

LAPORAN AKHIR TAHUN
PENELITIAN DASAR UNGGULAN PERGURUAN TINGGI



MODEL PREDIKSI LOKASI-WAKTU
MENGGUNAKAN MODEL GSTAR MULTIVARIAT GARCH
SUDI KASUS: KECEPATAN ANGIN DAN TINGGI GELOMBANG
LAUT DI PERAIRAN LAUT MANADO DAN BITUNG

Tahun ke-1 dari rencana 2 tahun

KETUA / ANGGOTA TIM

Dr. Drs. NELSON NAINGGOLAN, M.Si. (NIDN: 0009036701)
Dr. Ir. HANNY A. H. KOMALIG, M.Si. (NIDN: 0006036803)
TOHAP MANURUNG, S.Si, M.Si. (NIDN: 0024127902)

UNIVERSITAS SAM RATULANGI
NOVEMBER 2018

Dibiayai Oleh Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat
Dirjen Penguatan Riset dan Pengembangan Kemenristekdikti
Sesuai dengan Kontrak Penelitian Tahun Anggaran 2018

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : MODEL PREDIKSI LOKASI WAKTU
MENGUNAKAN MODEL GSTAR MULTIVARIAT
GARCH, STUDI KASUS: KECEPATAN ANGIN DAN
TINGGI GELOMBANG LAUT DI PERAIRAN LAUT
MANADO DAN BITUNG

Peneliti/Pelaksana
Nama Lengkap : Dr. Drs NELSON NAINGGOLAN, M.Si
Perguruan Tinggi : Universitas Sam Ratulangi
NIDN : 0009036701
Jabatan Fungsional : Lektor Kepala
Program Studi : Matematika
Nomor HP : 081340737994
Alamat surel (e-mail) : n-nelson@unsrat.ac.id

Anggota (1)
Nama Lengkap : Dr. Ir. HANNY ANDREA HUIBERT KOMALIG M.Si
NIDN : 0006036803
Perguruan Tinggi : Universitas Sam Ratulangi

Anggota (2)
Nama Lengkap : TOHAP MANURUNG S.Si., M.Si
NIDN : 0024127902
Perguruan Tinggi : Universitas Sam Ratulangi

Institusi Mitra (jika ada)
Nama Institusi Mitra :-
Alamat :-
Penanggung Jawab :-
Tahun Pelaksanaan : Tahun ke 1 dari rencana 2 tahun
Biaya Tahun Berjalan : Rp 87,500,000
Biaya Keseluruhan : Rp 172,500,000

Mengetahui,
Dekan Fakultas MIPA



(Prof. Dr. Benny Pinontoan, M.Sc)
NIP/NIK 196606041995121001

Kota Manado, 12 - 11 - 2018
Ketua,



(Dr. Drs NELSON NAINGGOLAN, M.Si)
NIP/NIK 196703091996031001

Menyetujui,
Ketua LPPM



(Prof. Dr. Ir. Charles L. Kaunang, MS)
NIP/NIK 195910181986031002

RINGKASAN

Pada penelitian ini dianalisis model time series Generalisasi Space Time Autoregresi (GSTAR) dengan asumsi variansi berubah setiap waktu (tidak konstan), yang dikenal dengan istilah *heteroskedastik*. Pola variansi heteroskedastik yang digunakan mengikuti model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH) multivariat. Penelitian ini penting dilakukan karena dalam era global dengan perkembangan Iptek yang sangat cepat maka situasi nyata yang dihadapi cenderung menunjukkan pola variansi yang senantiasa berubah dengan cepat. Pada umumnya fenomena dilapangan terutama yang berkaitan dengan data riil merupakan time series dengan pola heteroskedastik (Lo, 2003), (Zivot, 2006). Penelitian ini mengembangkan model Generalisasi space time autoregresi (GSTAR) dengan galat berbentuk multivariat GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity). Hasil yang diperoleh adalah model modifikasi dari model GSTAR dengan galat multivariat GARCH. Bentuk multivariat GARCH yang akan dikerjakan meliputi tiga bentuk yaitu bentuk vector Half (VECH), Parameterisasi Definit Positif oleh BEKK (Baba, Engle, Kraft dan Kroner) dan Korelasi Konstan (CC). Pada tahun pertama ini diuraikan rumus-rumus model multivariat GARCH dan rumus-rumusnya dibuktikan. Juga telah dihasilkan persamaan matematika model GSTAR(1,1) untuk data kecepatan angin dan tinggi gelombang laut di perairan laut Manado dan Bitung. Kemudian disusun program-program menggunakan Software **S-Plus8** atau program **R** untuk penaksiran parameter dan analisis-analisis statistika. Oleh karena itu akan disusun program penaksiran parameter secara umum. Metodologi yang digunakan adalah metodologi tiga tahap Box-Jenkins yaitu identifikasi, penaksiran parameter dan diagnostik model. Output atau luaran dari penelitian ini adalah dua makalah yang sudah dipresentasikan pada konferensi internasional The 7th ICoGOIA 30 Agustus 2018 di Bali dan The 3rd ICOR 20 September 2018 di Manado, yang mana papernya akan dipublikasikan pada Prosiding IOP terindek Scopus.

Kata Kunci : Model GSTAR, GARCH, kecepatan angin, tinggi gelombang laut.

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan yang Maha Esa atas segala Rahmat dan Berkat-Nya penulis dapat melaksanakan penelitian yang berjudul “**Model Prediksi Lokasi-Waktu Menggunakan Model GSTAR Multivariat GARCH, Sudi Kasus: Kecepatan Angin dan Tinggi Gelombang Laut di Perairan Laut Manado dan Bitung**”. Penelitian ini dilaksanakan dua tahun saja yaitu tahun 2018-2019. Hibah Penelitian ini merupakan salah satu hasil kompetisi nasional dengan dana DIPA DRPM Dikti pada Skim Penelitian Dasar Unggulan Perguruan Tinggi (PDUPT) 2018. Surat perjanjian penugasan dalam rangka pelaksanaan program penelitian tahun anggaran 2018 No. 087/SP2H/LT/DRPM/II/2018.

Dalam melaksanakan penelitian ini, peneliti menghadapi banyak tantangan serta rintangan tetapi oleh kerjasama tim pelaksana solusi diperoleh. Dana penelitian cair pada tanggal 11 Mei 2018, namun penelitian dilaksanakan mulai diumumkan bahwa penelitian ini sudah disetujui yaitu sekitar bulan Maret 2018.

Oleh karena itu kami berterimakasih kepada : Pemerintah Republik Indonesia melalui Direktur DRPM Dikti atas bantuan dana penelitian, Rektor atas persetujuan pendanaannya, demikian juga kepada Dekan MIPA USRAT Prof. Dr. Benny Pinontoan, MSc atas bantuan untuk selalu member ijin kami melakukan penelitian. Ketua LPPM dan jajarannya juga kami berterima kasih atas segala bantuannya.

Demikianlah laporan ini kami buat, kirannya dapat bermanfaat. Atasnya kami ucapkan terimakasih.

Ketua Pelaksana

(Dr. Nelson Nainggolan, MSi)
NIP: 196703091996031001

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
RINGKASAN	iii
PRAKATA	iv
DAFTAR ISI	v
BAB 1. PENDAHULUAN	1
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	3
BAB 3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN	11
BAB 4. METODE PENELITIAN	11
BAB 5. HASIL DAN LUARAN YANG DICAPAI	13
BAB 6. RENCANA TAHAPAN BERIKUTNYA	19
BAB 7. KESIMPULAN DAN SARAN	20
DAFTAR PUSTAKA	21
LAMPIRAN-LAMPIRAN	22

BAB 1. PENDAHULUAN

Model space time merupakan pengembangan dari model time series yang mana selain melibatkan variable waktu juga melibatkan variable lokasi (spce). Oleh karena itu, data space time adalah data yang diamati sebagai fungsi disamping bergantung pada waktu, juga bergantung pada lokasi. Data seperti ini sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, seperti dalam bidang geologi, iklim/cuaca dan ekonomi. Sebagai contoh data space time yang berhubungan dengan iklim adalah data curah hujan disamping bergantung pada waktu juga bergantung pada lokasi-lokasi.

Salah satu penerapan dari model time series adalah kemampuan untuk memprediksi (memprakirakan) nilai-nilai time series untuk waktu-waktu yang akan datang. Pemodelan time series dalam memprediksi nilai-nilai dari proses untuk periode ke depan adalah berdasarkan pada historis observasi. Hoistoris ini disebut himpunan informasi yan tersedia hingga waktu t . Berdasarkan pada historis time series waktu t , maka yang akan diprediksi adalah nilai yang akan datang.

Sejak 1962, Box-Jenkins, telah mengembangkan model time series univariat stasioner yaitu model *Autoregressive Moving Average* (ARMA). Kemudian model time series univariat dikembangkan menjadi model time series yang melibatkan lebih dari satu time series, dinamakan model multivariat (vektor) time series, Hamilton (1994), Wei (1990). Asumsi yang digunakan untuk model ARMA dan VAR adalah variansi galat (*error*) diasumsikan konstan setiap waktu.

Perkembangan model time series selanjutnya adalah model time series yang melibatkan lokasi-waktu (space time). Misalnya data cuaca bumi, disamping tergantung waktu juga tergantung pada lokasi. Cliff-Ord (1975) mengembangkan model space-time yang dinamakan dengan model *Space Time Autoregressive* (STAR). Pada model STAR, pengamatan dinyatakan sebagai kombinasi linier dari pengamatan sebelumnya yang telah diboboti dan galat yang saling bebas dan berdistribusi identik (i.i.d.). Asumsi pada model STAR adalah bahwa parameter autoregressive dan juga parameter space time bernilai sama untuk setiap lokasi pengamatan, sehingga model STAR hanya berlaku untuk karakteristik lokasi yang homogen. Selanjutnya Ruchjana (2002) memperluas model STAR menjadi model *Generalisasi Space Time Autoregressive* (GSTAR), dengan asumsi

bahwa parameter autoregressive maupun parameter space time berbeda untuk setiap lokasi, sehingga model tersebut berlaku untuk karakteristik lokasi yang heterogen.

Model-model time series yang telah dijelaskan, semua model tersebut menggunakan asumsi bahwa galat mempunyai variansi konstan (sama) atau dengan kata lain *homokedastik*. Akan tetapi, penerapan model time series pada bidang ekonometrik terutama yang berkaitan dengan data finansial menunjukkan bahwa periode dengan volatilitas besar atau kecil terjadi dalam kelompok (Engle, 1982). Artinya data tersebut memiliki pola variansi bersyarat tidak konstan (*heteroskedastik*). Apabila pada suatu data terdapat pola heteroskedastik maka model prediksi dengan asumsi variansi konstan akan memberikan hasil yang tidak akurat. Terjadinya perdagangan bebas, perubahan iklim global dan bencana alam yang frekuensinya cenderung meningkat telah menimbulkan kekhawatiran akan dampaknya berupa kenaikan harga, dampak gejolak sosial maupun keamanan dan ketertiban masyarakat. Dengan demikian, dalam fenomena nyata sering ditemukan suatu situasi yang memiliki varian tidak konstan untuk setiap waktu. Oleh karena itu, dikembangkan suatu model time series sehingga dapat memodelkan fenomena dengan variansi tidak konstan (Nainggolan, 2011).

Dalam penelitian ini pertama-tama akan dianalisis model-model time series yang sudah ada, yaitu model ARCH oleh Engle (1982), model GARCH oleh Bollerslev (1986) dan model multivariat GARCH, serta model GSTAR oleh Ruhcjana (2002) dan model GSTAR-ARCH oleh Nainggolan (2011), (2014). Kemudian akan dikaji pengembangan model yaitu model GSTAR-GARCH multivariat, yaitu model dengan mengintegrasikan model GSTAR dengan model GARCH sehingga diperoleh model space time dengan variansi galat yang tidak konstan berupa model GARCH multivariat. Langkah awal dalam penelitian ini adalah melihat secara kasat mata bagaimana pola fenomena data di lapangan yang berhubungan dengan lokasi-waktu. Hal ini dapat dilakukan melalui plot data dan membandingkannya dengan pola dari grafik fungsi ACF maupun PACF data tersebut. Kemudian akan dikaji identifikasi model, penaksiran parameter model dan diagnostik model. Dalam penaksiran parameter, akan disusun algoritma dan dibuat pemrograman penaksiran parameter dengan menggunakan bahasa **S-Plus** dan **R**.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model STAR dan GSTAR

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering berhadapan dengan data time series dan analisis time series yang sudah kita kenal adalah model Box-Jenkins yang dikembangkan sejak 1962. Selain data time series kita juga berhadapan dengan data yang bergantung dengan lokasi yang disebut data spasial.

Gabungan data time series untuk $t = 1, 2, \dots, T$, dengan data spasial di lokasi s_1, s_2, \dots, s_m , membentuk pengamatan geografis dengan s menyatakan posisi lokasi di daerah D dalam ruang dimensi-2. Model autoregressive orde-1 yang dipadukan dengan spasial lag-1 dinamakan model *Space Time Autoregressive* orde-1, ditulis model **STAR(1;1)**.

Dengan mengikuti model AR, maka Cliff dan Ord (1975) mengusulkan model STAR. Model ini menganggap bahwa pengamatan sekarang merupakan kombinasi linier dari pengamatan sebelumnya yang diberi bobot ditambah error sekarang, yang dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}_t = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

dimana: $\mathbf{Z}_t = (Z_{1,t}, \dots, Z_{m,t})'$ adalah vektor pengamatan pada m lokasi dengan $E[\mathbf{Z}(t)] = \mathbf{0}$. Notasi ϕ_{kl} menyatakan parameter *autoregressive* pada lag waktu k dan lag spasial l , dan $\mathbf{W}^{(l)}$ menyatakan matriks bobot lag spasial l . Selanjutnya $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = (\varepsilon_1(t), \dots, \varepsilon_m(t))'$ menyatakan vektor error pada saat t , berdistribusi identik normal (i.i.d.) dengan rata-rata $\mathbf{0}$ dan matriks kovariansi konstan. Bidang-bidang yang menggunakan model ini diantaranya model produksi minyak bumi (Ruchjana, 2002).

Kemudian, Ruchjana (2002) memperluas model STAR menjadi model GSTAR yaitu :

$$\mathbf{Z}_t = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \boldsymbol{\Phi}_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

dimana : $\boldsymbol{\Phi}_{kl}$ disebut parameter *autoregressive* pada lag waktu k dan lag spasial l . Sebagai contoh, model GSTAR (1;1) untuk N -lokasi adalah berbentuk :

$$\begin{pmatrix} Z_{1,t} \\ \vdots \\ Z_{N,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{10}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \phi_{10}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{1,t-1} \\ \vdots \\ Z_{N,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \phi_{11}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & \cdots & w_{1N}^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ w_{N1}^{(1)} & \cdots & w_{NN}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{1,t-1} \\ \vdots \\ Z_{N,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,t} \end{pmatrix}$$

dan model GSTAR(1,1) untuk 2 lokasi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{10}^{(1)} & 0 \\ 0 & \phi_{10}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^{(1)} & 0 \\ 0 & \phi_{11}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{pmatrix}.$$

2.2 Model ARCH dan GARCH

Anggap bahwa Z_1, Z_2, \dots, Z_T merupakan observasi time series and let F_t adalah himpunan informasi dari X_t hingga waktu t , termasuk X_t untuk $t \leq 0$. Proses $\{Z_t\}$ dikatakan sebagai model Autoregressive Conditional Heteroscedasticity orde q , disingkat ARCH(q), jika memenuhi:

$$Z_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q Z_{t-q}^2$$

dengan $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, dan $\alpha_i \geq 0$, untuk $i = 1, 2, \dots, q$.

Selanjutnya model Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity orde (p, q) disingkat GARCH(p, q), jika memenuhi :

$$Z_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q Z_{t-q}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_p h_{t-p}$$

dengan $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, dan $\alpha_i \geq 0$, untuk $i = 1, 2, \dots, q$,

dan $\beta_j \geq 0$, untuk $j = 1, 2, \dots, p$.

Model GARCH yang paling sederhana dan yang sering digunakan dalam penerapan adalah model GARCH(1,1), yaitu:

$$Z_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t),$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

dimana: $\alpha_0 > 0$, and $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$.

Dengan melakukan substitusi h_{t-1} ke dalam persamaan secara berturut-turut, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2 + \beta_1 (\alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-2}^2 + \beta_1 h_{t-2}) \\ &\vdots \\ &= \alpha_0 \sum_{j=1}^k \beta_1^{j-1} + \alpha_1 \sum_{j=1}^k \beta_1^{j-1} Z_{t-j}^2 + \beta_1^k h_{t-k} \end{aligned}$$

Dalam hal ini dapat dilihat bahwa untuk memperoleh variansi X_t hingga, maka diperlukan syarat: $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. Dengan demikian untuk $k \rightarrow \infty$, maka h_t menjadi:

$$h_t = \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha_1 \sum_{j=1}^{\infty} \beta_1^{j-1} Z_{t-1}^2$$

Hal bersesuaian dengan bentuk model ARCH orde tak hingga, ARCH(∞). Hasil membuktikan bahwa jika dibandingkan dengan model ARCH(q), maka model GARCH(1,1) akan memberikan penyederhanaan dari model ARCH(q).

Selanjutnya Road Map Penelitian (Fishbone) yang sudah dilakukan dan yang akan dilakukan diberikan pada Gambar 1.

2.3 MODEL MULTIVARIAT ARCH/GARCH

Perluasan dari model univariat GARCH menjadi model m -variat memerlukan matriks variansi-kovariansi bersyarat dari variabel acak ε_t , dengan rata-rata nol dan m -dimensi, bergantung pada elemen dari himpunan informasi. Misalkan $\{Z_t\}$ adalah vektor variabel acak i.i.d. berukuran ($m \times 1$) dengan karakteristik sebagai berikut:

$$E(Z_t) = 0$$

$$E(Z_t Z_t') = \mathbf{I}_m$$

$$Z_t \sim G(0, \mathbf{I}_m)$$

dengan G merupakan fungsi padat kontinu. Misalkan pula $\{\varepsilon_t\}$ adalah barisan vektor acak berukuran ($m \times 1$) yang berbentuk

$$\varepsilon_t = Z_t \sqrt{H_t}$$

dengan

$$E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0 \text{ dan } E_{t-1}(\varepsilon_t \varepsilon_t') = H_t$$

dan H_t adalah matriks kovariansi vektor $\{\varepsilon_t\}$, definit positif berukuran $m \times m$ dan terukur terhadap himpunan informasi F_{t-1} , yaitu σ -field yang dibangun oleh informasi lampau: $\{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots\}$.

Parameterisasi dari H_t sebagai sebuah multivariat GARCH, yang berarti sebagai fungsi dari himpunan informasi dari F_{t-1} , maka elemen dari H_t adalah bergantung pada $lag-q$ dari kuadrat ε_t dan *cross-products* ε_t . Dengan demikian elemen dari matriks kovarians tersebut mengikuti sebuah vektor proses ARMA dalam kuadrat dan *cross-products* dari suku gangguan (*error*). Parameterisasi dari H_t sebagai sebuah multivariat

ARCH (GARCH) diberikan dalam tiga bentuk, yaitu model vech, model BEKK dan model korelasi konstan.

Representasi Vech

Vech adalah operator vector-half (setengah vektor) yang pada hakikatnya menyusun (menumpuk) elemen-elemen segitiga bawah dari matrik $m \times m$ menjadi vektor berukuran $(m(m+1)/2) \times 1$. Representasi vech sering dinamakan dengan parameterisasi penuh (full parameterisation). Berhubung karena matriks covarians H_t adalah matriks simetri, maka $vech(H_t)$ mengandung elemen di H_t secara tunggal. Dengan demikian maka perluasan multivariat dari model univariat GARCH(p, q) dalam representasi vech, dapat dituliskan sebagai:

$$vech(H_t) = W + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j})$$

dengan :

W adalah vektor berukuran $(m(m+1)/2) \times 1$,

A_i dan B_j adalah matriks berukuran $(m(m+1)/2) \times (m(m+1)/2)$.

Jumlah parameter dalam formulasi umum representasi vech adalah sebanyak $\{m(m+1)/2 + (p+q)(m(m+1)/2)^2\}$. Sebagai contoh, misalkan $m=2$, dan $p=q=1$, maka jumlah parameter adalah 21 buah. Bentuk model $vech(H_t)$ untuk contoh ini adalah sebagai berikut:

$$vech(H_t) = W + A_1 vech(\varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1}) + B_1 vech(H_{t-1})$$

$$\begin{bmatrix} h_{1,t} \\ h_{2,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,t-1} \\ h_{2,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}.$$

Dalam hal ini, elemen ke (i, j) dalam H_t bergantung pada elemen ke (i, j) yang bersesuaian dalam $\varepsilon \varepsilon'$ dan H_{t-1} . Untuk menjamin bahwa matriks H_t definit positif, syarat-syarat yang diperlukan adalah:

$$w_1 > 0, w_3 > 0, w_1 w_3 - w_2^2 > 0,$$

$$a_{11} \geq 0, a_{13} \geq 0, a_{31} \geq 0, a_{33} \geq 0, a_{11} a_{33} - a_{22} a_{22} \geq 0,$$

$$a_{11} a_{13} - (1/4) a_{12} a_{12} \geq 0, a_{11} a_{31} - a_{21} a_{21} \geq 0,$$

$$a_{31} a_{33} - (1/4) a_{32} a_{32} \geq 0, a_{13} a_{33} - a_{23} a_{23} \geq 0.$$

Untuk mengurangi jumlah parameter yang besar maka dilakukan penyederhanaan pada representasi vech. Salah satu cara adalah dengan memilih matriks A dan B dalam

bentuk diagonal. Ini dinamakan model vech diagonal. Untuk $m = 2$, dan $p = q = 1$, maka model vech diagonal dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan matriks di atas diperoleh:

$$h_{11,t} = w_1 + a_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11}h_{11,t-1}$$

$$h_{21,t} = w_2 + a_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + b_{22}h_{21,t-1}$$

$$h_{22,t} = w_3 + a_{33}\varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{33}h_{22,t-1}$$

Penyederhanaan ini mengurangi jumlah parameter sehingga menjadi $(m(m+1)/2)(1+p+q)$.

Dengan pengurangan parameter ini, maka syarat-syarat agar matriks H_t definit positif adalah:

$$w_1 > 0, w_3 > 0, w_1w_3 - w_2^2 > 0, \\ a_{11} \geq 0, a_{33} \geq 0, a_{11}a_{33} - a_{22}^2 \geq 0.$$

Parameterisasi Definit Positif

Parameterisasi definit positif ini dikenal juga dengan nama BEKK (Baba, Engle, Kraft dan Kroner). Model parameterisasi dari BEKK adalah berbentuk:

$$H_t = CC' + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q A_{ik} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' A_{ik}' + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p B_{ik} H_{t-i} B_{ik}'$$

dengan C adalah matriks segitiga bawah, sehingga CC' adalah matriks parameter symetri ($m \times m$), sedangkan A_{ik} dan B_{ik} adalah matriks parameter sebarang ($m \times m$).

Misalkan untuk kasus bivariat dengan $p = q = 1$, dan $K = 1$, maka persamaan tersebut dapat dituliskan sebagai:

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}' \\ + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}'$$

Dengan melakukan perkalian matriks, diperoleh:

$$\begin{aligned}
h_{11,t} &= c_{11}^2 + (a_{11}\varepsilon_{1,t-1} + a_{12}\varepsilon_{2,t-1})^2 + (b_{11}h_{11,t-1} + b_{12}h_{22,t-1})^2 \\
h_{22,t} &= c_{21}^2 c_{22}^2 + (a_{21}\varepsilon_{1,t-1} + a_{22}\varepsilon_{2,t-1})^2 + (b_{21}h_{11,t-1} + b_{22}h_{22,t-1})^2 \\
h_{21,t} = h_{12,t} &= c_{11}c_{21} + a_{11}a_{21}\varepsilon_{1,t-1}^2 + (a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21})\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\
&\quad + a_{12}a_{22}\varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}b_{21}h_{11,t-1} + (b_{11}b_{22} + b_{12}b_{21})h_{21,t-1} \\
&\quad + b_{12}b_{22}h_{22,t-1}
\end{aligned}$$

Model Korelasi Konstan

Dalam model korelasi konstan, kovarians kondisional adalah diparameterisasi proporsional terhadap hasil kali deviasi standar kondisional yang bersesuaian. Dalam hal ini, diasumsikan bahwa matriks korelasi $\boldsymbol{\varepsilon}_t$, kondisional, adalah konstan. Asumsi ini menyederhanakan beban perhitungan dalam estimasi dan juga syarat agar \mathbf{H}_t definit positif untuk setiap t mudah diperoleh. Jadi asumsi dalam model ini adalah:

$$E_{t-1}[\boldsymbol{\varepsilon}_t] = 0$$

$$E_{t-1}[\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t'] = \mathbf{H}_t$$

$$\{H_t\}_{ii} = h_{ii,t}$$

$$\{H_t\}_{ij} = h_{ij,t} = \rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}} \quad \text{jika } i \neq j$$

Misalkan \mathbf{D}_t menyatakan matriks diagonal $N \times N$ dengan unsur diagonalnya adalah varians kondisional, yaitu $\{D_t\}_{ii} = h_{ii,t}$. Misalkan \mathbf{R}_t menyatakan matriks korelasi konstan dimana elemen ke- ij adalah:

$$\{R_t\}_{ij} = \{H_t\}_{ij} (\{H_t\}_{ii} \{H_t\}_{jj})^{-1/2} \quad i, j = 1, 2, \dots, N$$

Dengan asumsi pada model $\mathbf{R}_t = \mathbf{R}$, maka

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{D}_t^{1/2}$$

$$H_t = \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \dots, \sqrt{h_{NN,t}}) R_t \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \dots, \sqrt{h_{NN,t}})$$

Sebagai contoh, untuk $N = 2$, $p = q = 1$. Maka

$$\mathbf{H}_t = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{pmatrix}$$

Dalam hal ini,

$$\mathbf{D}_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & 0 \\ 0 & h_{22,t} \end{pmatrix}, \quad \text{dan} \quad R_t = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{pmatrix},$$

sehingga:

$$\mathbf{H}_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & \rho\sqrt{h_{11,t}h_{22,t}} \\ \rho\sqrt{h_{11,t}h_{22,t}} & h_{22,t} \end{pmatrix}.$$

dengan: $\rho = \rho_{12} = \rho_{21}$ adalah koefisien korelasi antara $\varepsilon_{1,t}$ dan $\varepsilon_{2,t}$ dan memenuhi sifat korelasi yaitu $|\rho| < 1$, sedangkan $h_{11,t}$ dan $h_{22,t}$ merupakan variansi untuk proses ARCH(p,q) standar.

Misalkan untuk $p = q = 1$, maka

$$h_{11,t} = \alpha_{10} + \alpha_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + \beta_{11}h_{11,t-1}$$

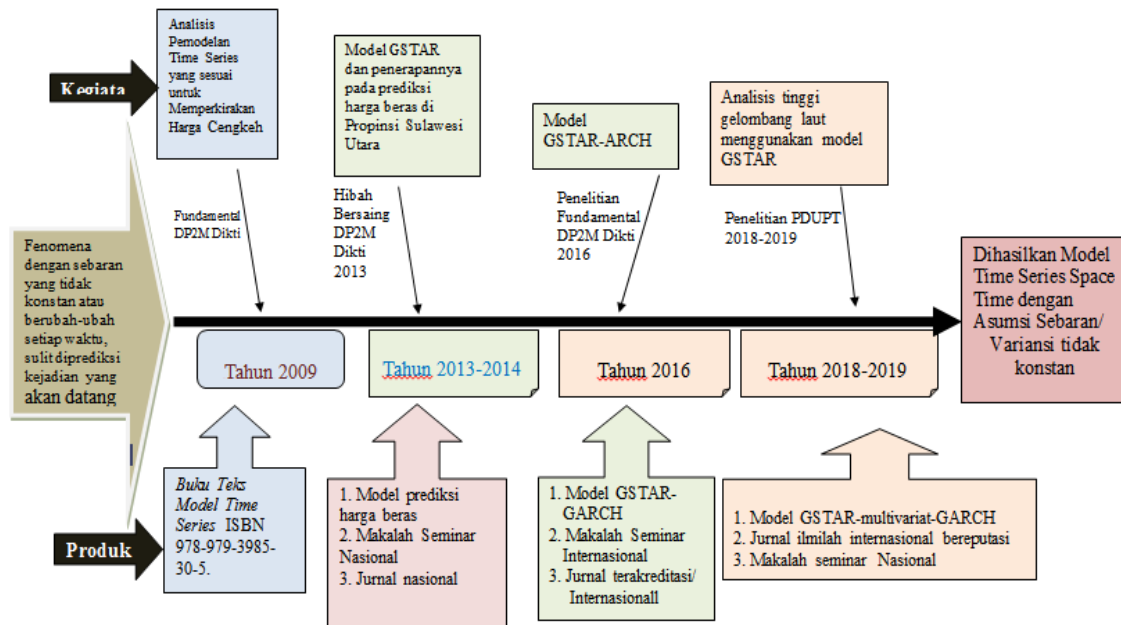
$$h_{22,t} = \alpha_{20} + \alpha_{21}\varepsilon_{2,t-1}^2 + \beta_{21}h_{22,t-1}.$$

Untuk memenuhi syarat dimana matriks H_t definit positif maka dalam model korelasi konstan ini diperlukan syarat-syarat:

$$\alpha_{i0} > 0, \quad \alpha_{ij} \geq 0 \quad \text{dan} \quad \beta_{ik} \geq 0,$$

$$i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, q, \quad \text{dan} \quad k = 1, \dots, p.$$

Selanjutnya, diberikan road map penelitian yang sudah dilakukan dan yang akan dilakukan pada tahun 2018-2019 (Gambar 1). Pada tahun 2016, telah disetujui penelitian fundamental selama satu tahun dengan dana dari Ristek Dikti, dengan topik: “Pengembangan model GSTAR-GARCH”, namun bagian galat (*error*) merupakan model GARCH univariat. Pada penelitian tahun 2018-2019 yang direncanakan melibatkan galat dengan bentuk GARCH multivariat.



Gambar 1. Road map penelitian yang sudah dilakukan dan akan dilaksanakan sampai tahun 2019

2.4 Prosedur Tahapan dalam Box-Jenkins

Pada umumnya, terdapat tiga tahapan dasar dalam proses pemodelan time series (Box-Jenkins, 1976). Tiga tahapan tersebut adalah identifikasi, penaksiran parameter dan uji diagnostik.

a. Tahap Identifikasi

Tahapan ini adalah menentukan model peramalan yang tampaknya cocok dengan data deret waktu yang dipelajari. Data observasi digunakan untuk membangun fungsi autokorelasi (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial (PACF). Fungsi-fungsi autokorelasi (ACF dan PACF) yang dihasilkan dari data observasi diperbandingkan dengan teori fungsi-fungsi autokorelasi, kemudian pilih model yang paling sesuai dengan data asli. Dengan demikian model peramalan sementara telah diidentifikasi. Salah satu cara memilih model ARIMA yang cocok dengan pola data pengamatan adalah dengan membandingkan nilai Akaike's Information Criterion (AIC). Model semakin sesuai jika memiliki nilai AIC terendah (Weiss, 1984). Nilai AIC dari model-nodel yang berbeda dapat dibandingkan

tetapi banyaknya data pengamatan harus sama. Dengan kata lain, nilai m adalah sama dari model-model yang akan dibandingkan.

b. Penaksiran Parameter

Setelah mengidentifikasi model, tahapan kedua adalah menaksir nilai parameter-parameter dalam model yang telah diidentifikasi. Penaksiran nilai parameter yang baik ditentukan setelah model sementara menghasilkan jumlah kuadrat kesalahan terkecil. Perlu diperhatikan bahwa model yang dibatasi kestasioneran atau *invertible*, model tersebut perlu mencapai kekonvergenan.

c. Uji Diagnostik

Dengan menggunakan model sementara yang dianggap paling cocok, nilai kesalahan dipelajari untuk menentukan kelayakan penaksiran nilai parameter. Model peramalan yang baik akan menghasilkan nilai kesalahan yang terdistribusi random dengan rata-rata nol dan variansi yang tetap.

BAB 3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

- Tujuan Penelitian

Tujuan dalam penelitian ini adalah merumuskan model GSTAR dengan galat multivariat GARCH dan menerapkannya dalam memprediksi kecepatan angin dan tinggi gelombang laut di perairan laut Manado dan Bitung.

- Manfaat Penelitian

Penelitian yang dilakukan ini sangat bermanfaat karena dalam era global dengan perkembangan Iptek yang sangat cepat sehingga situasi nyata yang dihadapi cenderung menunjukkan pola variansi yang senantiasa berubah dengan cepat. Pada umumnya fenomena riil dilapangan terutama yang berkaitan dengan data finansial merupakan time series dengan pola heteroskedastik

BAB 4. METODE PENELITIAN

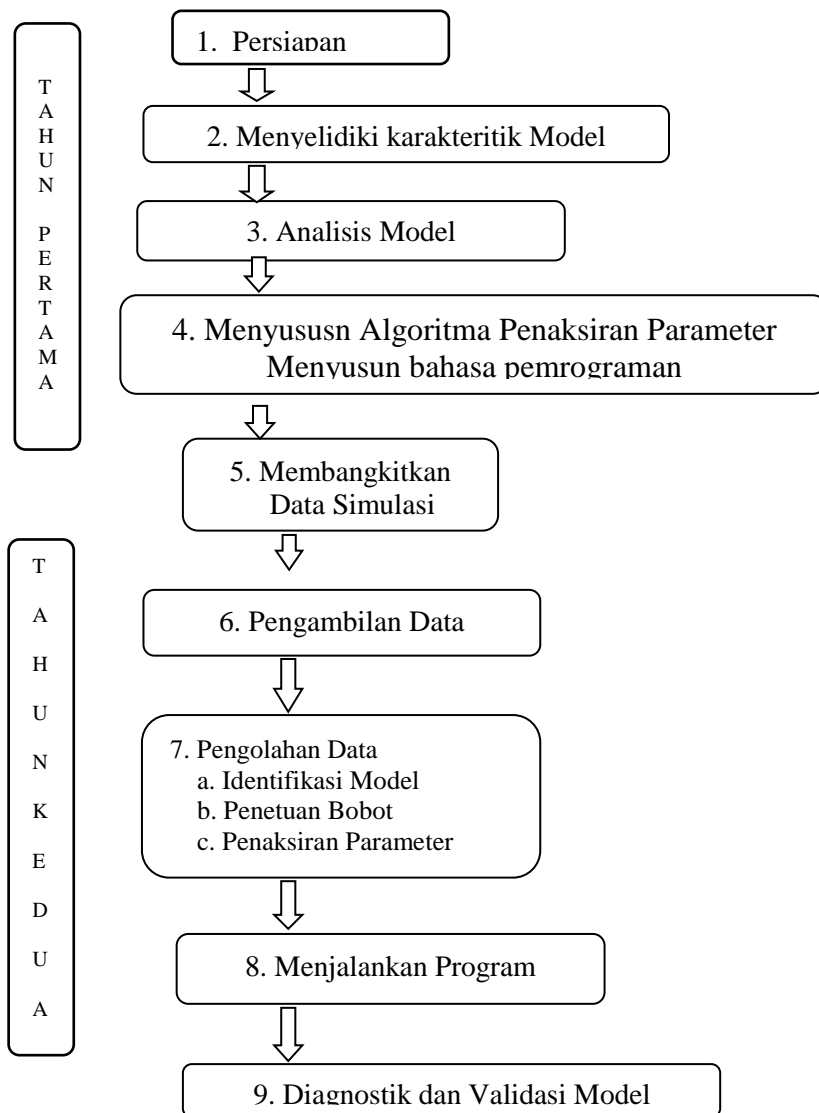
Penelitian dilakukan di Laboratorium Komputer Jurusan Matematika FMIPA UNSRAT Manado, Kantor BMKG Bitung sebagai tempat untuk mengambil data.

Penelitian tahun pertama dilaksanakan sekitar Maret 2018 sampai Nopember 2018, dan tahun kedua dilaksanakan sekitar Januari 2019 sampai Nopember 2019.

Alat dan bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah satu perangkat computer, software Splus dan R, Printer, buku-buku, jurnal dan alat tulis menulis lainnya.

DESAIN PENELITIAN

Penelitian ini dilaksanakan selama satu tahun, dan dirancang sedemikian rupa agar hasil yang diharapkan dapat tercapai. Adapun disain yang dilakukan adalah sebagai berikut (Gambar 2):



Gambar 2. Bagan Tahapan Penelitian Pada Tahun 2018-2019.

Adapun langkah-langkah atau prosedur dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

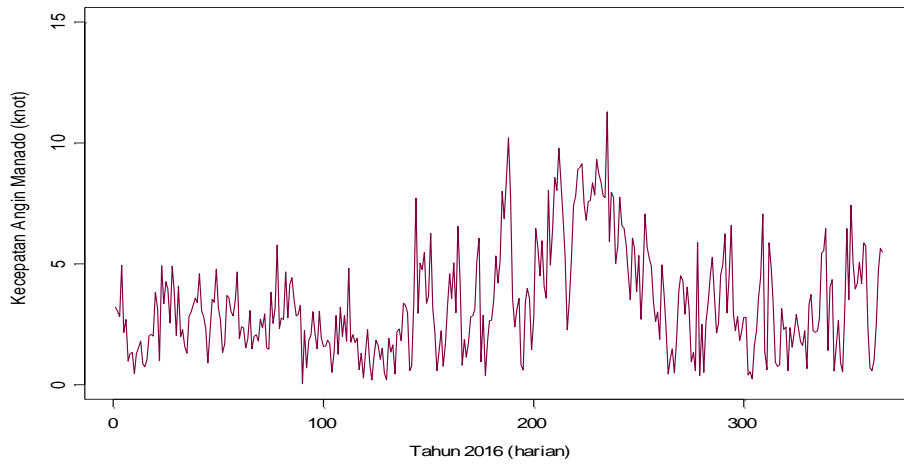
1. Mempersiapkan dan mempelajari jurnal-jurnal dan buku-buku tentang model-model time series yang diperlukan.
2. Menyelidiki karakteristik model.
3. Prosedur Analisis Data adalah sebagai berikut :
 - Membangkitkan data simulasi
 - Memplot data, melihat secara kasat mata apakah data stasioner atau tidak
 - Menganalisis dan membandingkan data yang memiliki variansi konstan (homoskedastik) dan variansi tidak konstan (heteroskedastik).
 - Merumuskan model GSTAR-GARCH multivariat.
 - Menentukan prosedur identifikasi, penaksiran parameter dan diagnostik model.
 - Menyusun algoritma dan program penaksiran parameter dengan bahasa pemrograman S-Plus dan R.

BAB 5. HASIL DAN LUARAN YANG DICAPAI

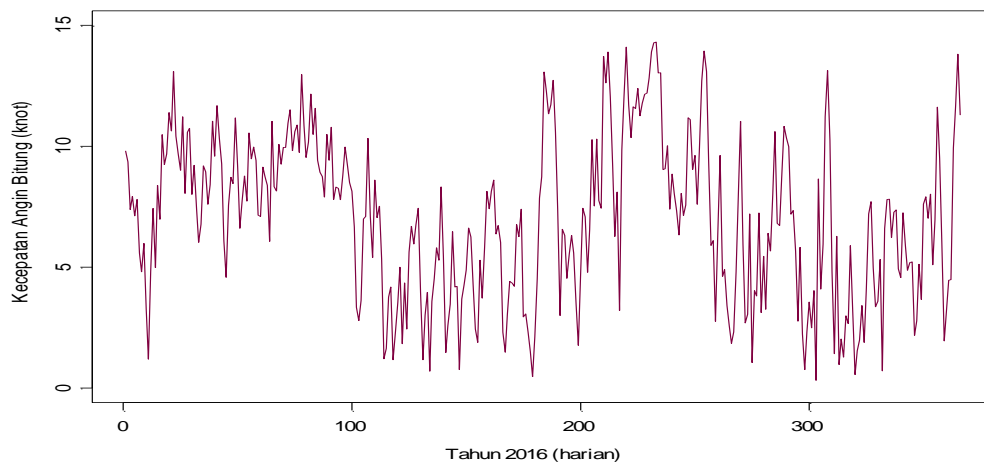
5.1 Data Kecepatan Angin dan Tinggi Gelombang Laut.

Data kecepatan angin dan tinggi gelombang laut yang diambil adalah data harian tahun 2012 sampai dengan tahun 2016. Data yang diambil merupakan data di dua lokasi yaitu perairan laut manado dan Bitung. Lokasi data kecepatan angin dan tinggi gelombang untuk perairan laut Manado adalah pada 1,6 LU dan 124,5 BT, sedangkan untuk perairan laut Bitung adalah pada 1,2 LU dan 125,3 BT.

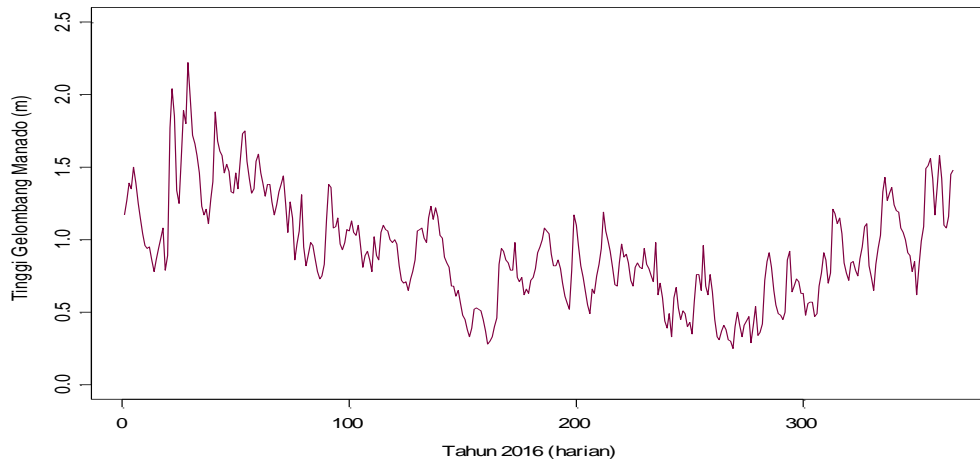
Berikut ini diberikan grafik data harian tahun 2016, kecepatan angin dan tinggi gelombang di perairan laut Manado dan Bitung.



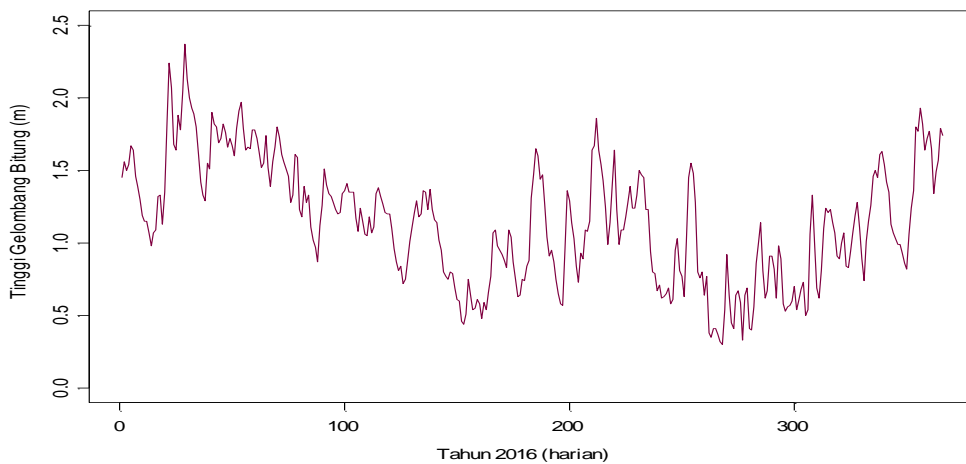
Gambar 3. Grafik Kecepatan Angin (knot) di Perairan Laut Manado Tahun 2016



Gambar 4. Grafik Kecepatan Angin (knot) di Perairan Laut Bitung Tahun 2016



Gambar 5. Grafik Tinggi Gelombang (m) di Perairan Laut Manado Tahun 2016



Gambar 6. Grafik Tinggi Gelombang (m) di Perairan Laut Bitung Tahun 2016

Pada Gambar 3 dan Gambar 4 menunjukkan adanya korelasi atau kemiripan pola kecepatan angin diperairan laut Manado dan Bitung. Demikian juga untuk Gambar 5 dan Gambar 6 menunjukkan adanya pola tinggi gelombang yang mirip. Namun hal ini akan lebih jelas lagi jika dinyatakan dalam model GSTAR.

5.2 Model GSTAR(1,1) Kecepatan Angin dan Tinggi Gelombang Laut

Misalkan $\mathbf{Z}(t) = (Z_1(t), \dots, Z_N(t))'$ adalah vektor *time series* dengan rata-rata vektor nol, yaitu $E[\mathbf{Z}(t)] = \mathbf{0}$. Bentuk umum model GSTAR(1;1)-ARCH(1) [4] dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10}\mathbf{Z}(t-1) + \Phi_{11}\mathbf{W}\mathbf{Z}(t-1) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{D}_t\boldsymbol{\eta}_t$$

$$(\boldsymbol{\varepsilon}_t | F_{t-1}) \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_t)$$

dengan $\boldsymbol{\eta}_t$, \mathbf{D}_t dan $\boldsymbol{\Sigma}_t$ didefinisikan secara berturut-turut sebagai

$$\mathbf{D}_t = \text{diag}(\sqrt{h_1(t)}, \dots, \sqrt{h_N(t)})$$

$$\boldsymbol{\eta}_t = (\eta_1(t), \dots, \eta_N(t))$$

dimana $\eta_i(t)$ merupakan galat standarisasi di lokasi ke- i , waktu t . Parameter Φ_{10} dan Φ_{11} dapat dituliskan sebagai:

$$\Phi_{10} = \text{diag}(\phi_{01}, \dots, \phi_{0N}) \quad \text{dan} \quad \Phi_{11} = \text{diag}(\phi_{11}, \dots, \phi_{1N}).$$

Dalam perhitungan penaksiran parameter, maka (1) dinyatakan dalam bentuk: $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$. Parameter $\boldsymbol{\beta}$ ditaksir menggunakan software komputer [6] dengan rumus:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}.$$

Misalkan Y_1 dan Y_2 berturut-turut adalah kecepatan angin di perairan laut Manado dan Bitung. Maka penerapan model GSTAR(1,1) dua lokasi untuk kecepatan angin di perairan laut Manado dan Bitung adalah

$$Y_1(t) = 0,5942 Y_1(t-1) + 0,1721 Y_2(t-1)$$

$$Y_2(t) = 0,7638 Y_2(t-1) - 0,0097 Y_1(t-1)$$

Misalkan Z_1 dan Z_2 berturut-turut adalah tinggi gelombang laut di perairan laut Manado dan Bitung. Maka penerapan model GSTAR(1,1) dua lokasi untuk tinggi gelombang laut di perairan laut Manado dan Bitung adalah

$$Z_1(t) = 0,7418 Z_1(t-1) + 0,1721 Z_2(t-1)$$

$$Z_2(t) = 0,8998 Z_2(t-1) + 0,0328 Z_1(t-1)$$

Kecepatan angin dan tinggi gelombang laut di perairan laut Manado dan Bitung dipengaruhi oleh kecepatan angin dan tinggi gelombang laut satu waktu sebelumnya pada lokasi yang sama dan dari lokasi sekitarnya.

Wind speed and sea wave height in the sea of Manado and Bitung are affected by wind speed and sea wave height one time previously at the same location and from the surrounding location.

5.3 Model GSTAR- Multivariat GARCH

Misalkan $\mathbf{Z}(t) = (Z_1(t), \dots, Z_N(t))'$ adalah vektor time series dengan rata-rata vektor nol, $E[\mathbf{Z}(t)] = \mathbf{0}$, dan $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = (\varepsilon_1(t), \dots, \varepsilon_N(t))'$, merupakan vektor acak *i.i.d.* dengan mean nol dan variansi konstan. Model GSTAR(1;1)-GARCH(1) dinyatakan dengan

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10}\mathbf{Z}(t-1) + \Phi_{11}\mathbf{W} \mathbf{Z}(t-1) + \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{D}_t \boldsymbol{\eta}_t$$

$$(\varepsilon_i | F_{t-1}) \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_t)$$

dengan $\boldsymbol{\eta}_t$, \mathbf{D}_t dan $\boldsymbol{\Sigma}_t$ didefinisikan secara berturut-turut

$$\boldsymbol{\eta}_t = (\eta_1(t), \dots, \eta_N(t))$$

dengan

$$\eta_i(t) = \frac{\varepsilon_i(t)}{\sqrt{h_i(t)}} = \frac{\varepsilon_i(t)}{\sigma_i(t)}$$

atau

$$\varepsilon_i(t) = \sqrt{h_i(t)} \eta_i(t)$$

maka untuk setiap i (tetap), barisan variabel acak

$$\{\eta_i(1), \dots, \eta_i(T)\}$$

merupakan barisan *i.i.d.* dengan rata-rata nol dan variansi satu, sehingga diperoleh

$$\mathbf{D}_t = \text{diag}(\sqrt{h_1(t)}, \dots, \sqrt{h_N(t)})$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R} \mathbf{D}_t .$$

Pada penelitian ini, model GSTAR yang dikaji dibatasi hanya pada orde-1, maka untuk kesederhanaan penulisan, parameter Φ_{10} dan Φ_{11} dituliskan sebagai

$$\Phi_{10} = \text{diag}(\phi_{01}, \dots, \phi_{0N}) \quad \text{dan} \quad \Phi_{11} = \text{diag}(\phi_{11}, \dots, \phi_{1N}).$$

Model (1) secara simultan direpresentasikan dalam bentuk model linier

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

Model representasi linier (2) dapat diuraikan menjadi N persamaan regresi ganda dinyatakan atas masing-masing lokasi, terpisah satu dengan lainnya. Misalkan, untuk $i = 1, \dots, N$,

$$\mathbf{y}_i = \begin{pmatrix} z_i(1) \\ \vdots \\ z_i(T) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}_i = \begin{pmatrix} z_i(0) \\ \vdots \\ z_i(T-1) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_i = \begin{pmatrix} V_i(0) \\ \vdots \\ V_i(T-1) \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{pmatrix} \varepsilon_i(1) \\ \vdots \\ \varepsilon_i(T) \end{pmatrix}.$$

Maka (6) dinyatakan sebagai

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_i \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{z}_1 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{v}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & & 0 & \ddots & & \vdots \\ \dots & & \mathbf{z}_i & & \vdots & & \mathbf{v}_i & \\ & & & \ddots & 0 & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{z}_N & 0 & \dots & 0 & \mathbf{v}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{01} \\ \vdots \\ \phi_{0i} \\ \vdots \\ \phi_{0N} \\ \phi_{11} \\ \vdots \\ \phi_{1i} \\ \vdots \\ \phi_{1N} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_i \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_N \end{pmatrix} \quad (3)$$

Persamaan (3) dituliskan untuk masing-masing lokasi ke- i , yaitu

$$Y_i(t) = X_i(t)\boldsymbol{\beta}_i + \varepsilon_i(t) \quad (4)$$

dengan

$$X_i(t) = (Z_i(t-1) \quad V_i(t-1))$$

$$\boldsymbol{\beta}_i = (\phi_{0i} \quad \phi_{1i})' \quad (5)$$

Secara simultan untuk $t = 1, \dots, T$, maka (4) dinyatakan sebagai

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (6)$$

dengan

$$\mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} Z_i(0) & V_i(0) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(T-1) & V_i(T-1) \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{pmatrix} \varepsilon_i(1) \\ \vdots \\ \varepsilon_i(T) \end{pmatrix}$$

Bentuk (6) merupakan model regresi ganda pada lokasi ke- i dengan parameter regresi pada (5). Berhubung karena $\varepsilon_i(t)$ merupakan galat dari model GSTAR-GARCH pada waktu t di lokasi ke- i dengan variansi bersyaratnya heteroskedastik,

$$\text{Var}(\varepsilon_i^2(t)|F_{t-1}) = h_i(t) = \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i}\varepsilon_i^2(t-1) + \beta_{0,i} + \beta_{1,i}h_i(t-1)$$

maka model (6) merupakan model Regresi-GARCH. Oleh karena itu, penaksiran parameter model GSTAR(1;1)-GARCH(1) dikerjakan dengan cara yang analog pada penaksiran parameter pada masing-masing lokasi secara keseluruhan untuk $i = 1, 2, \dots, N$.

5.4 Publikasi Ilmiah

Hasil penelitian ini telah diseminarkan pada Konferensi Internasional (Sertifikat pada Lampiran 1 dan 2).

1. The 7th International conference On Global Optimization and its Aplication (ICoGOIA) 2018 yang dilaksanakan pada tanggal 30-31 Agustus 2018 di Bali.

Multivariat GARCH model and its application to bivariate model

Nelson Nainggolan¹, Hanny A. H. Komalig¹, Tohap Manurung¹

¹Departement of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sam Ratulangi University, Indonesia

Ccorresponding author : n-nelson@unsrat.ac.id

Abstract. Multivariate GARCH model is a development of the univariate GARCH model. The multivariate GARCH model can be viewed as a conditional heteroskedasticity model in a multivariate time series. This paper discusses the parameterization of covariance matrices such as vech model representation, BEEK model and constant correlation model. For parameter estimation the maximum likelihood method is used. Furthermore, multivariate GARCH model application is applied for bivariate model.

Kata kunci : multivariate, garch model, maximum likelihood

2. The 3th International conference On Operations Research (ICOR) 2018, yang dilaksanakan pada tanggal 20-21 September 2018 di Manado.

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model and The Application On Wind Speed and High Wave Prediction

Nelson Nainggolan^{*1}, Hanny A. H. Komalig² and Tohap Manurung³

^{1, 2, 3} Departement of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sam Ratulangi University, Indonesia.
(n-nelson@unsrat.ac.id, hanoy07@yahoo.com, kris_ton79@yahoo.com)

INTRODUCTION

Time series models involving time-location are often called time-space models. For example weather data, besides depending on time also depending on location. Cliff and Ord [2] developed a space-time model called the Space Time Autoregressive (STAR) model. Furthermore Ruchjana [5] and Borovkova [1] developed the STAR model becomes a Generalization STAR model (GSTAR), by assuming that the autoregressive parameter and time space parameter is different for each location, the model applies to heterogeneous locations. In the STAR and GSTAR models it is assumed that the error variance is constant which is called homoskedastic. But the homoskedastic assumption is rarely found in real situation. So, a time series model has developed with heteroscedastic assumptions [3]. This paper describes the GSTAR model with heteroskedastic assumption and application on wind speed and high wave prediction.

BAB 6. RENCANA TAHAPAN BERIKUTNYA

Rencana tahapan selanjutnya yang akan dilakukan adalah :

- Menyusun program analisis data.
- Menganalisis dan merumuskan bentuk penaksiran parameter dan diagnostik model GSTAR-GARCH multivariat.
- Menulis Draf untuk jurnal internasional.

BAB 7. KESIMPULAN DAN SARAN

Model GSTAR-multivariat GARCH merupakan model time series dengan persamaan rata-rata sebagai model STAR sedangkan persamaan varians dinyatakan dengan model multivariat GARCH. Dalam penaksiran parameter model GSTAR-multivariat GARCH dilakukan dengan terlebih dahulu merepresentasikan model dalam bentuk model Regresi-ARCH. Dengan melakukan transformasi linier maka parameter model STAR ditaksir dengan metode generalisasi kuadrat terkecil.

DAFTAR PUSTAKA

- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- Box, G.E.P., and Jenkins, G.M. (1976). *Time Series Analysis : Forecasting and Control*. Rev Edition. Holden-Day Inc. San Francisco.
- Cliff, A.D, and Ord, J. (1975). Space-Time modeling with an placation to regional forecasting. *Trans. Inst. British Geographers*, **66**, 119-128
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica* **50**, 987 – 1008.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press. New Jersey.
- Lo, M.S. (2003). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Time Series Models*. Master Thesis. Simon Fraser University.
- Greene, W.H. (2002). *Econometric Analysis*, 4th Ed., USA: Pantice Hall.
- Ling, S., and McAleer, M., (2003). Asymptotic Theory For a Vector ARMA-GARCH Model. *Econometric Theory*, **19**, 280-310.
- Nainggolan, N., B. Nurani, R., S. Darwis, R. E. Siregar. (2010). GSTAR Models With ARCH Errors and The Simulations. *Proceeding of The Third International Conference on Mathematics and Natural Sciences (ICMNS) 2010*. Bandung, 23-25 November 2010. p.1075-1084.
- Nainggolan, N. (2011). *Pengembangan Model GSTAR dengan Galat ARCH dan Penerapannya pada Inflasi*. (Disertasi) Universitas Padjadjaran.
- Nainggolan, N. (2014). Penaksiran Parameter Model Generalisasi Space Time Autoregresi Asumsi Heteroskedastik. *Prosiding Nasional Matematika (KNM) XVII*. Surabaya, 11-14 Juni 2014. p.1349-1353.
- Nurhayati, N. (2010). *Analisis Model Generalized STAR(1;1) dengan Galat Berkorelasi Spasial*. (Disertasi) Institut Teknologi Bandung.
- Ruchjana, B.N. (2002). *Suatu Model Generalisasi Space-Time Autoregresi dan Penerapannya pada Produksi Minyak Bumi*. (Disertasi) Institut Teknologi Bandung.
- Wei, W.W.S. (1990). *Time Series Analysis : Univariate and Multivariate Models*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. USA, 1990.
- Weiss, A. A. (1984). ARMA Models with ARCH Errors. *Journal of Time Series Analysis* **5**(2), 129-143.
- Zivot, E. and Wang, J. 2006. *Modelling Financial Time Series with S-PLUS. Second Edition*. USA: Springer Science + Business Media, Inc.

2. Sertifikat sebagai pemakalah pada The 3th International conference On OperationsResearch (ICOR) 2018, yang dilaksanakan pada tanggal 20-21 September 2018 di Manado.



3. **Luaran: Makalah yang disubmit akan dipublikasikan pada International Proceeding IOP (terindeks scopus) : sudah direview.**

Multivariat GARCH model and its application to bivariate model

Nelson Nainggolan¹, Hanny A. H. Komalig¹, Tohap Manurung¹

¹Departement of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sam Ratulangi University, Indonesia

Ccorresponding author : n-nelson@unsrat.ac.id

Abstract. Multivariate GARCH model is a development of the univariate GARCH model. The multivariate GARCH model can be viewed as a conditional heteroskedasticity model in a multivariate time series. This paper discusses the parameterization of covariance matrices such as Vech model representation, BEEK model and Constant Correlation model. For parameter estimation the maximum likelihood method is used. Furthermore, multivariate GARCH model application is applied for bivariate model.

Key words : multivariate, garch model, maximum likelihood

1. Introduction

The conventional time series model assumes that the variance error is constant over time. The assumption of constant varirians is an ideal assumption rarely encountered in real situations, especially related to the financial field [4]. Therefore a model developed with the assumption of unstable variance is known as heteroskedasticity model [3]. The heteroskedastic model is not only in univariate form but also in multivariate form [1]. The Generalized of space time autoregressive (GSTAR) model with ARCH error has also been developed [5]. In this paper we describe the parameterization of covariance matrices for the multivariate GARCH model.

2. Univariate ARCH and GARCH Model

In conventional time series models such as the autoregressive moving average (ARMA) model it is assumed that the error variance (ε_i) is constant, ie $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Suppose the conditional variance of ε_t is not constant, then the variance of Y_t conditional on Y_{t-1} is not constant, $Var(\varepsilon_t) = \sigma_t^2$. One strategy is to model conditional variance as AR(q) process through the preceding error square, ie:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_{t-q} \varepsilon_{t-q}^2 + \eta_t \quad (1)$$

with η_t is a white-noise process. For this reason, (1) is called an autoregressive conditional heteroscedastic (ARCH) model [3]. Engle then proposes a scheme in which heteroscedasticity depends on previous Y_t values, namely

$$Y_t = \eta_t \sqrt{h_t} \text{ and } h_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 \quad (2)$$

with η_t iid. $N(0,1)$. The values of $\alpha_0 > 0$ and $\alpha_1 > 0$. Then (2) is called the ARCH(1) model. Note that the variance of Y_t conditional on Y_{t-1} is

$$Var(Y_t | Y_{t-1}) = Var(\eta_t \sqrt{h_t} | Y_{t-1}) = h_t Var(\eta_t) = h_t$$

If it is related to the application of the model, let Y_t be inflation then a process ARCH(1) states that high inflation in the past period will result in great variance at the present time.

Furthermore, if the ARCH(q) process is included lag of σ_t^2 then obtained model GARCH (p,q) [2], namely

$$h_t = \alpha_0 + \beta_1 h_1 + \dots + \beta_p h_{t-p} + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q Y_{t-q}^2$$

where p denotes lag on σ_t^2 and q states lag on Y_t^2 . Specifically for $p = 1$ and $q = 1$ obtained the GARCH model (1,1) ie

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}.$$

In this case

$$E(Y_t|F_{t-1}) = 0, \quad \text{and} \quad \text{Var}(Y_t|F_{t-1}) = E(Y_{t-1}^2|F_{t-1}) = h_t.$$

3. Multivariate ARCH/GARCH Model

The expansion of the ARCH/GARCH univariate model into the m -variate model requires the conditions that random variables ε_t have m -dimension, zero mean and conditional variant-covariance matrices of ε_t depend on the elements of the information set of historical data.

Let $\{\eta_t\}$ be a random variable vector i.i.d. sized $(m \times 1)$ with the following characteristics

$$\begin{aligned} E(\eta_t) &= 0 \\ E(\eta_t \eta_t') &= \mathbf{I}_m \\ \eta_t &\sim G(0, \mathbf{I}_m) \end{aligned}$$

with G is a continuous density function. Suppose $\{\varepsilon_t\}$ is a randomly sized $(m \times 1)$ random vector

$$\varepsilon_t = \eta_t \sqrt{H_t}.$$

where:

$$\begin{aligned} E_{t-1}(\varepsilon_t) &= 0 \\ E_{t-1}(\varepsilon_t \varepsilon_t') &= H_t \end{aligned}$$

and H_t is the positive definite matrix of size $(m \times m)$ and measured to the set of information F_{t-1} , ie σ -field generated by the past information: $\{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots\}$. Parameterization of H_t as an ARCH (GARCH) multivariate, as a function of the information set of F_{t-1} , then the elements of H_t are dependent on the lag- q of the ε_t and cross-products ε_t squares. Thus the elements of the covariance matrix follow an ARMA process vector in the square and cross-products of disturbances (error). Parameterization of H_t as a multivariate ARCH (GARCH) is given in three forms, ie vech model, BEKK model and consonant correlation model [1].

3.1. Vech Representation

Vech is the vector-half operator (ie half-vector) which is piling the elements of the lower triangle of the $m \times m$ matrix into the vector sized $(m(m+1)/2) \times 1$. Vech representation is often called full parameterization. Since the covarians matrix H_t is a symmetric matrix, then $\text{vech}(H_t)$ contains elements in H_t singly. Thus, the expansion of GARCH multivariate model (p, q) in vech representation can be written as

$$\text{vech}(H_t) = W + \sum_{i=1}^q A_i \text{vech}(\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}') + \sum_{j=1}^p B_j \text{vech}(H_{t-j})$$

where: W is a vector of sizes $(m(m+1)/2) \times 1$, whereas A_i and B_j are matrices $(m(m+1)/2) \times (m(m+1)/2)$. The number of parameters in the general formulation of vech representation is as much as $\{m(m+1)/2 + (p+q)(m(m+1)/2)^2\}$. For example, let $m = 2$, and $p = q = 1$, then the number of parameters is 21 pieces. The form of the $\text{vech}(H_t)$ model for this example is as follows:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

In this case, the element to (i, j) in H_t depends on the (i, j) element corresponding in $\varepsilon_t \varepsilon_t'$ and H_{t-1} . To ensure that the H_t matrix is positive definite, the necessary conditions are

$$w_1 > 0, \quad w_3 > 0, \quad w_1 w_3 - w_2^2 > 0,$$

$$\begin{aligned}
& a_{11} \geq 0, a_{13} \geq 0, a_{31} \geq 0, a_{33} \geq 0, a_{11}a_{33} - a_{22}a_{22} \geq 0, \\
& a_{11}a_{13} - (1/4) a_{12}a_{12} \geq 0, a_{11}a_{31} - a_{21}a_{21} \geq 0, \\
& a_{31}a_{33} - (1/4) a_{32}a_{32} \geq 0, a_{13}a_{33} - a_{23}a_{23} \geq 0.
\end{aligned}$$

To reduce the large number of parameters then simplified the vech representation. One way is to select the matrices A and B in diagonal form. This is called the *vech diagonal* model. This simplification reduces the number of parameters where many parameters become $(m(m+1)/2)(1+p+q)$. Suppose that for $m=2$, and $p=q=1$, then the diagonal vech model can be written as:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

By multiplying the above matrix is obtained

$$\begin{aligned}
h_{11,t} &= w_1 + a_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11}h_{11,t-1} \\
h_{21,t} &= w_2 + a_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + b_{22}h_{21,t-1} \\
h_{22,t} &= w_3 + a_{33}\varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{33}h_{22,t-1}.
\end{aligned}$$

In this case the number of parameters is reduced from 21 simplified to only 9. By subtracting this parameter, the conditions for the positive definite matrix H_t are

$$\begin{aligned}
& w_1 > 0, w_3 > 0, w_1w_3 - w_2^2 > 0, \\
& a_{11} \geq 0, a_{33} \geq 0, a_{11}a_{33} - a_{22}a_{22} \geq 0.
\end{aligned}$$

3.2. Positive Definite Parameterization

This positive definite parameterization is also known as BEKK (Baba, Engle, Kraft and Kroner). The parameterization model from BEKK is

$$h_t = CC' + \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^q A_{ik}\varepsilon_{t-i}\varepsilon'_{t-i}A'_{ik} + \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^p B_{ik}H_{t-i}B'_{ik}$$

where C is the lower triangular matrix, so CC' is the symmetric parameter matrix ($m \times m$), whereas A_{ik} and B_{ik} are any parameter matrices ($m \times m$). This model assures that the H_t matrix is a positive definite matrix. For example, take $K=p=q=1$ and $N=2$. Then the above BEKK model is

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Then by multiplying the matrix is obtained

$$\begin{aligned}
h_{11,t} &= c_{11}^2 + (a_{11}\varepsilon_{1,t-1} + a_{12}\varepsilon_{2,t-1})^2 + (b_{11}h_{11,t-1} + b_{12}h_{22,t-1})^2 \\
h_{22,t} &= c_{21}^2c_{22}^2 + (a_{21}\varepsilon_{1,t-1} + a_{22}\varepsilon_{2,t-1})^2 + (b_{21}h_{11,t-1} + b_{22}h_{22,t-1})^2 \\
h_{21,t} &= h_{12,t} = c_{11}c_{21} + a_{11}a_{21}\varepsilon_{1,t-1} + (a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21})\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + \\
& a_{12}a_{22}\varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}b_{21}h_{11,t-1} + (b_{11}b_{22} + b_{12}b_{21})h_{21,t-1} + \\
& b_{12}b_{22}h_{22,t-1}
\end{aligned}$$

3.3. Constant Correlation Model

In a constant correlation model, conditional covariance is proportional to the corresponding conditional standard deviation. In this case, it is assumed that the correlation matrix $\boldsymbol{\varepsilon}_t$, conditional to the past, is constant. This assumption simplifies the calculation load in the estimate and also the requirement that a positive definite H_t for each t be easily obtained. So the assumptions in this model are

$$\begin{aligned} E_{t-1}[\boldsymbol{\varepsilon}_t] &= 0 \\ E_{t-1}[\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t'] &= H_t \\ \{H_t\}_{ii} &= h_{ii,t} \\ \{H_t\}_{ij} &= h_{ij,t} = \rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}} \quad \text{if } i \neq j \end{aligned}$$

Let \mathbf{D}_t denote the $m \times m$ diagonal matrix with its diagonal element is the conditional variance, ie $\{D_t\}_{ii} = h_{ii,t}$. Let \mathbf{R}_t denote a constant correlation matrix in which the ij -element is

$$\{R_t\}_{ij} = \{H_t\}_{ij} (\{H_t\}_{ii} \{H_t\}_{jj})^{-1/2} \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

Assuming the model $\mathbf{R}_t = \mathbf{R}$, then

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t &= \mathbf{D}_t^{1/2} \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t^{1/2} \\ H_t &= \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \dots, \sqrt{h_{mm,t}}) \mathbf{R}_t \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \dots, \sqrt{h_{mm,t}}) \end{aligned}$$

For example, for $N = 2$, $p = q = 1$. Then

$$H_t = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{pmatrix}$$

In this case,

$$D_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & 0 \\ 0 & h_{22,t} \end{pmatrix}, \text{ dan } \Gamma_t = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{pmatrix},$$

so

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & \rho \sqrt{h_{11,t} h_{22,t}} \\ \rho \sqrt{h_{11,t} h_{22,t}} & h_{22,t} \end{pmatrix}$$

where $\rho = \rho_{12} = \rho_{21}$ is the correlation coefficient between ε_1 , $\varepsilon_{1,t}$ and $\varepsilon_{2,t}$ and satisfies the correlation properties $|\rho| < 1$, while $h_{11,t}$ and $h_{22,t}$ are the variance for standard GARCH(p, q) processes. Suppose for $p = q = 1$, then

$$\begin{aligned} h_{11,t} &= \alpha_{10} + a_{11} \varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11} h_{11,t-1} \\ h_{22,t} &= \alpha_{20} + a_{21} \varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{21} h_{22,t-1} \\ h_{12,t} &= h_{21,t} = \rho \sqrt{\alpha_{10} + a_{11} \varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11} h_{11,t-1}} \sqrt{\alpha_{20} + a_{21} \varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{21} h_{22,t-1}} \end{aligned}$$

The number of parameters to be estimated is 6. To qualify where the H_t matrix is positive definite then in this constant correlation model we need the following conditions:

$$\begin{aligned} \alpha_{i0} &> 0, \quad \alpha_{ij} \geq 0 \quad \text{dan} \quad \beta_{ik} \geq 0, \\ i &= 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, q, \quad \text{dan} \quad k = 1, \dots, p. \end{aligned}$$

If the conditional variance along the diagonal of the matrix \mathbf{D} is all positive, the correlation matrix \mathbf{R} is a positive definite and this results in the sequence of conditional covariance matrices $\{H_t\}$ making sure the positively definite is almost certain for all t . Next inverse of H_t is:

$$\mathbf{H}_t^{-1} = \mathbf{D}_t^{-1/2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}_t^{-1/2}.$$

4. Parameter Estimation

Suppose $\{y_t\}$, $t = 1, 2, \dots, T$, is the realization of the stochastic process vector, with the mean vector $\mu_t = \mathbf{0}$ and the conditional covariance matrix is $\mathbf{H}_t(\theta)$, where θ is the parameter vector. Multivariate normal density of the process vector is

$$f(y_t|F_{k-1}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |H_t|^{1/2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} y_t' H_t^{-1} y_t\right\}, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

The multivariate ARCH(GARCH) model parameter estimation uses the likelihood maximum method. The log-likelihood function for normal multivariate combined density is

$$L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T |H_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T y_t' H_t^{-1} y_t$$

Next we can estimate θ by completing the derivative of the log likelihood function $\partial L / \partial \theta = 0$. The parameter estimation for the diagonal vech model is as follows:

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

Parameters $\theta = (w_1, w_2, w_3, a_{11}, a_{22}, a_{33}, b_{11}, b_{22}, b_{33})'$, ie there are 9 parameters to be estimated. Solution $\partial L / \partial \theta = 0$ is solving simultaneously 9 equations, namely:

$$\frac{\partial L}{\partial w_1} = 0, \frac{\partial L}{\partial w_2} = 0, \frac{\partial L}{\partial w_3} = 0, \frac{\partial L}{\partial a_{11}} = 0, \frac{\partial L}{\partial a_{22}} = 0, \frac{\partial L}{\partial a_{33}} = 0, \frac{\partial L}{\partial b_{11}} = 0, \frac{\partial L}{\partial b_{22}} = 0, \text{ and } \frac{\partial L}{\partial b_{33}} = 0.$$

Compared with the constant correlation model, the parameter estimation is as follows

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} & \rho \sqrt{h_{11,t} h_{22,t}} \\ \rho \sqrt{h_{11,t} h_{22,t}} & h_{22,t} \end{pmatrix}$$

$$h_{11,t} = \alpha_{10} + a_{11} \varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11} h_{11,t-1}$$

$$h_{22,t} = \alpha_{20} + a_{21} \varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{21} h_{22,t-1}$$

$$h_{12,t} = h_{21,t} = \rho \sqrt{\alpha_{10} + a_{11} \varepsilon_{1,t-1}^2 + b_{11} h_{11,t-1}} \sqrt{\alpha_{20} + a_{21} \varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{21} h_{22,t-1}}$$

Parameter $\theta = (\alpha_{10}, \alpha_{11}, \beta_{11}, \alpha_{20}, \alpha_{21}, \beta_{21})'$. Solution $\partial L / \partial \theta = 0$ is solving simultaneously 6 equations, namely

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_{10}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \alpha_{11}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \alpha_{20}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \alpha_{21}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \beta_{11}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \beta_{21}} = 0$$

5. Application to Bivariate Model

The application of the multivariate GARCH model in this paper is given for the bivariate model. The data taken are weekly average price data of 2017 for chili and onion in Manado city. The amount of data is 52 data. The result of ARCH effect test showed that both data had significant ARCH effect with p -value of 0.0023 and 0.0005 respectively.

The result of the parameter estimation for the vech representation bivariate model with the help of computer softwear [6] is

```
> ca.ba.dvec = mgarch(ca.ba~1, ~dvec(1,1), trace=F)
Coefficients:
```

C(1) 6.154e+004
 C(2) 3.664e+004
 A(1, 1) 3.742e+007
 A(2, 1) 8.265e+006
 A(2, 2) 4.086e+006
 ARCH(1; 1, 1) 1.000e-001
 ARCH(1; 2, 1) 1.000e-001
 ARCH(1; 2, 2) 1.000e-001
 GARCH(1; 1, 1) 8.100e-001
 GARCH(1; 2, 1) 8.100e-001
 GARCH(1; 2, 2) 8.100e-001

Then the vech representation bivariate model (3) is obtained, namely

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3.742e + 007 \\ 8.265e + 006 \\ 4.086e + 006 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \\
 &\quad + \begin{bmatrix} 0.81 & 0 & 0 \\ 0 & 0.81 & 0 \\ 0 & 0 & 0.81 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3.742e + 007 + 0.1 \varepsilon_{1,t-1}^2 + 0.81 h_{11,t-1} \\ 8.265e + 006 + 0.1 \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + 0.81 h_{21,t-1} \\ 4.086e + 006 + 0.1 \varepsilon_{2,t-1}^2 + 0.81 h_{22,t-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

6. Conclusion

Representation of multivariate ARCH (GARCH) can be given in three forms, ie Vech, BEKK and Consonant Correlation model. The *Vech diagonal* model reduces the number of parameters thus simplifying the vech representation. The multivariate GARCH model can be applied to the data of chili and onion because the test of effect arch on the data is significant.

Acknowledgments

The authors would like to thank the Ministry of Research Technology and Higher Education of Indonesia for funding this research through Sam Ratulangi University 2018.

References

- [1] Bauwens, L., Sebastian, L., Rombouts, J.V.K. (2006). Multivariate GARCH Models: a Survey. *Journal of Applied Econometrics* **21**: 79 - 109.
- [2] Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.
- [3] Engle, R.F.(1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica* **50**, 987 – 1008.
- [4] Greene, W.H. (2002) *Econometric Analysis*, 4th Ed., Pantice Hall, USA.
- [5] Nainggolan, N., B.N. Ruchjana, S. Darwis, and R. E. Siregar. (2010) GSTAR Models With ARCH Errors and The Simulations, *Proceeding of The Third International Conference on Mathematics and Natural Sciences (ICMNS)*. (Insitut Teknologi Bandung, Indonesia), p.1075-1084.
- [6] Zivot, E. and Wang, J. (2002). *Modelling Financial Time Series with S-PLUS*. Springer Science+Business Media, LLC. USA.

3. Program S-Plus untuk Analisis Data model GSTAR-multivariat GARCH

```
## Model GSTAR Kecepatan angin dan tinggi gelombang
## Data harian tahun 2016: 1 Jan s/d 31 Des 2016

kec.angin.manado = SDF11[,1]; ## kecepatan angin manado jam 2
kec.angin.bitung = SDF11[,2]; ## kecepatan angin bitung jam 2
kec.angin.tahuna = SDF11[,3]; ## kecepatan angin tahuna jam 2
ting.gel.manado=SDF11[,5]; ## tinggi gelombang manado jam 2
ting.gel.bitung=SDF11[,6]; ## tinggi gelombang bitung jam 2
ting.gel.tahuna=SDF11[,7]; ## tinggi gelombang tahuna jam 2

a1=kec.angin.manado;
a2=kec.angin.bitung;
a3=kec.angin.tahuna;
a5=ting.gel.manado ;
a6=ting.gel.bitung ;
a7=ting.gel.tahuna ;

summaryStats(a1)
summaryStats(a2)
summaryStats(a3)

#unitroot(a1);unitroot(a2);unitroot(a3);
#archTest(a1,lag.n=10);archTest(a2,lag.n=10);archTest(a3,lag.n=10);
# Grafik data awal
par(mfrow = c(1,1));
  tsplot(a1,xlim=c(1,368), ylim=c(0,15),xlab="Tahun 2016 (harian)",
  ylab="Kecepatan Angin Manado (knot)", col=3);
  par(new=T); tsplot(a2,xlim=c(1,368), ylim=c(0,15),col=4);
  par(new=T); tsplot(a3,xlim=c(1,368), ylim=c(0,15),col=6);
  tsplot(a2,xlim=c(1,368), ylim=c(0,15),xlab="Tahun 2016 (harian)",
  ylab="Kecepatan Angin Bitung (knot)", col=3);
  tsplot(a5,xlim=c(1,368), ylim=c(0,2.5),xlab="Tahun 2016 (harian)",
  ylab="Tinggi Gelombang Manado (m)", col=3);
  tsplot(a6,xlim=c(1,368), ylim=c(0,2.5),xlab="Tahun 2016 (harian)",
  ylab="Tinggi Gelombang Bitung (m)", col=3);

#### PLOT ACF dan PACF
par(mfrow = c(3,1));
  tmp=acf(a1,lag=30);
  tmp=acf(a2,lag=30);
  tmp=acf(a3,lag=30);
par(mfrow = c(3,1));
  tmp = acf (a1, lag=30, type="partial");
  tmp = acf (a2, lag=30, type="partial");
  tmp = acf (a3, lag=30, type="partial");

a1.d=diff(a1);
a2.d=diff(a2);
da1=a1.d-mean(a1.d);
da2=a2.d-mean(a2.d);

### mean(da1)=0.0, mean(da2)=0.0 , mean(da3)=0.0 #
## unitroot(da1); unitroot(da2); unitroot(da3);
## Uji efek ARCH
## archTest(da1,lag.n=10);archTest(da2,lag.n=10);archTest(da3,lag.n=10);#

##Data kecepatan angin manado(a1) dan bitung(a2)

par(mfrow = c(2,2));
  tmp=acf(da1,lag=30);
  tmp=acf(da2,lag=30);
```

```

tmp = acf (da1, lag=30, type="partial");
tmp = acf (da2, lag=30, type="partial");

a01=a1-mean(a1); ## data dikurangi rata-rata
a02=a2-mean(a2);
tmp=acf(a01,lag=30);
tmp=acf(a02,lag=30);
tmp = acf (a01, lag=30, type="partial");
tmp = acf (a02, lag=30, type="partial");

### Penaksiran Parameter MKT

nol.365= rep(0,365)

a01.1=a01[-1];
a02.1=a02[-1];
a01.a=a01[-366];
a02.a=a02[-366];
v1=a02.a;
v2=a01.a;

Y4.gab = matrix(c(a01.1,a02.1), ncol=1);
X4.gab = matrix(c(a01.a,nol.365,nol.365,a02.a, v1, nol.365,nol.365, v2),
ncol=4);
C4=t(X4.gab)%*%X4.gab
C4.inv = solve(C4)
Parm4 = C4.inv%*%t(X4.gab)%*%Y4.gab
Parm4
      [,1]
[1,]  0.594218453
[2,]  0.763841742
[3,]  0.113627830
[4,] -0.009675695

##Data tinggi gelombang laut manado(a5) dan bitung(a6)
a5.d=diff(a5);
a6.d=diff(a6);
da5=a5.d-mean(a5.d);
da6=a6.d-mean(a6.d);

par(mfrow = c(2,2));
tmp=acf(da5,lag=30);
tmp=acf(da6,lag=30);
tmp = acf (da5, lag=30, type="partial");
tmp = acf (da6, lag=30, type="partial");

a05=a5-mean(a5); ## data dikurangi rata-rata
a06=a6-mean(a6);
par(mfrow = c(2,2));
tmp=acf(a05,lag=30);
tmp=acf(a06,lag=30);
tmp = acf (a05, lag=30, type="partial");
tmp = acf (a06, lag=30, type="partial");

### Penaksiran Parameter MKT

nol.365= rep(0,365)
a05.1=a05[-1];
a06.1=a06[-1];
a05.a=a05[-366];
a06.a=a06[-366];
v5=a06.a;
v6=a05.a;

```

```
Y5.gab = matrix(c(a05.1,a06.1), ncol=1);
X5.gab = matrix(c(a05.a,nol.365,nol.365,a06.a, v5, nol.365,nol.365, v6),
ncol=4);
C5=t(X5.gab)%*%X5.gab
C5.inv = solve(C5)
Parm5 = C5.inv%*%t(X5.gab)%*%Y5.gab
Parm5
      [,1]
[1,] 0.74178776
[2,] 0.89976379
[3,] 0.17212772
[4,] 0.03281512
```