bagiannya adalah copy (dalam ukuran yang lebih kecil) dari bentuk keseluruhan. Objek fractal adalah salah satu bentuk rekursif.

Rekursif adalah konsep pengulangan yang penting dalam ilmu komputer. Konsep ini dapat digunakan untuk merumuskan solusi sederhana dalam sebuah permasalahan yang sulit untuk diselesaikan secara iterative dengan menggunakan *lop for, while do*. Pada saat tertentu konsep ini dapat digunakan untuk mendefinisikan permasalahan dengan konsisten dan sederhana. Rekursif juga dapat diartikan sebagai proses yang memanggil dirinya sendiri, merupakan suatu fungsi atau prosedur dan terdiri atas (1) suatu kondisi untuk berhenti atau Basis dan (2) kondisi untuk proses rekursif, memanggil diri sendiri atau Rekurens.

2.1.1 Rekursi Dasar

Rekursif berarti bahwa suatu proses bias memanggil dirinya sendiri. Menurut definisi dalam Microsoft Bookshelf, Rekursif adalah kemampuan suatu rutin untuk memanggil dirinya sendiri. Dalam rekursif sebenarnya terkandung pengertian prosedur dan fungsi. Perbedaannya adalah bahwa rekursif bias memanggil ke dirinya sendiri, tetapi prosedur dan fungsi harus dipanggil lewat pemanggil prosedur dan fungsi.

Fungsi rekursif didefinisikan oleh dua bagian :

(i) Basis

Bagian yang berisi nilai fungsi yang teridentifikasi secara eksplisit. Bagian ini sekaligus menghentikan rekursif dan memberikan sebuah nilai yang terdefinisi pada fungsi rekursif.

(ii) Rekurens

Bagian ini mendefinisikan fungsi dalam terminology dirinya sendiri. Berisikan kaidah untuk menemukan nilai fungsi pada suatu input dari nilai-nilai lainnya pada input yang lebih kecil.

2.2.2 Rekursi Tail

Sebuah proses rekursi dikatakan rekursi tail jika pernyataan terakhir yang akan dieksekusi berada dalam tubuh fungsi dan hasil yang kembali pada fungsi tersebut bukanlah bagian dari fungsi tersebut. Ciri fungsi rekursif tail adalah fungsi tersebut tidak memiliki aktivitas selama fase balik. Sebagai langkah awal dapat dipahami alas an dalam definisi awal yang bukan rekursi tail.

2.3 Fraktal

2.3.1 Definisi Fraktal

Pada masa lalu, matematika memberikan perhatian sangat besar pada himpunan dan fungsi yang mulus (smooth), yang dapat dipelajari dengan kalkulus klasik. Sedangkan himpunan dan fungsi yang tidak mulus dan tidak teratur cenderung diabaikan. Namun pada 2 dasawarsa terakhir ini anggapan tersebut telah berubah. Perhatian orang mulai ditujukan pula kepada himpunan-himpunan yang tidak mulus. Lebih jauh lagi, himpunan yang tidak teratur memberikan penyajian yang lebih baik untuk fenomena alam dibandingkan dengan gambar-gambar dalam geometri klasik. Geometri fraktal memberikan kerangka umum untuk mempelajari himpunan yang tidak teratur. Obyek-obyek alam seperti gunung, pantai, awan dan pohon tidak dapat digambarkan dengan baik secara tradisional, yaitu dengan menggunakan Geometri Euclides. Akhirnya disadari bahwa Geometri Euclides hanya mampu mempresentasikan obyek-obyek buatan manusia, seperti garis, segitiga, segiempat, lingkaran dll. Sedangkan geometri fraktal dapat mempresentasikan obyek-obyek yang muncul di alam dengan baik (Susanta, et.al, 1993:1-2)

Fraktal adalah cabang baru dalam matematika dan seni. Orang semakin mengenal fraktal karena gambar-gambar yang dihasilkan menarik. Fraktal bisa dihasilkan dengan cara mengulang suatu pola sehingga memiliki struktur yang serupa dengan bentuk semula untuk tiap bagiannya. Pengulangan pola-pola tersebut menyebabkan suatu fraktal dapat memiliki detil tak hingga. Geometri fraktal mampu mendeskripsikan bentuk-bentuk yang tak hinga banyaknya.

Meskipun fraktal sangat berkaitan dengan teknologi komputer, tetapi fraktal ditemukan sebelum teknologi komputer berkembang. Benoit Mandelborg (1982:5) adalah orang yang pertama kali mengenalkan istilah fraktal pada tahun1982 dalam bukunya yang berjudul “The Fractal Geometry of Nature”. Kata fraktal berasal dari kata fractus (bahasa latin) yang berarti patah, rusak atau tidak teratur untuk menyatakan benda-benda yang sangat tidak teratur. Sebelum istilah fraktal digunakan, benda-benda yang tidak teratur disebut kura monster.

Dua sifat penting yang dimiliki fraktal adalah self-similarity (kesebangunan diri) dan dimensinya yang tidak bulat. Sifat self-similarity dapat terlihat jelas pada pohon pakis. Setiap bagian dari pohon pakis itu memiliki bentuk yang serupa dengan bentuk awalnya atau bentuk utuhnya. Mandelbrot mendefinisikan fraktal sebagai himpunan yang mempunyai dimensi tak bulat. Setiap bangun dalam geometri Euclid memiliki dimensi yang bulat, misalnya titik berdimensi nol, garis lurus dan kurva berdimensi satu, bidang datar dan luasan berdimensi dua, dan benda-benda ruang berdimensi tiga. Secara umm fraktal memiliki bentuk yang tidak teratur dan dimeninya tidak bulat, sehingga konsep fraktal tidak dapat dijelaskan dengan konsep geometri klasik. Falkoner (1990:xx) lebih suka memberikan definisi fraktal secara deskriptif, dan tidak memberikan definisi secara eksplisit. Falconer mendefinisikan sifa-sifat sbb :

(i) Mempunyai struktur halus (fine structur) yakni terinci pada skala yang sembarang kecilnya
(ii) Terlalu tak teratur untuk dinyatakan dalam geometri tradisional,
(iii) Sering mempunyai bentuk yang berkesebangunan (self similarity)
(iv) Dimensi fraktal biasanya lebih besar daripada dimensi topologinya, dan
(v) Dalam banyak hal fraktal didefinisikan sangat sederhana, sering secara rekursif.

2.3.2 Jenis-Jenis Fraktal

Terdapat banyak sekali tipe dari fraktal, namun pada dasarnya fraktal dapat digolongkan ke dalam 6 kelompok besar :

1. Fraktal yang diturunkan dari geometri standar menggunakan trasformasi iterasi pada bentuk-bentuk standar seperti garis lurus, segitiga atau kubus.
2. *IFS (Iterated Function System).* Jenis fraktal ini diperkenalkan oleh Michael Barnsley. Struktur dari fraktal ini ditentukan oleh satu set dari fungsi linear yang transformasinya terjadi berdasarkan keseragaman, translasi dan rotasi. Fungsi yang dimasukkan ke dalam sistem dipilih secara acak, tapi set akhir/final adalah pasti dan memperlihatkan struktur fraktal.
3. *Plasma fractal*. Dibentuk dengan teknik gerak Brown (Brownian motion) atau algoritma titik tengah (midpoint). Fraktal jenis ini menghasilkan

tekstur indah dengan struktur fraktal seperti awan, api, batu, kau dan lain-lain.

4. *L-System*. Juga disebut sebagai sistem Linenmeyer, tidak diciptakan untuk membentuk fraktal, tetapi untuk memodelkan pertumbuhan dan interaksi. L-system adalah grammar formal yang secara berulang-ulang melakukan aturan-aturan menjadi sebuah set. Sebagai hasilnya, kadang-kadang dihasilkan suatu struktru fraktal.
5. Gambar fraktal yang dicptakan dengan iterasi dan fungsi polinomial. Mungkin adalah jenis fraktal yang paling terkenal adalah *Julia Set* dan Mandelbrot. Hanya jenis inilah yang sudah sangat luas diteliti dan dikembangkan dengan berbagai algoritma pewarnaan. Himpunan Julia dan Mandelbrot adalah dua jenis fraktal yang sangat terkenal, yang tergolong ke dalam fraktal bilangan kompleks.

2.4 *IFS* (*Iterated Functon System)* dan *Julia Set* (Himpunan Julia)

Himpunan Julia merupakan salah satu bidang yang dibahas dalam ilmu matematika yaitu iterasi (*pengulangan*) fungsi bilangan kompleks. Fungsi Himpunan Julia merupakan fungsi dinamis dalam matematika yang jika dilukiskan akan menghasilkan suatu grafik dengan berbagai bentuk dan motif yang indah (Devancy, 1992:23).

Himpunan Julia, pertama kali diselidiki oleh matematikawan Perancis Gaston Julia (1893-1978) dan merupakan salah satu contoh fraktal yang didefinisikan pada bilangan kompleks. Himpunan Julia dibangun dari iterasi-iterasi fungsi kompleks dengan dirinya sendiri. Banyak fraktal dari himpunan titik-titik dibidang kompleks didefinisikan dengan fungsi yang sederhana. Salah satu fungsi yang membangun himpunan Julia adalah $z_{n+1} = z_n^2 + c$
Dengan c adalah bilangan kompleks. Fungsi ini sering disebut pemetaan kuadratik. Dalam geometri fraktal, himpunan Julia sangat erat kaitannya dengan himpunan Mandelbrot yang ditemukan oleh Benoit Mandelbrot.

Diberikan f_c: C→ C dengan $f_c(z) = z^2 + c$, $c \in$ C. Himpunan semua titik di C yang mempunyai orbit yang terbatas terhadap f_c, yaitu $\{z \in C: \{f_c^n(z)\} terbatas\}$, disebut himpunan Julia penuh, dan dinotasikan dengan $K(f_c)$.

Julia Set J pada fungsi $f_c(z) = z^2 + c$, $c \in$ C adalah kompak untuk semua c.

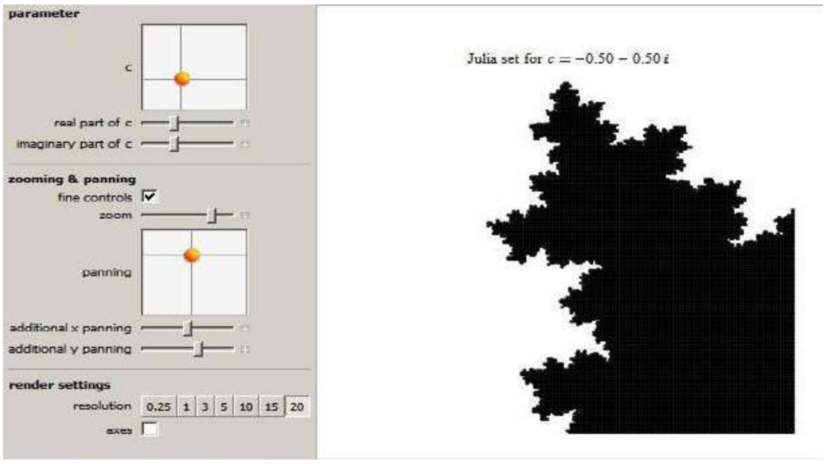
Pada prinsip dasarnya, pola dengan metode Julia Set dihasilkan melalui proses zooming atau pembesaran ukuran terhadap pola dasar. Nilai C imaginer dan C real dapat dimodifikasi atau diubah untuk mendapatkan bentuk dan pola yang berbeda. Selain itu Julia Set juga menggunakan zooming untuk mendapatkan pola yang berbeda. Nilai maksimum iterasi juga menentukan variasi warna pada pola yang dihasilkan.

Grafika komputer menyediakan cara yang menarik dan secara grafik/cara alami dari fraktal ini akan diuji secara visual dan cara yang lebih mudah daripada menggunakan banyak angka. Secara garis besar dapat di jelaskan beberapa langkah dalam Julia Set :

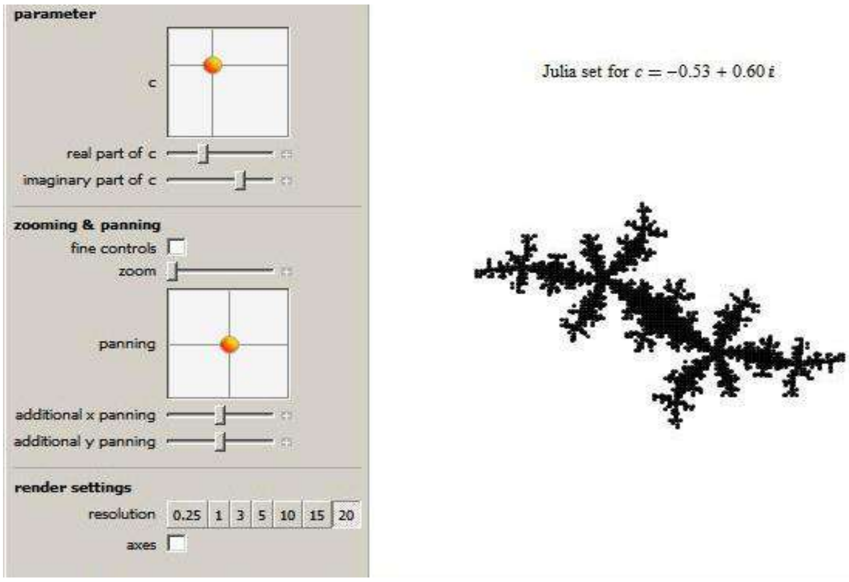
1. Julia Set menggunakan $f_c(z) = z^2 + c$, $c \in$ C
2. Sistem menghasilkan masing-masing output dengan mengkuadratkan input dan menambahkan dengan c
3. Orbit input menentukan bagaimana nilai digambarkan
4. Orbit adalah set nilai output sebagai fungsi yang diiterasi
5. Contoh $f(z) = z^2 + 2$ dengan z dimulai dengan angka 0 maka urutan output adalah 2, 6, 38, 2090918,...
6. Orbit dikatakan menjadi tak terhingga sebagaimana nilainya didekati dengan tak terhingga (dikenal dengan orbit tak berhingga).
7. Orbit tak berhingga adalah satu dengan nilai diset dengan nilai sekitar 1. Contoh jika $f(z) = z^2 – 1$ dengan nilai z mulai dari 0 maka urutan output adalah 0, -1, 0, -1, 0, ... sehingga nilai-nilai ini tak pernah berakhir dan perlu dibatasi.

Contoh demo *Julia Set*

1.



2.



Gambar 1. Contoh demo *Julia Set*

BAB 3

TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

3.1 Tujuan Penelitian

Secara spesifik penelitian ini bertujuan sebagai berikut :

Menerapkan konsep rekursifitas dalam variasi motif batik Minahasa berbasis Julia Set.

3.2. Manfaat Penelitian

Manfaat dari hasil akhir penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat kepada pembatik dan masyarakat umum sebagai berikut :

1. Mempromosikan batik Minahasa
2. Memperkaya desain batik Indonesia, dan
3. Memperkenalkan fraktal sebagai salah satu motif baru dalam variasi mendesain batik.

BAB 4
METODE PENELITIAN

4.1. Alat dan Sumber Data

a. Data yang digunakan untuk mendapatkan pengetahuan tentang variasi motif batik Minahasa berasal dari pembatik yang ada di Sulawesi Utara. Selain itu data juga diperoleh dari referensi-referensi yang terkait.

b. Alat yang digunakan

Untuk kegiatan penelitian ini, alat-alat yang digunakan adalah sebagai berikut :

1. Perangkat keras : Sebuah notebook dengan spesifikasi prosesor minimal Intel inside Core i5, 1.66 GGB, 500Gb HDD, 1 GB DDR2
2. Perangkat lunak : Sistem Operasi Microsoft XP Profesional, Software Jbatik

4.2. Tahapan Penelitian

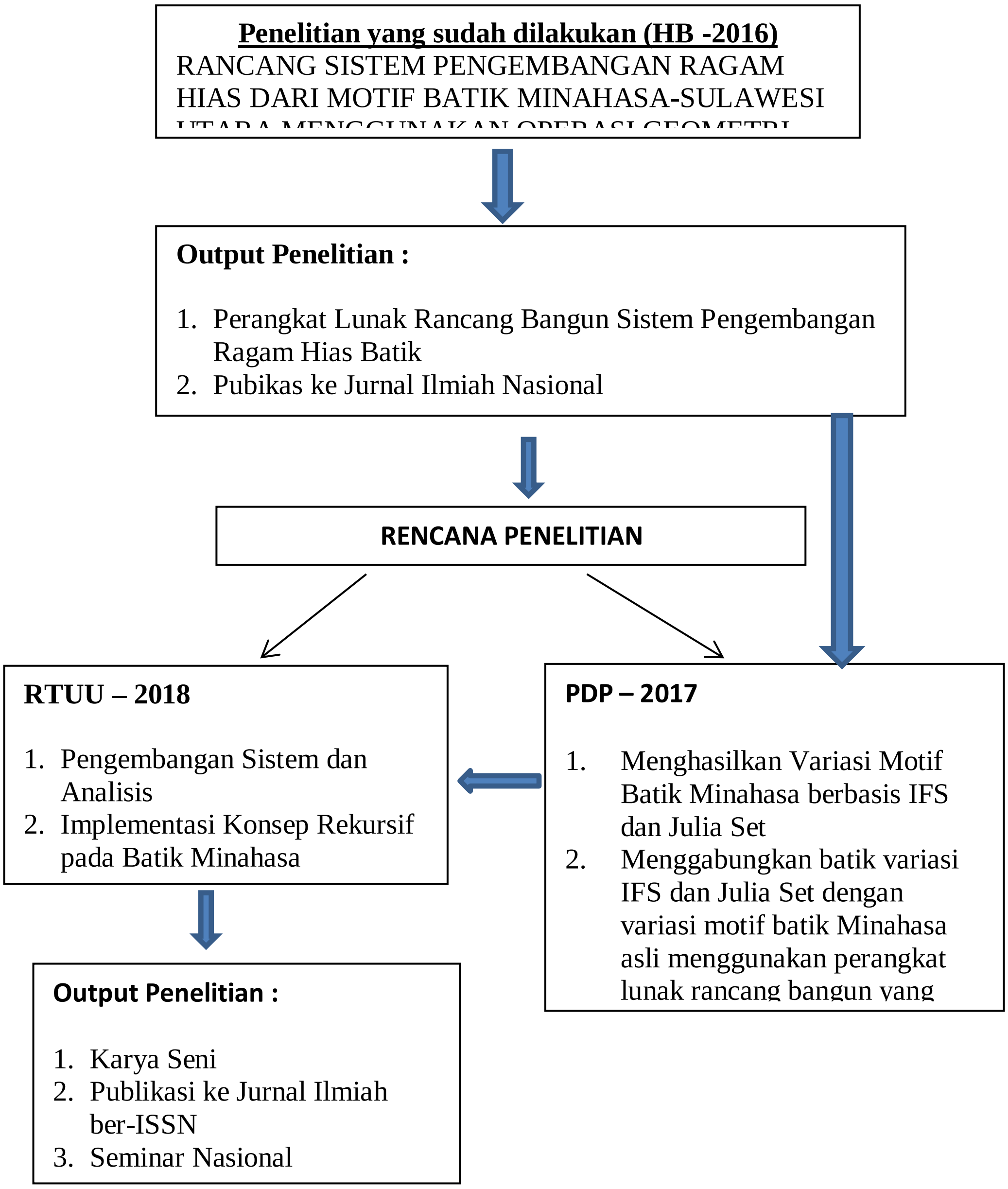
a. Metode dalam penelitian ini dilakukan dalam beberapa tahap yaitu :

1. Pengumpulan Data variasi motif batik Minahasa

   Teknik pengumpulan data yang dimaksud dalam penelitan iniadalah mengumpulkan variasi motif batik Minahasa yang dihasilkan oleh para pengrajin di Sulawesi Utara. Pengumpulan data akan dilakukan dengan cara turun langsung ke Museum dan pengrajin batik yang ada. Selain itu pengumpulan data batik juga akan dilalukan melalui internet yaitu pada situs batik Minahasa misalnya waleminahasa.com dll.
2. Dari hasil survei pada langkah (1) dan searching internet, maka dilakukan studi literatur untuk menentukan pemetaan dari sistem fungsi yang teriterasi dan fungsi pada himpunan Julia untuk beberapa motif batik Minahasa. Untuk lebih jelasnya dapat digambarkan sbb :
   a. Menentukan pemetaan sistem fungsi teriterasi atau IFS
   b. Menentukan bentuk fungsi pada himpunan Julia yaitu $f_c(z) = z^2 + c$, dengan z dan c adalah bilangan kompleks, $z = a + ib$, menentukan nilai n, a, b dan c dengan $n > 1$; $a, b \in R$, $c \in \mathbb{C}$

3. Pemograman komputer dengan software untuk memvisualisasikan hasil yang diperoleh pada langkah (2a) dan (2b).
4. Dari hasil yang diperoleh pada langkah (3), kemudian dilakukan penggabungan dengan variasi motif batik Minahasa pada Perangkat Lunak Batik Fraktal yang sudah dibuat pada penelitian sebelumnya (2016).

b. Diagram Tahapan Penelitian



Gambar 2. Diagram Tahapan Penelitian

BAB 5
HASIL DAN LUARAN

5.1 Membuat motif *Julia Set*

Julia set merupakan salah satu jenis fraktal yaitu objek yang tampak memiliki sifat keserupaan diri (*self similarity*) dan dibangkitkan dari fungsi polinomial. Bentuk umum Julia set yang digunakan dalam penelitian ini adalah $f_{n+1}(z) = z_n^2 + c$ dimana n adalah banyak iterasi, z mempresentasikan sebuah variabel yang bisa juga termasuk semua nilai pada bidang kompleks berbentuk $x + yi$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$, c merupakan parameter bilangan kompleks $c = a + bi$ diman $a, b \in \mathbb{R}$ Berikut ini algoritma yang dapat digunakan untuk membuat *Julia set.*

Julia set pada umumnya dibangkitkan dengan bilangan kompleks awal $z = x + yi$ dimana $i^2 = -1$, kemudian z diiterasikan secara berulang dengan c adalah bilangan kompleks lainnya yang memberikan sebuah *Julia set* tertentu. Misalkan diberikan $z_n = x + yi$ dan $c = a + bi$ maka untuk iterasi sebanyak n berlaku :

$$z_{n+1} = z_n^2 + c = (x + yi)^2 + (a + bi) = (x^2 - y^2 + a) + (2xy + b)i$$

sehingga $z_{n+1} \in \mathbb{C}$ dengan $re = (x^2 - y^2 + a)$ dan $im = (2xy + b)$. Untuk setiap nilai awal z yang diberikan, misalnya z_0 maka terdapat dua kemungkinan yang akan terjadi terhadap nilai $f(z)$ yang diiterasi pada saat n bertambah mendekati tak terhingga, yaitu $f(z)$ akan terus bertambah tanpa batas atau akan tetap berada dalam batas. Pertambahan iterasi (n) menambahkan detail baru yang tak terhingga tetapi ketika gambar diperbesar maka sifat kemiripan-diri tetap ada. Untuk kasus khusus di mana $c = 0 + 0i$, *Julia set* hanya berbentuk lingkaran (bukan fraktal) berjari-jari 1. Jari-jari ambang batas set Julia $r(c) = max(|c|, 2)$ menyediakan kriteria tes yang berguna untuk implementasi melalui komputer dan

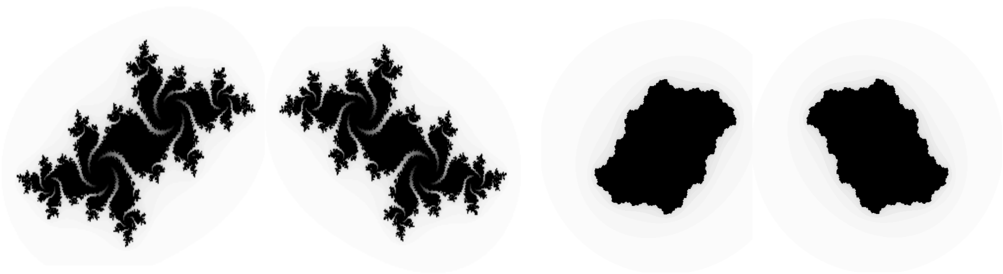
Julia set dengan parameter c yang kecil memiliki grafik yang menarik, misalnya *Julia set* dengan nilai $-2 \leq a \leq 2$ dan $-2 \leq b \leq 2$. Pemilihan parameter c sangat penting untuk memberikan bentuk *Julia set* yang diinginkan. Kombinasi parameter c memiliki tiga bentuk yaitu :

a) c yang disusun dari bilangan real saja ($re \neq 0, im = 0$)

b) c yang disusun dari bilangan imaginer saja ($re = 0, im \neq 0$)

c) c yang disusun dari bilangan real dan imaginer ($re \neq 0, im \neq 0$)

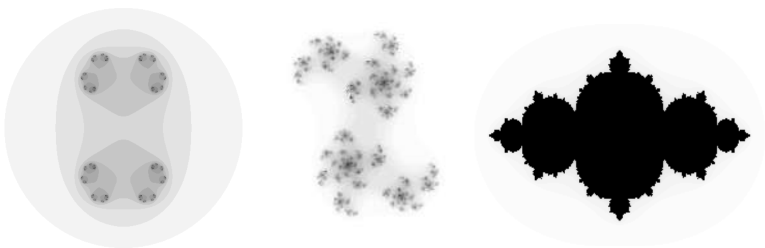
Salah satu kasus khusus dimana untuk x yang sama dan $a \neq 0$, nilai $c = a + bi$ dan $c = a - bi$ bentuknya terbalik secara horizontal (gambar 3).



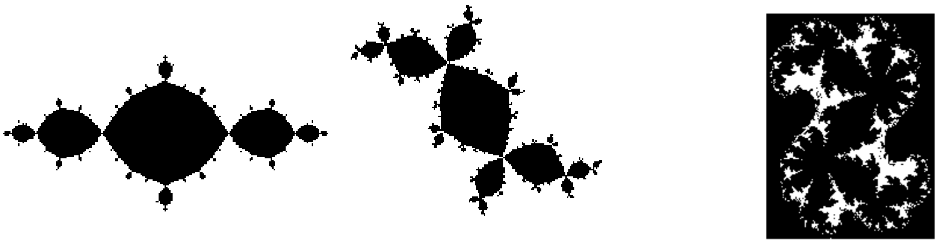
(a) **(b)** **(c)** **(d)**

Gambar 3. .*Julia set* 6 (a) *Julia set* $c = -0.50625 + 0.5277778i$, (b) *Julia set* $c = (-0.50625 - 0.5277778i)$, (c) *Julia set* $c = 0.3i$, (d) *Julia set* $c = -0.3i$

Dari penjabaran diatas secara umum terdapat beberapa bentuk *Julia set* : yaitu debu Cantor (*cantor dust*), kelinci (*rabbit*), naga (*dragon*), basilika (*basilica*) dan budha.



(a) **(b)** **(c)**



(d) (e) (f)

Gambar 4. Jenis Bentuk *Julia Set*(a) *Julia set* $c = 0.7$,(b) *Julia set* $c = 0.44 + 0.29i$, (c) budha, (d) *basilica*, (e) *rabbit*, (f) *dragon*

5.2 Attracting Fixed Point dan Repelling Periodic Point

Titik z_0 dikatakan *attracting fixed point* terhadap f jika z_0 berada dalam daerah persekitaran D. Jika $z \in D$, maka $f^n(z) \in D, n > 0$ dan $f^n(z) \to z_{0,}, \ n \to \infty$. Titik z_0 dikatakan repelling fixed point pada f jika z_0 tidak berada dalam daerah persekitaran D, $z \in D$, maka $f^n(z) \notin D$ untuk semua $n > 0$.

Teorema 1

Diberikan f(z) memiliki titik z_0, maka z_0 attractive, jika $|f'(z_0)| < 1$, dan repelling jika $|f'(z_0)| > 1$. Jika $|f'(z_0)| = 1$, maka z_0 dikatakan neutral. Jika z_0 titik periodik dengan periode n untuk *f(z),* maka z_0 adalah fixed point untuk $f^2(n)$.

Bukti.

Pembuktian Teorema 1 ini diberikan secara jelas pada (.)

5.3 Prisoner Set dan Escape Set

Definisi 1

Jika diberikan suatu persamaan $z_n = z_{n-1}^2 + c$, n = 1,2,3,… dan membentuk suatu orbit z_0, z_1, z_2, ….. dengan titik awal z_0, maka orbit tersebut dikatakan escape set untuk parameter c apabila $|z_n| \to \infty, \ n \to \infty$.$E_c = \{z_0 : |z_n| \to \infty \ jika \, n \to \infty\}$ adalah prisoner set untuk parameter c $P_c = \{z_0 : z_0 \notin E_c\}$. Himpunan Julia untuk parameter c adalah batas ata dari escape set E_c.

5.4 Fungsi Linier

Misalkan fungsi $f(z) = az$, dimana a bilangan kompleks konstan yang tidak nol, dan z adalah suatu bilangan kompleks $z = x + iy$. Dengan menuliskan a dan z dalam bentuk persamaan polar $a = \rho e^{i\emptyset}$, dan $z_0 = re^{i\theta}$, maka

$f(z_0) = az_0 = \rho re^{i(\theta+\emptyset)}$. Besarnya nilai fungsi f akan tergantung pada besarnya radius r dengan faktor ρ dan sudut putar ϕ. Dengan melakukan iterasi seperti pada persamaan (1) maka didapatkan $f^2(z_0) = a(az_0) = a^2z = \rho^2re^{i(\theta+2\emptyset)}$. Orbit dari z_0 yaitu :

$$z_0 = re^{i\theta},\ z_1 = \rho re^{i(\theta+\emptyset)},\ z_2 = \rho^2re^{i(\theta+2\emptyset)}, \ldots\ldots, z_n = \rho^nre^{i(\theta+n\emptyset)}, \ldots\ldots,$$

karena

$\left|e^{i(\theta+n\emptyset)}\right| = 1$, maka modulus dari z_n adalah

$$|z_n| = \left|\rho^nre^{i(\theta+n\emptyset)}\right| = \rho^nr\left|e^{i(\theta+n\emptyset)}\right| = \rho^nr$$

Persamaan Kuadrat Bilangan Kompleks

Dengan meninjau persamaan kuadrat bilangan kompleks $Q_c(z) = z^2 + c$, Dimana c adalah bilangan kompleks yang konstan. Misalkan $Q_0(z) = z^2$, dengan $z_0 = re^{i\theta}$, maka orbit z_0 di Q_0 adalah berturut-turut $z_0 = re^{i\theta}$, $z_1 = r^2e^{i(2\theta)}$, $z_2 = r^4e^{i(4\theta)}$, ..., $z_n = r^{2n}e^{i(2n\theta)}$. Jadi dapat diketahui bahwa perubahan orbit dari z_0 sangat bergantung dengan radius dari z_0 itu sendiri.

Jika r < 1, maka $r^{2^n} \to 0$ selama $n \to \infty$, jadi orbit dari z_0 akan menuju ke titik asal dengan catatan titik asal tersebut adalah *attracting fixed point* pada $Q_0(z) = z^2$. Jika r >1, maka $r^{2^n} \to \infty$ selama $n \to \infty$, jadi orbit dari z_0 akan menuju ke ∞ (*unbouded*). Jika r = 1 dan z_0 berada dalam lingkaran satuan, maka $r^{2^n} = 1$, jadi orbit dari z_0 akan selalu berada dalam lingkaran satuan.

5.5 Analisis Himpunan Julia

Daerah Himpunan Julia (*filled Julia)* untuk fungsi

$$Q_c(z) = z^2 + c$$

adalah himpunan dari semua titik-titik yang memiliki orbit yang terbatas. Himpunan Julia adalah batas antara *filled Julia Set* dan himpunan titik-titik yang memiliki orbit yang tidak terbatas (*escape Set*). Tinjau persamaan $Q_c(z) = z^2$ dapat diketahui dari persamaan kuadrat bilangan kompleks bahwa jika $|z_0| <$

1, maka orbit akan menuju 0 dan orbit akan terbatas (*unbounded*). Jika $|z_0| > 1$ maka orbit akan menuju ke tak hingga, dan orbit ini tidak terbatas (*unbounded).* Dengan melihat kumpulan dari orbit-orbit tersebut, dapat diketahui bahwa himpunan Julia untuk persamaan (3) di $c = 0$ merupakan suatu lingkaran satuan.

Untuk membuat fraktal himpunan Julia, harus ditentukan terlebih dahulu nulai parameter c, yang bagian real dan imaginernya dalam interval tutup [-2,2]. Misalkan c = -0.5 + 0.5i dan ambil 6 titik *(x + iy)* antara lain :

Titik 1 = (1.00, 0.00) , Titik 2 = (0.50, 0.25), Titik 3 = (0.00, 0.88),

Titik 4 = (0.000, 0.000), Titik 5 = (0.500, -0.250), Titik 6 = (-0.250, 0.500).

Dengan melakukan sebanyak *n* iterasi pada masing-masing titik, maka hasil iterasi tersebut akan membentuk orbit dari titik itu sendiri dan orbit-orbit itulah yang akan memperlihatkan bentuk-bentuk fraktal pada himpunan Julia.

Orbit 1 : $z_0 = 1+0i$,

$z_1 = z_0^2 + c = (1 + 0i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = 0.50 + 0.50i$

$z_2 = z_1^2 + c = (0.50 + 0.50i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -0.50 + 1.00i$

$z_3 = z_2^2 + c = (0.50 + 1.00i)^2 + (-0.5 + 0.5i) = -1.25 + (-0.50)i$

:

:

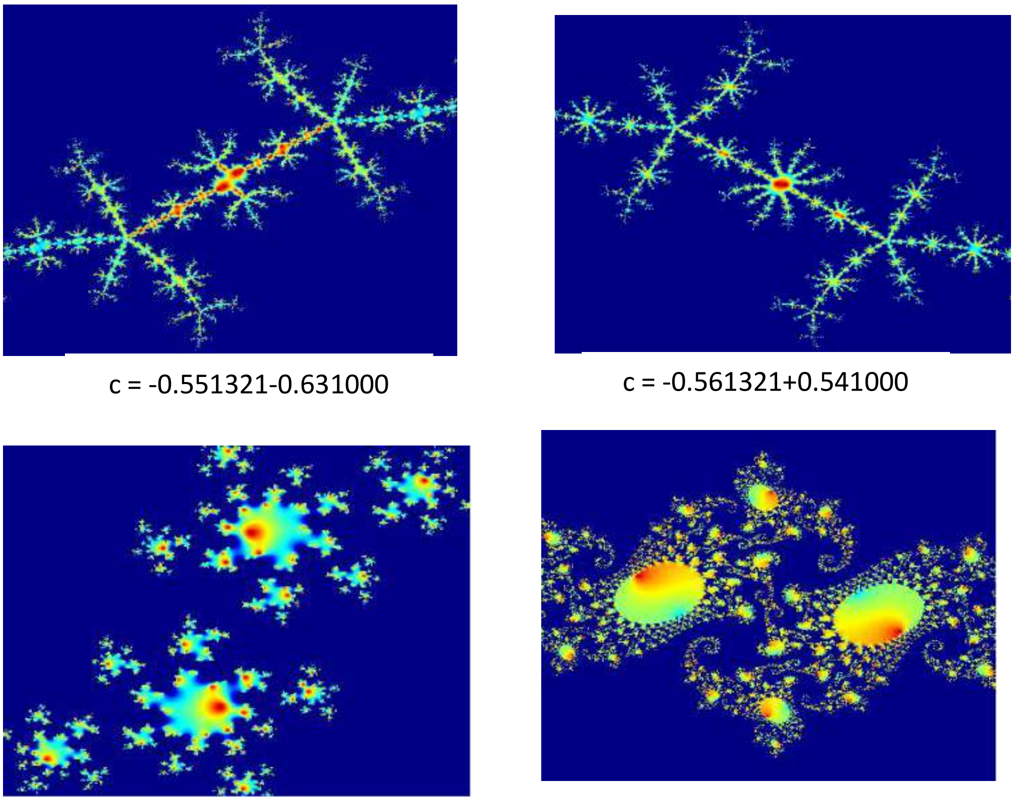
tak berhingga

Jadi orbit 1, orbit 2 dan orbit 3 akan menuju tak berhingga *(escape set*). Keragaman titik iterasi diperlihatkan pada tabel 2.

Tabel 2. Orbit 1,2 dan 3 menuju tak

	Orbit 1		Orbit 2		Orbit 3	
	x	*Y*	*x*	*Y*	*x*	*Y*
z_0	1.00	0.00	0.50	0.25	0.00	0.88
z_1	0.50	0.50	-0.31	0.75	-1.27	0.50
z_2	-0.50	1.00	-0.96	0.03	0.87	-0.77
z_3	-1.25	-0.50	0.43	0.44	-0.34	-0.85
z_4	0.81	1.75	-0.51	0.88	-1.12	1.07
z_5	-2.90	3.34	-1.01	-0.39	-0.41	-1.90
z_6	-3.26	-18.91	0.37	1.30	-3.93	2.04
z_7	-347.46	123.68	-2.04	1.46	10.79	-15.52
z_8			1.53	-5.46	-124.77	-334.49
z_9			-28.01	-16.27		

Berikut beberapa motif *Julia Set* kuadratik dengan nilai c yang berbeda



Gambar 5. Motif *Julia Set* Kuadratik

Algoritma Fraktal pada Himpunan Julia

Algoritma Himpunan Julia yang diterjemahkan ke dalam bahasa program adalah sebagai berikut :

a. Menentukan banyaknya titik-titik (n) dari setiap orbit yang akan diuji. Menentukan warna pada titik-titik yang berada dalam himpunan Julia dan menentukan warna pada titik-titik yang berada diluar himpunan Julia.

b. Input bilangan kompleks c.

c. Memilih titik-titik dari ruang/bidang untuk diuji

d. Untuk setiap titik-titik dari bagian bidang yang telah dipilih , lakukan perhitungan dari titik awal orbit dengan menggunakan fungsi $Q(z) = z^2 + c$.

e. Jika terdapat titik dari suatu orbit terletak di luar lingkaran dengan radius 2, hentikan iterasi dan warna untuk titik ini, misalkan warna kuning kehitam-hitaman atau merah kehitam-hitaman.

f. Jika semua dari titik-titik dari suatu orbit terletak dalam lingkaran dengan radius 2 maka membuat warna hitam pada himpunan julia.

g. Jika semua titik-titik yang berada dalam bidang telah dihitung maka selesai.

5.6 Luaran Penelitian

Luaran yang dihasilkan dari hasil penelitian ini adalah publikasi pada Jurnal Internasional. Artikelnya disajikan sebagai berikut :

Julia Set with Trigonometric Function

Jullia Titaley[1a], Benny Pinontoan[1b], Henriette DT[2]

[1]Department of Mathematics, Sam Ratulangi University, Manado, Indonesia
[2]Department of Engineering, Politeknik Negeri Ambon, Ambon, Indonesia

Email: [a]july.titaley@gmail.com

Received
Accepted for publication
Published

Abstract

Julia sets are defined by iterating function of a complex number and is generated from the iterated function $f_c(z) = z_n^2 + c$. In recent decades, Ashis and Mamta [7], introduced study of cubic Julia sets in NO with improved escape criterions for the cubic polynomial. We investigate in this paper the complex dynamics of different functions and applied iteration function system to generate an entire new class of julia set. This paper introduces the different types of orbits on Cubic Julia set with trigonometric functions. The two functions to investigate from julia sets are sine and cosine function.

Keywords: Julia Sets, cubic Julia sets, trigonometry function

Introduction

In mathematics, a fractal is an abstract object used to describe and simulate naturally occuring objects. Julia sets can be simple (like a circle) or extremely complicated like a fractal. Interesting facts about Julia sets and related mathematics began in the 1920's with Gaston Julia [9]. His extraordinary talents were recognized from an early age and altough in every subject. Julia sets are defined by iterating a function of a complex number. Julia sets have been studied for quadratic [4,5], cubic [4,5,7] and also for higher degree polynomials. Pick a point in the complex plane (i.e.., a complex number; these can be represented as a point *z = (x,y)* in the plane). Iterate the function starting at this point.

Having had a look at the fun that can be had with fractals based on z $f_{n+1}(z) = z_n^2 + c$. What happens when we start with functions borrowed from trigonometry? The two obvious functions to investigate in this research are sine and cosine function. Research by Riskika and Julia was to produce a combination of Batik Minahasa based on julia set. The results show that by selecting a complex number $c = a + bi$ within a range of $-2 \leq a \leq 2$ and $-2 \leq b \leq 2$ gives interesting shapes of Julia sets [2]. The key feature of this paper is to show that the trigonometric functions, which falls under category of trancendental function is an example, where Julia set is all of C.

Recently, Ashish et.al [7] generated study of cubic Julia sets in NO and took the shapes of Christmas tree, Sikh Mythological symbol Khanda and wall decorative picture.

The study of dynamical behaviour of transcendental functions were initiated by Fatou [3]. For transcendental function, points with unbounded orbits are not in Fatou sets but they must lie in Julia sets. Attractive points of a function have a basic of attraction, which may be disconnected.

A Julia set thus, satisfies the following properties:

(i) Closed

(ii) Nonempty

(iii) Forward invariant t($If\ z \in J(F), then\ F(z) \in J(F)$), where F is the function)

(iv) Backward invariant

(v) Equal to the closure of the set of repelling cycles of F

In other words, Fatou set is the complement set of Julia set, also stated as stable set.

Thus, the iteration of complex analytic function F decompose the complex plane into two disjoint sets.

1. Stable Fatou sets in which iterates are well behaved.
2. Julia sets on which the map is chaotic

In trigonometric functions, $G(z) = \sin z$, 0 is defined as fixed point for G. If $x_0 \in R$, then either $G(x_0) = 0$ or $G^n(x_0) \to 0$. Also, we have the points lying on the imaginary axis have their orbits that tend to infinity.

The other orbits which escpaes for cosine function, if $\left[C_\gamma^n(z)\right] \to \infty\ as\ n\ \to\ \infty$, then orbit which escapes do so, with the increase in the imaginary part. Sine and cosine functions are thus declared as Topologically complete [4].

The fixed point in topology, $z = z_0$ is declared as

- Attracting if $0 < |F'(z_0)| < 1$
- Superattracting if $F'^{(z_0)} = 0$
- Repelling if $|F'(z_0)| > 1$
- Neutral if $F'^{(z_0)} = e^{i2\pi\theta_0}$

If θ_0 is rational, then z_0 is rationally indifferent or parabolic, otherwise z_0 is irrationally indifferent.

We introduce in this paper trigonometric functions of the type $\{\sin(z^n) + c\}$ and $\{\cos(z^n) + c\}$ and applied iterated function system to develop an entirely new class of Julia set.

Which gives the escape criterion for cubic polynomial

Materials and Methods

The process of generating Julia set images from $z \to \sin(z^n) + c$ and $z \to \cos(z^n) + c$ is similar to the one employed for the self-squared function [5]. This process consists of iterating this function up to N times. Starting from a value z_0 we obtain $z_1, z_2, z_3, \ldots$ by applying the transformations $z \to \sin(z^n) + c$ and $z \to \cos(z^n) + c$ one by one respectively.

Method of research is

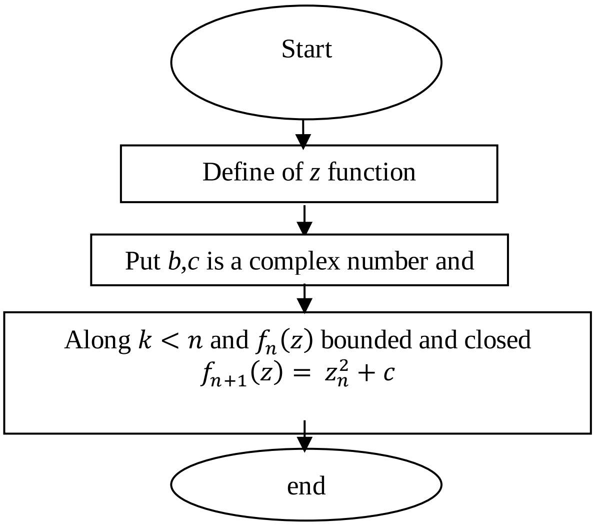


Figure 1. Flowchart of Julia sets

Results and Discussion

Using the computational work in Matlab, we generated Julia sets for cubic polynomials with trigonometric function. We iterated the cubic polynomial $z \to z^3 + az + b$, where a *and* b are complex number with iterative function system.

Which gives the Escape criterion for the following cubic polynomials :

$$F_{m,n}(z) = z^3 + az + b,$$

Where a and b are complex numbers.

Theorem 1. Let $|z| > |b| > (|a| + 2/|\alpha|), |z| > |b| > (|a| + 2/\gamma)^{1/2}$ exist, where $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1$.

Escape Criterion for Cubics :.

Let $|z| > |n| > (|b| + 2/|\alpha|)^{1/2}, |z| > |c| > (|b| + 2/|\beta|)^{1/2}$ and $|z| > |c| > (|b| + 2/|\gamma|)^{1/2}$ exists, where $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1. 0 < \gamma < 1$. This gives an escape criterion for cubic polynomials.

General Escape Criterion :

Suppose $|z| > max|n| > (|b| + 2/|\alpha|)^{1/2}, (|b| + 2/|\beta|)^{1/2}, (|b| + 2/|\gamma|)^{1/2}$ then $|z_k| \to \infty$ as $k \to \infty$

Graphical Representation of Cubic Julia Set

- The fractal generated from equation $\boldsymbol{z \to \cos(z^n) + c}$ posesses symetry along the real axis.

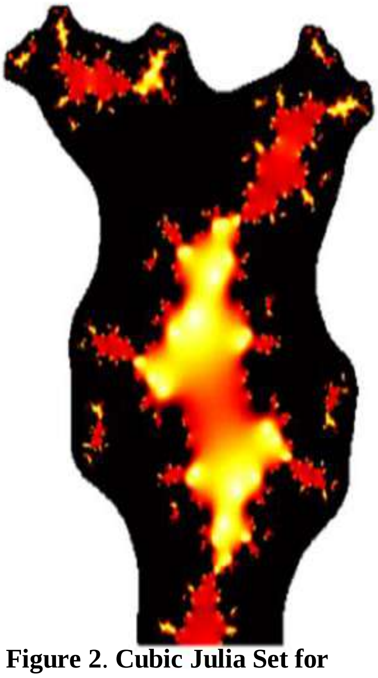


Figure 2. Cubic Julia Set for α=1.333, β=1.0005, b=0.5+0.255i, c=1.000555i

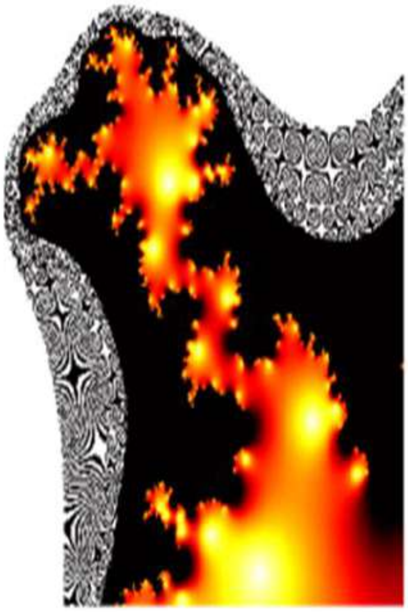


Figure 3. Cubic Julia Set for α=1.333, β=1.0005, b=1.000555i, c=0.5+0.255i

- The fractal generated from equation $\boldsymbol{z \to \sin(z^n) + c}$ possesses symetry along the real axis.

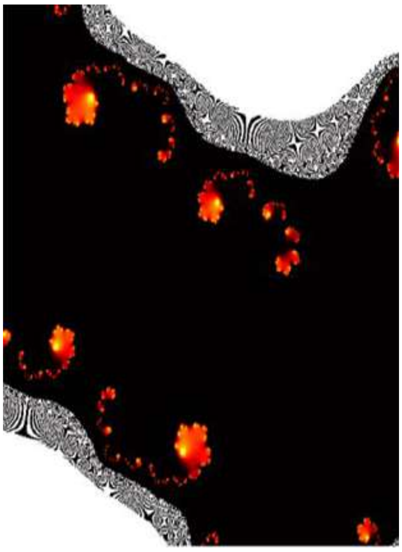


Figure 4. Cubic Julia Set for α=0.000, β=0.000, b=-0.555557i, c=-0.5-0.255i

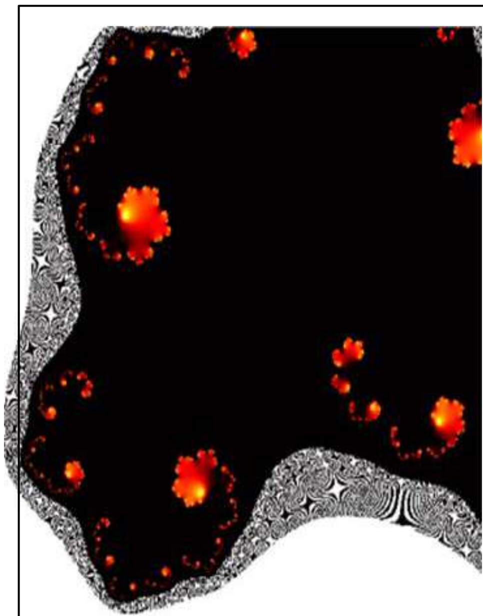


Fig 5. Cubic Julia Set for α=0.000, β=0.000, b=-0.5-0.255i, c=-0.555557i

Fixed Points of CubicPolynomial

(i) Cosine Function

Table 1. Orbit of F(z)

Number of Iteration	F(z)	Number of Iteration	F(z)
1	0.5+0.5i	11	0.509+0.314i
2	0.489+0.250i	12	0.416+0.344i
3	0.406+0.379i	13	0.469+0.358
4	0.485+0.346i	...	....
5	0.438+0.335i	...	....
6	0.456+0.355i	73	0.427+0.314i
7	0.454+0.340i	74	0.427+0.314i
8	0.499+0.510i	75	0.427+0.314i
9	0.494+0.245i	76	0.427+0.314i
10	0.434+0.121i	77	0.427+0.314i

Here we observe that the value converges to a fixed point after 73 iterations

(ii) Sine Finction

Table 2. Orbit of F(z) for z_0 = 0.000+0.05i

Number of Iteration	F(z)	Number of Iteration	F(z)
51	0.523+0.022i	61	0.9503+0.042i
52	0.991+0.014i	62	....
53	0.561+0.155i	63	....
54	0.981+0.016i	64	....
55	0.542+0.047i	65	....
56	0.988+0.006i	66	....
57	0.425+0.066i	67	0983+0.045i
58	0.843+0.055i	68	0983+0.045i
59	0.9918+0.001i	69	0983+0.045i
60	0.9503+0.044i	70	0983+0.045i

Here we skipped 50 iteration and observed that the value converges toa fixed point after 67 iterations

1. Conclusion

Julia set is collection limit of several points between escape set and prison set. In this paper we studied the cosine function which is one of the members of trancendental family. Orbit for this function on the real axis tend to 0, but on the imaginary axis tends to infinity. The results thus obtained are innovative and studies about different behavior of two basic trigonometry.

Acknowledgments

This reserarch was partially funded supported by the Sam Ratulangi University Grant.

BAB 6

KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 Kesimpulan

Himpunan Julia merupakan kumpulan dari beberapa titik-titik yang berada dalam batas antara *escape set* dan *prisoner set*. Daerah himpunan Julia (*filled Julia set*) dapat dibentuk apabila z memiliki radius kurang dari 2, atau kurang dari $|c|$, dan harus berada dalam interval $-2 < x < 2$ dan $-2 < y < 2$.

Dengan adanya bantuan algoritma dan program untuk melihat secara visual terhadap fraktal pada himpunan Julia, maka dapat diketahui titik-titik orbit mana saja yang merupakan himpunan Julia, daerah himpunan Julia (*Filled Julia Set*), dan di luar daerah himpunan Julia.

6.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, dapat diteliti lebih jauh tentang *julia set* dengan fungsi yang lain misalnya fungsi kubik

DAFTAR PUSTAKA

Barnxley, M. And Demko, S. (1985). Iterated Function System and the Global Construction of Fractals. *The Proceeding of the Royal Society of London A399, 243-275.*

Barnsley, M. (1986). *Fractal Function and Interpolation*. Constructive Approximation 2, 303-329.

Barnsley, M. (1988). *Fractal Everywhere*. Boston: Academic Press Inc

Falkoner, K. (1990). *Fractal Geometry: Mathematical Foundation and Applications*. New York: John Wiley & Sons

Mandelbrot, B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. San Fransisco: W.H. Freeman and Co

Susanta, B., Soemantri,R., Widodo, Aryati, L., Hendarto, J and Suprapt. (1993). *Perkenalan dengan Geometri Fraktal, Laporan Penelitian, Didanai World Bank XXI, LOAN No:3311-IND, FMIPA UGM.*

http://www.batikminahasa.com/index.php(diakses terakhir tanggal 25 Februari 2018)

LAMPIRAN

CODING

```
col=30;
m=400;
cx=0.25;
cy=0.50;
l=1.5;
x=linspace(cx-1,cx+1,m);
y=linspace(cy-1,cy+1,m);
[X,Y]=meshgrid(x,y);
c=-0.541321-0.55000*i;
b=-0.5555556666*i;
Z=sin(X+i*Y)+c;
for k=1:col;
    Z=Z.^3+b*Z.^1+c;
    W=exp(-abs(Z));
end;
pcolor(W);
colormap hot(256)
shading flat;
axis('square','equal','off')
```